

Б. И. Фираго, Л. Б. Павлячик

**РЕГУЛИРУЕМЫЕ
ЭЛЕКТРОПРИВОДЫ
ПЕРЕМЕННОГО ТОКА**



Минск
ЗАО “ТехноПерспектива”
2006

Фираго, Б. И. Регулируемые электроприводы переменного тока /
Б. И. Фираго, Л. Б. Павлячик. – Мн.: Техноперспектива, 2006. – 363 с.
ISBN 985-6591-37-6.

Цель данной книги состоит в изложении ряда вопросов теории регулируемого электропривода переменного тока, которые не получили достаточно полного отражения в современной научно-технической литературе: 1) энергетических проблем мягкого пуска и торможения асинхронных электроприводов, 2) методов расчета механических и электромеханических характеристик асинхронных короткозамкнутых двигателей при переменных параметрах, 3) аналитических методов расчета электромеханических переходных процессов частотно-регулируемых электроприводов при различных законах управляющего воздействия, 4) определения коэффициента полезного действия частотно-регулируемых асинхронных двигателей при различном характере статического момента, 5) математических моделей и характеристик бесконтактных двигателей постоянного, переменного тока и переключаемых реактивных двигателей.

Книга предназначена для научных и инженерно-технических работников, специализирующихся в области регулируемого электропривода переменного тока. Может быть использована преподавателями вузов, магистрантами, аспирантами и студентами соответствующих специальностей.

Табл. 3, ил. 167, библиогр. 85 назв.

Р е ц е н з е н т ы:

зав. каф. автоматич. управления БГУИР д-р техн. наук, проф.
А. П. Кузнецов;

зав. каф. автоматизации произв. процессов и электротехники БГТУ,
доц., канд. техн. наук *И. Ф. Кузьмицкий*

Книга издана при поддержке Вроцлавского технического университета

Предисловие

При написании этой книги мы учитывали все возрастающее проникновение электропривода во все сферы человеческой деятельности и возникающие при этом проблемы эффективного использования электроэнергии.

Среди большого разнообразия электрических двигателей асинхронные двигатели занимают главное положение: они потребляют более 90 % электроэнергии, идущей на питание всех электродвигателей. Поэтому в монографии довольно тщательно рассмотрены свойства и характеристики регулируемых разными способами асинхронных двигателей: 1) регулирование величины напряжения при постоянной частоте; 2) регулирование частоты при постоянной величине напряжения; 3) регулирование частоты и величины напряжения (частотное регулирование). Первый способ регулирования довольно широко рекламируется для устройств мягкого пуска и торможения асинхронных двигателей, но в технической литературе отсутствуют серьезные исследования этих процессов. В какой-то мере мы попытались восполнить этот пробел.

В связи с появлением новых электроприводов на основе электродвигателей с постоянными магнитами и современных полупроводниковых преобразователей, которые позволяют этим двигателям иметь различные характеристики и свойства, выявились необходимость более глубокого исследования процессов электромеханического преобразования энергии в них и устранения некоторой неопределенности в применяемой часто терминологии.

Наряду с вентильными (бесконтактными, бесщеточными, электроннокоммутируемыми) двигателями на рынке появились переключаемые реактивные двигатели, которые в суровых условиях эксплуатации по надежности могут стать серьезными конкурентами традиционным регулируемым электроприводам. В монографии рассматриваются главные конструктивные особенности, формирование электромагнитного момента, математические модели этих

двигателей и показывается сходство и отличие их от реактивных шаговых двигателей.

Оценка эффективности работы электроприводов связана с предварительными расчетами характеристик, режимов работы и технических показателей по аналитическим соотношениям, применяемым в инженерной практике. Уточнение electromеханических свойств и показателей электроприводов обычно выполняется с помощью моделирования, основу которого составляют математические и имитационные модели. По этим причинам важное значение имеют как упрощенные аналитические выражения (в том числе с учетом переменных параметров), так и различного уровня математические модели электродвигателей и электроприводов.

Учитывая усиленное распространение частотно-регулируемых электроприводов и в то же время отсутствие современной литературы по ясному изложению принципов и законов частотного регулирования скорости электродвигателей переменного тока, мы попытались устранить этот недостаток, рассмотрев подробно скалярные системы частотного управления асинхронными двигателями с некоторыми практическими приложениями, а также показав сущность современных систем векторного управления.

Для целостного изложения математических моделей асинхронных, синхронных, вентильных и переключаемых реактивных двигателей нами примечена теория обобщенной электрической машины, описанная в [15]. Во всех аналитических исследованиях мы стремились не только дать математическое описание процесса, но и получить такие аналитические выражения, по которым можно рассчитать этот процесс.

Главная часть данной монографии базируется на результатах собственных исследований авторов, которые полагают, что систематизированные в ней материалы по регулируемым электроприводам переменного тока будут интересны для специалистов, занимающихся исследованием, разработкой, созданием, наладкой и эксплуатацией регулируемых электроприводов, а также для аспирантов и студентов, стремящихся углубить свои специальные знания.

Авторы не ставили перед собой задачу охватить в полном объеме все проблемы регулируемых электроприводов переменного тока, а ограничились лишь указанными выше целями. Насколько нам это удалось, будет судить взыскательный читатель. Поэтому мы будем благодарны всем, кто пришлет свои замечания по содержанию этой книги.

Введение

Электропривод прошел в своем историческом развитии путь от простого источника механической энергии для одной машины или группы машин до “интеллектуального средства”, которое осуществляет приведение в движение рабочих органов машин и механизмов и управление этим движением. Сочетание в одном устройстве силовой и информационной функций обеспечило электроприводу быстрое и широкое распространение почти во всех областях человеческой деятельности. Электропривод работает в космосе, в воздухе, на земле и под землей, на воде и под водой, в доме и в автомобиле, не говоря уже о его непрерывной работе в промышленности, где более 90 % необходимых для людей предметов, изделий и материалов изготавливается за счет преобразования электрической энергии в механическую.

Современный регулируемый электропривод представляет собой электромеханическую систему, включающую силовой электрический преобразователь, электродвигатель, передаточный механизм и управляющее устройство, которое на основании информации, получаемой с помощью датчиков или наблюдателей от составляющих элементов электропривода и питающей сети, вырабатывает командные сигналы, обеспечивающие движение механической части исполнительного механизма с заданными скоростью и ускорением и работу всего устройства в оптимальном (по определенному критерию) режиме. При этом многие современные электроприводы имеют такую компоновку, где силовой преобразователь, электродвигатель, редуктор и управляющее устройство представляют собой единый модуль, который управляется по информационной сети, подобной интернету. Такой “интеллектуальный модуль” имеет энергетические, технические и информационные преимущества по сравнению с “распределенным” электроприводом, где электродвигатель, силовой преобразователь и система управления могут находиться на десятки метров один от другого.

Однако следует заметить, что в настоящее время 75–80 % электроприводов являются нерегулируемыми, в основном, из-за того, что нет в этом тех-

нологической надобности, если не считать условий пуска и защиты [1]. И только 20–25 % всех электроприводов по условиям технологических процессов требуют точного регулирования скорости и момента в установившихся режимах и переходных процессах. Эта группа электроприводов эволюционирует в направлении создания “интеллектуального силового электромеханического модуля”.

При этом следует заметить, что стоимость силового преобразователя в регулируемом электроприводе в 3–5 раз превышает стоимость электродвигателя [1, 2, 3]. Управляющее устройство электропривода чаще всего включает контроллер движения, определяющий положение и скорость исполнительного механизма, и контроллер управления, или электрический контроллер, посредством которого регулируется напряжение (потокосцепление, момент) или ток электродвигателя в соответствии с выходными данными контроллера движения. Имеются уже разработки, где оба эти контроллера объединены.

Получается, что управляющее устройство регулируемого электропривода с высокими требованиями к статическим и динамическим показателям заметно влияет на общую стоимость электропривода. Поэтому, несмотря на тенденцию снижения стоимости элементов силовой электроники и микропроцессорной техники, при технико-экономическом обосновании регулируемых электроприводов следует учитывать экономическую необходимость минимизации затрат при соблюдении технологических требований, предъявляемых со стороны технологического процесса. В связи с этим вопросы использования регулируемого электропривода должны решаться на основе анализа его структур от простейших до более сложных с сопоставлением энергетических и стоимостных показателей, функциональных и информационных возможностей электропривода.

Быстрое развитие силовой электроники и микропроцессорной техники способствовали совершенствованию информационной части электропривода и некоторому ослаблению внимания к процессам электромеханического преобразования энергии в силовом канале.

Очевидно, что только рациональный анализ требований технологического процесса и функциональных возможностей электропривода с учетом минимизации потребления энергии может служить надежной базой для выбора регулируемого электропривода.

Основу регулируемых электроприводов переменного тока составляют асинхронные двигатели (АД), которые потребляют 40 % всей вырабатываемой электроэнергии, или, другими словами, они расходуют 90 % энергии, идущей на все электродвигатели. Современные усилия при изготовлении этих двигателей направлены на повышение их к. п. д.

Вторым двигателем регулируемых электроприводов переменного тока стал синхронный двигатель с постоянными магнитами (СДПМ), появление которого связано с разработкой постоянных магнитов с высокой удельной энергией. В частности, постоянные магниты на основе NdFeB имеют удельную энергию 280–400 кДж/м³ [69]. Уже созданы электроприводы мощностью до 300 кВт

на основе СДПМ. Однако в области средних мощностей асинхронные двигатели имеют больший к. п. д., чем СДПМ. Сравнительно высокая стоимость постоянных магнитов, где используются редкоземельные металлы, ограничивает экономически целесообразную мощность этих двигателей величиной до 5 кВт. По мере снижения стоимости постоянных магнитов этот предел мощности будет расширяться.

В последнее время большое внимание в регулируемом электроприводе переменного тока уделяется переключаемому реактивному синхронному двигателю (ПРСД), аналогу силового реактивного шагового двигателя. Однако эти специальные электродвигатели, имеющие ряд преимуществ, требуют специального полупроводникового преобразователя. Несмотря на ряд недостатков, ПРСД начинают конкурировать с известными промышленными электроприводами.

Появились новые типы электродвигателей, построенные на основе попечного магнитного потока, которые уже применяются в безредукторных электроприводах большой мощности для колесных транспортных устройств и движения судов [4].

Важной тенденцией в развитии регулируемого электропривода переменного тока является замена специальных асинхронных двигателей (с повышенным пусковым моментом, с повышенным скольжением и т. д.) стандартными двигателями, питаемыми от преобразователей частоты. Причина этого чисто экономическая: специальный асинхронный двигатель со своим управлением теперь становится дороже стандартного АД, управляемого преобразователем частоты.

Применение регулируемого электропривода позволяет не только повысить качество технологического процесса, но и уменьшить потребление электроэнергии электроприводом в установившемся режиме и в переходных процессах. Чтобы реализовать возможности экономии электроэнергии в регулируемом электроприводе, надо хорошо понимать процессы управляемого электромеханического преобразования энергии и уметь рассчитывать характеристики и энергетические показатели этих процессов.

Неотъемлемой частью расчета характеристик и энергетических показателей асинхронных электроприводов являются параметры эквивалентной схемы АД. Стандартные асинхронные двигатели с короткозамкнутым ротором, составляющие подавляющее большинство всех асинхронных двигателей, как правило, имеют переменные параметры, в то время как существующие методы расчета характеристик и энергетических показателей основаны на постоянных параметрах. Поэтому в данной монографии одним из вопросов является рассмотрение свойств и характеристик АД с короткозамкнутым ротором при переменных параметрах, а также изложение методики расчета параметров эквивалентной схемы по каталожным данным электродвигателя.

С целью снижения пусковых токов асинхронных короткозамкнутых двигателей и смягчения ударов в механических передачах электроприводов в настоящее время довольно часто рекомендуются устройства мягкого пуска и

торможения, основанные на изменении величины питающего АД напряжения в переходных процессах [5, 6]. В данной монографии исследуется, как при мягком пуске и торможении изменяются потери энергии в АД, его нагрев и другие величины.

Современные системы частотного управления асинхронными электроприводами разделяют на скалярные и векторные. При умеренных требованиях к динамическим показателям и диапазону регулирования скорости, что характерно для большинства промышленных механизмов, использование скалярных систем частотного управления АД является разумным техническим решением. В то же время в электроприводах с высокими требованиями к динамике применяют векторные системы управления.

Частотно-регулируемые электроприводы имеют ограничение на величину тока и момента в переходном процессе. В большинстве случаев эта величина устанавливается на уровне 1,5 от номинальной в течение 30–60 с, хотя для промежутков времени 2–10 с она может быть 2 и более [7]. В силу нелинейной зависимости между током статора и моментом АД представляет интерес определить, каким будет момент асинхронного двигателя при данном ограничении тока статора для разных законов скалярного частотного управления. Эти вопросы тоже рассматриваются в монографии.

Динамика регулируемого электропривода при скалярном частотном управлении определяется параметрами электропривода и законом изменения управляющего воздействия в переходном процессе. В монографии исследуются электромеханические переходные процессы асинхронного частотно-регулируемого электропривода со стабилизацией потокосцепления при линейном, экспоненциальном, S-образном и параболическом задании частоты в переходном процессе, а также анализируются механические переходные процессы при постоянном напряжении и переменной частоте. Эти вопросы, представляющие практический интерес для специалистов, пока что не отражены в научно-технической литературе.

Особенности использования скалярного частотного управления для экономичного регулирования турбомеханизмов также изложены в данной монографии.

Несмотря на то, что прошло 100 лет с того времени, когда Кремер и Шербиус предложили регулирование скорости асинхронных двигателей в каскадных схемах, эти способы регулирования продолжают развиваться и совершенствоваться в различных применениях. В монографии исследуется согласованное вращение асинхронных электроприводов на основе электрического каскада с рекуперацией энергии скольжения. Рассмотрены также характеристики и свойства вентильного двигателя на основе СДПМ и векторного управления и БДПТ со скалярным управлением.

Излагаемые в монографии вопросы базируются, в основном, на исследованиях самих авторов и лиц, с которыми они проводили эти исследования, что отражено в ссылках на первоисточники.

ГЛАВА 1. ХАРАКТЕРИСТИКИ И СВОЙСТВА АСИНХРОННЫХ ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ВЕЛИЧИНЫ НАПРЯЖЕНИЯ И ПОСТОЯННОЙ ЧАСТОТЕ

1.1. Способы регулирования скорости электроприводов переменного тока

С энергетической точки зрения регулирование скорости или момента электродвигателя означает изменение механической мощности

$$P_{\text{мк}} = M\omega, \quad (1.1)$$

где M и ω – это электромагнитный момент и угловая скорость двигателя.

Полная механическая мощность $P_{\text{мк}}$ равна разности электромагнитной мощности $P_{\text{эм}}$ и переменных потерь мощности $\Delta P_{\text{пер}}$, обусловленных протеканием тока по обмоткам двигателя, т. е.

$$P_{\text{мк}} = P_{\text{эм}} - \Delta P_{\text{пер}} = M\omega_0 - \Delta P_{\text{пер}}, \quad (1.2)$$

где ω_0 – угловая скорость идеального холостого хода.

Это выражение показывает возможности регулирования скорости электродвигателей. При неизменных параметрах источника питания электродвигателя ($\omega_0 = \text{const}$) регулирование скорости при $M = \text{const}$ можно осуществить за счет изменения потерь мощности $\Delta P_{\text{пер}}$ в силовой цепи. Если имеется управляемый источник питания, то с его помощью можно изменять величину электромагнитной мощности $P_{\text{эм}}$ ($P_{\text{эм}} = M\omega_0; \omega_0 = \text{var}$) и осуществить регулирование для $M = \text{const}$ при $\Delta P_{\text{пер}} = \text{const}$.

В связи с этим все способы регулирования скорости электродвигателей принципиально можно разделить на две группы. Первая группа включает все

способы, где скорость идеального холостого хода ω_0 электродвигателя остается постоянной. Для асинхронных двигателей это означает неизменную частоту питающего двигатели напряжения, хотя величина напряжения и параметры силовой цепи АД могут изменяться в широких пределах. При постоянном электромагнитном моменте потери мощности в силовой цепи АД пропорциональны скольжению s :

$$\Delta P_{\text{пер}} = \left(1 + \frac{R_1}{R'_2} \right) \cdot M \omega_0 s, \quad (1.3)$$

поэтому угловая скорость регулируется за счет изменения скольжения s :

$$\omega = \omega_0 (1 - s), \quad (1.4)$$

где R_1 и R'_2 – активное сопротивление одной фазы обмотки статора и приведенное активное сопротивление одной фазы обмотки ротора АД.

Регулирование скорости АД за счет изменения скольжения неэкономичное, к. п. д. двигателя примерно обратно пропорционален диапазону регулирования скорости. Все же из-за простоты реализации регулирование скорости за счет изменения скольжения еще применяется и в настоящее время: реостатное регулирование асинхронных двигателей с фазным ротором (ступенчатое в разомкнутых системах и импульсное в замкнутых), регулирование величины напряжения при постоянной частоте – система “регулятор напряжения – асинхронный двигатель” (система РН – АД). Следует заметить, что система РН – АД в настоящее время применяется в асинхронных электроприводах в основном для уменьшения потерь в установившихся режимах при переменной нагрузке и в качестве устройств мягкого пуска и торможения. Что касается регулирования скорости, то система РН – АД может обеспечить жесткие механические характеристики только при наличии обратной связи по скорости, при этом из-за потерь мощности, пропорциональных снижению скорости, работа двигателя на низких скоростях в системе РН – АД при постоянном моменте возможна только кратковременно. Как вариант регулируемого электропривода, система РН – АД может рассматриваться для привода турбомеханизмов, где статический момент зависит от скорости.

Регулирование скорости асинхронных электроприводов за счет изменения скольжения называют параметрическим регулированием.

Вторая группа охватывает способы, где скорость идеального холостого хода ω_0 электродвигателя изменяется с помощью управляющего воздействия. Из асинхронных электроприводов ко второй группе относятся: электроприводы с полюсно-переключаемыми (многоскоростными) АД, частотно-регулируемые электроприводы и каскадные схемы. В способах регулирования скорости второй группы потери мощности в силовой цепи при данном моменте пропорциональны отклонению скорости ротора ω от скорости идеальной.

ного холостого хода ω_0 электродвигателя. Поэтому эти способы называют энергетическими.

1.2. Система электропривода “регулятор напряжения – асинхронный двигатель”

1.2.1. Снижение потерь мощности при малых нагрузках

Полупроводниковые регуляторы напряжения при регулировании величины напряжения искажают синусоидальную форму кривой. В результате на выходе регулятора напряжения, кроме первой, присутствуют и высшие гармоники. Но средний электромагнитный момент АД определяется первой гармоникой напряжения. Влияние высших гармоник невелико и им можно пренебречь при оценке электромеханических свойств электропривода в установленном режиме. Высшие гармоники напряжения создают дополнительные потери мощности и помехи в системах управления и регулирования. Уровень помех от высших гармоник не должен превышать допустимых пределов, устанавливаемых национальными и международными стандартами.

Посмотрим на систему “регулятор напряжения – асинхронный двигатель” (РН – АД) как на устройство, позволяющее уменьшить потери мощности в асинхронном двигателе, работающем при переменной нагрузке (рис. 1.1). Потери мощности в электродвигателе ΔP условно разделяют на “постоянные” $\Delta P_{\text{пост}}$ (не зависящие от нагрузки) и “переменные” $\Delta P_{\text{пер}}$ (зависящие от нагрузки):

$$\Delta P = \Delta P_{\text{пост}} + \Delta P_{\text{пер}}. \quad (1.5)$$

К постоянным потерям мощности относят: потери в стали $\Delta P_{\text{ст}}$, механические потери $\Delta P_{\text{мх}}$ и потери в статорной обмотке ΔP_{μ} от протекания намагничивающего тока I_{μ} :

$$\Delta P_{\text{пост}} = \Delta P_{\text{ст}} + \Delta P_{\text{мх}} + \Delta P_{\mu}. \quad (1.6)$$

При переменной частоте f_1 питающего АД напряжения и переменном магнитном потоке Φ потери в стали выражаются зависимостью [31]:

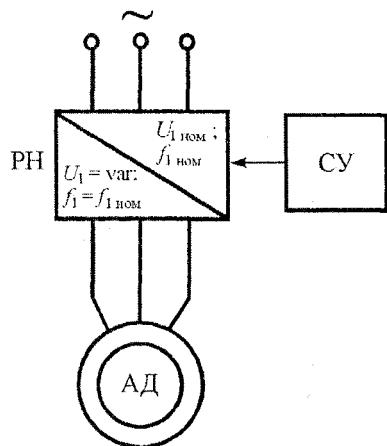


Рис. 1.1. Система РН – АД

$$\Delta P_{ct} = \Delta P_{ct, nom} \left(\frac{\Phi}{\Phi_{nom}} \right)^2 \left(\frac{f_1}{f_{1 nom}} \right)^q, \quad (1.7)$$

где $q = 1,3 \div 1,5$;

$\Phi_{nom}, f_{1 nom}$ – номинальные значения магнитного потока и частоты АД.

В системе РН – АД частота f_1 равна номинальной, тогда

$$\Delta P_{ct} = \Delta P_{ct, nom} \left(\frac{\Phi}{\Phi_{nom}} \right)^2. \quad (1.8)$$

Потери от протекания намагничивающего тока I_μ по обмоткам статора трехфазного АД

$$\Delta P_\mu = 3I_\mu^2 R_1 = 3I_{\mu nom}^2 R_1 \left(\frac{I_\mu}{I_{\mu nom}} \right)^2 = \Delta P_{\mu nom} \left(\frac{I_\mu}{I_{\mu nom}} \right)^2, \quad (1.9)$$

где

$$\Delta P_{\mu nom} = 3I_{\mu nom}^2 R_1. \quad (1.10)$$

Механические потери мощности ΔP_{mx} имеют сложную зависимость от скорости ω , составляющие которых пропорциональны первой, второй и третьей степени скорости. Но из-за того, что в этих потерях преобладает составляющая вентиляционных потерь [8, 9], приближенно их принимают пропорциональными квадрату скорости

$$\Delta P_{mx} \approx \Delta P_{mx, nom} \left(\frac{\omega}{\omega_{nom}} \right)^2. \quad (1.11)$$

Пренебрегая в первом приближении насыщением магнитной системы АД, можем принять

$$\Delta P_\mu \approx \Delta P_{\mu, nom} \left(\frac{\Phi}{\Phi_{nom}} \right)^2. \quad (1.12)$$

Теперь постоянные потери мощности можно записать в виде:

$$\Delta P_{post} = (\Delta P_{ct} + \Delta P_\mu)_{nom} \left(\frac{\Phi}{\Phi_{nom}} \right)^2 + \Delta P_{mx, nom} \left(\frac{\omega}{\omega_{nom}} \right)^2. \quad (1.13)$$

Если принять

$$U_1 \approx E = c f_1 \Phi \quad (1.14)$$

и обозначить

$$\gamma = \frac{U_1}{U_{1 nom}}, \quad (1.15)$$

то

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_{1 \text{ nom}}} = \frac{U_1}{U_{1 \text{ nom}}} = \gamma \quad (1.16)$$

и

$$\Delta P_{\text{пост}} = (\Delta P_{\text{ст}} + \Delta P_{\mu})_{\text{ном}} \cdot \gamma^2 + \Delta P_{\text{мх}}. \quad (1.17)$$

Переменные потери мощности определяются выражением (1.3), т. е. они пропорциональны электромагнитному моменту M , который в установившемся режиме равен статическому. Известно, что к. п. д. электродвигателя принимает максимальное значение, когда переменные потери мощности равны постоянным. Если АД работает при переменной нагрузке, то для его эффективной работы следует при, например, снижении нагрузки (статического момента), когда уменьшаются переменные потери, одновременно уменьшать и постоянные потери, что возможно за счет снижения величины подводимого к статору напряжения U_1 .

Эти возможности экономичной работы АД при переменной нагрузке вытекают из закона частотного управления M . П. Костенко для идеализированного асинхронного двигателя [15, 16]:

$$\frac{U_1}{U_{1 \text{ nom}}} = \frac{f_1}{f_{1 \text{ nom}}} \sqrt{\frac{M_c}{M_{c, \text{nom}}}}. \quad (1.18)$$

При $f_1 = f_{1 \text{ nom}}$, что соответствует системе РН – АД, имеем

$$\gamma = \sqrt{\mu_c}, \quad (1.19)$$

где

$$\mu_c = \frac{M_c}{M_{c, \text{nom}}}, \quad (1.20)$$

μ_c – относительная величина статического момента.

Как показал А. А. Булгаков в своих работах [16], закон частотного управления М. П. Костенко является законом экономичного регулирования для всех электрических машин. Из (1.19) вытекает, что для экономичного регулирования АД при переменной нагрузке и $f_1 = \text{const}$ необходимо подводимое к двигателю напряжение изменять пропорционально корню квадратному из относительного статического момента.

Для АД малой и средней мощности

$$(\Delta P_{\text{ст}} + \Delta P_{\mu})_{\text{ном}} = (0,2 \div 0,4) \Delta P_{\text{ном}}, \quad (1.21)$$

где

$$\Delta P_{\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}} (1 - \eta_{\text{ном}})}{\eta_{\text{ном}}}, \quad (1.22)$$

$\Delta P_{\text{ном}}$ – номинальные потери мощности электродвигателя,
 $P_{\text{ном}}$, $\eta_{\text{ном}}$ – номинальные мощность и к. п. д. АД.

Если учесть, что АД являются главными потребителями электрической энергии и работают часто значительное время с малой нагрузкой, иногда близкой к холостому ходу, то на основании (1.17), (1.19) и (1.21) можно видеть, что имеется значительный резерв в экономии электроэнергии при использовании системы РН – АД. Предлагаемые на рынке нередко преобразователи с поисковыми системами минимума тока статора представляют собой не что иное, как усложненное техническое решение соотношения (1.19).

Вторым назначением системы РН – АД является использование ее для мягкого пуска и торможения асинхронных короткозамкнутых двигателей.

1.3. Мягкий пуск и мягкое торможение асинхронных короткозамкнутых двигателей

1.3.1. Основные положения

Для снижения пусковых и тормозных токов асинхронных короткозамкнутых двигателей и смягчения или устранения ударов в механических передачах электроприводов и в трубопроводах в настоящее время широко рекламируются устройства мягкого пуска и торможения, позволяющие изменять с помощью регулятора подводимое к двигателю напряжение [5–7]. При этом одновременно с положительным фактором уменьшения пусковых токов следует учитывать возрастание потерь энергии в АД по сравнению с прямым пуском. В рекламных материалах по мягкому пуску АД этот факт замалчивается, а иногда и искажается. Поэтому представляет интерес исследовать влияние изменения напряжения АД на величину потерь энергии в переходных процессах, а следовательно, на нагрев двигателя, принимая во внимание закон изменения напряжения в переходном процессе. Необходимо отметить, что в [10] описано общее влияние изменения напряжения на энергетику переходного процесса асинхронного электропривода, а в [11] показано влияние мягкого пуска на нагревание клетки ротора АД.

Здесь ставится задача получения аналитических зависимостей скорости и потерь энергии в переходных процессах при линейном и экспоненциальном законах изменения напряжения и постоянном статическом моменте, что характерно для таких производственных механизмов как транспортеры, подъемники, мельницы, бумагоделательные машины, компрессоры и т. п. При аналитическом исследовании процессов мягкого пуска и торможения будем учитывать только механические переходные процессы электропривода и потери энергии от переменных потерь мощности, что является общепринятым при оценке энергетических показателей АД при прямом питании от сети [12]. Кроме того, известно, что плавное изменение напряжения в переходном процессе заметно уменьшает влияние электромагнитных процессов [13]. Из-за того, что электромагнитный момент АД пропорционален квадрату напряже-

ния, не представляется возможным найти точное аналитическое решение уравнения движения электропривода даже для простейших функциональных зависимостей величины напряжения от времени. Поэтому механические переходные процессы электропривода будем рассчитывать по среднему электромагнитному моменту АД для изменяющейся величины напряжения и по кусочно-линейной аппроксимации механической характеристики двигателя для номинального напряжения [49].

1.3.2. Основные соотношения для потерь энергии в переходном процессе электропривода с асинхронным короткозамкнутым двигателем

Потери энергии в роторе АД при пуске определяются интегралом

$$\Delta A_2 = \int_0^{t_n} M \omega_0 s dt, \quad (1.23)$$

где t_n – время пуска,

M , ω_0 – электромагнитный момент и синхронная угловая скорость, s – скольжение.

Принимаем статический момент M_c постоянным, тогда

$$M = M_c + M_{дин} = M_c + J \frac{d\omega}{dt}, \quad (1.24)$$

где J – суммарный момент инерции электропривода, приведенный к валу двигателя.

Подставляя (1.24) в (1.23), находим

$$\Delta A_2 = J \omega_0 \int_0^{\omega_c} s d\omega + M_c \omega_0 \int_0^{t_n} s dt, \quad (1.25)$$

где ω_c – статическая угловая скорость, соответствующая моменту M_c на естественной механической характеристике АД.

Используя (1.24) в (1.25), получаем потери энергии в роторе АД за время пуска

$$\Delta A_{2n} = \frac{J \omega_0^2}{2} (1 - s_c^2) + M_c \omega_0 t_n - M_c \int_0^{t_n} \omega dt. \quad (1.26)$$

Полагаем динамический момент электропривода в переходном процессе постоянным, равным среднему значению

$$M_{дин} = M_{дин.ср} = M_{п.ср} - M_c, \quad (1.27)$$

где $M_{п.ср}$ – средний пусковой момент, определяемый на основе кусочно-линейной аппроксимации естественной механической характеристики как

$$M_{n, cp} = \frac{1}{2} \left[M_k + M_c + \frac{1-s}{1-s_c} (M_n - M_c) \right], \quad (1.28)$$

M_k, M_n – критический и пусковой моменты асинхронного двигателя, s_k, s_c – критическое скольжение и скольжение, соответствующее статической угловой скорости ω_c .

Из решения уравнения движения электропривода

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_{n, cp} - M_c \quad (1.29)$$

следует, что

$$\omega = \varepsilon_{cp} t \quad (1.30)$$

и

$$\int_0^{t_n} \omega dt = \omega_c \frac{t_n}{2} = \omega_{cp} t_n, \quad (1.31)$$

где

$$\varepsilon_{cp} = \frac{M_{din, cp}}{J} = \frac{M_{n, cp} - M_c}{J}, \quad (1.32)$$

$$\omega_{cp} = \frac{\omega_c}{2}, \quad (1.33)$$

$\varepsilon_{cp}, \omega_{cp}$ – средние угловое ускорение и угловая скорость АД во время пуска электропривода.

Это позволяет найти выражение для вычисления потерь энергии в роторе АД за время пуска

$$\Delta A_{2n} = \frac{J \omega_0^2}{2} (1 - s_c^2) + M_c t_n (\omega_0 - \omega_{cp}), \quad (1.34)$$

где

$$t_n = \frac{J \omega_c}{M_{din, cp}}, \quad (1.35)$$

$$s_c = \frac{\omega_0 - \omega_c}{\omega_0}. \quad (1.36)$$

Потери энергии в статоре АД при прямом пуске и принятых допущениях

$$\Delta A_{1n} = \Delta A_{2n} \frac{R_1}{R'_2}. \quad (1.37)$$

Для удобства анализа, вычислений и компактности записи введем относительный статический момент при пуске

$$\mu_c = \frac{M_c}{M_{n, cp}}, \quad (1.38)$$

тогда потери энергии при прямом пуске асинхронного электропривода можно представить в виде:

$$\Delta A_{\pi} = \Delta A_{1\pi} + \Delta A_{2\pi} = \left(1 + \frac{R_1}{R'_2}\right) \frac{J\omega_0^2}{2} \cdot \frac{1 - s_c^2}{1 - \mu_c}. \quad (1.39)$$

Обозначив

$$A_0 = \left(1 + \frac{R_1}{R'_2}\right) \frac{J\omega_0^2}{2}, \quad (1.40)$$

получим относительные потери энергии при прямом пуске электропривода

$$\delta A_{\pi} = \frac{\Delta A_{\pi}}{A_0} = \frac{1 - s_c^2}{1 - \mu_c}. \quad (1.41)$$

А теперь посмотрим, как будут изменяться потери энергии $\Delta A_{2\gamma}$ в роторе АД и время пуска $t_{\pi\gamma}$, если напряжение U_1 будет меньше номинального, т. е.

$$U_1 = \gamma U_{\text{ном}}; \quad 0 \leq \gamma \leq 1. \quad (1.42)$$

Исходя из принятых допущений, имеем

$$M_{\pi\text{ср.}\gamma} = \gamma^2 M_{\pi\text{ср}}, \quad (1.43)$$

$$t_{\pi\gamma} = \frac{J\omega'_c}{M_{\pi\text{ср.}\gamma} - M_c}, \quad (1.44)$$

где ω'_c – статическая угловая скорость на механической характеристике АД при $\gamma < 1$, которую можно определить таким образом

$$\omega'_c = \omega_0 (1 - s'_c) = \omega_0 \frac{\gamma^2 - s_c}{\gamma^2}. \quad (1.45)$$

Теперь находим:

$$t_{\pi\gamma} = \frac{J\omega_0}{M_{\pi\text{ср}}} \cdot \frac{\gamma^2 - s_c}{\gamma^2(\gamma^2 - \mu_c)}, \quad (1.46)$$

$$t_{\pi}^* = \frac{t_{\pi\gamma}}{t_{\pi}} = \frac{(1 - \mu_c)(\gamma^2 - s_c)}{\gamma^2(1 - s_c)(\gamma^2 - \mu_c)}. \quad (1.47)$$

Следовательно, при данном μ_c время пуска электропривода возрастает при уменьшении γ . Принимая во внимание (1.26) и (1.39)–(1.44), находим относительные потери энергии при пуске электропривода с $\gamma < 1$:

$$\delta A_{\pi\gamma} = \frac{\Delta A_{\pi\gamma}}{A_0} = \frac{\gamma^4 - s_c^2}{\gamma^2(\gamma^2 - \mu_c)}, \quad (1.48)$$

а также отношение потерь энергии при $\gamma < 1$ к потерям энергии при $\gamma = 1$:

$$\Delta A_{\text{п}}^* = \frac{\Delta A_{\text{п}, \gamma}}{\Delta A_{\text{п}}} = t_{\text{п}}^* \frac{\gamma^2 + s_c}{1 + s_c}. \quad (1.49)$$

Выражение (1.49) показывает, что при уменьшении γ одновременно с возрастанием времени пуска увеличиваются потери энергии по сравнению с прямым пуском АД. Очевидно, что разгон электропривода возможен, если $\gamma > \sqrt{\mu_c}$.

При полном напряжении питания основным тормозным режимом асинхронного короткозамкнутого двигателя является режим противовключения, поскольку динамическое торможение на всем диапазоне скоростей, кроме скорости, близкой к нулю, дает тормозной момент, составляющий единицы и доли процента от номинального. Средний тормозной момент АД в режиме противовключения можно оценить величиной

$$M_{\text{т.ср}} \approx 0,95 M_{\text{п}}. \quad (1.50)$$

Время торможения электропривода определяется как:

$$t_{\text{т}} = \frac{J\omega_c}{M_{\text{т.ср}}(1 + \mu_t)}, \quad (1.51)$$

где

$$\mu_t = \frac{M_c}{M_{\text{т.ср}}}, \quad (1.52)$$

μ_t – относительная величина статического момента при торможении.

Учитывая, что при торможении АД противовключением

$$\omega_0 < 0; \quad M < 0; \quad M_c > 0; \quad s > 1,$$

на основании (1.23) с использованием (1.24), (1.51) и (1.52) можем определить относительные потери энергии электропривода при торможении

$$\delta A_{\text{т}} = \frac{\Delta A_{\text{т}}}{A_0} = (3 - s_c) \left(1 - s_c - \frac{\mu_t}{1 + \mu_t} \right), \quad (1.53)$$

которые, как видно, уменьшаются с увеличением статического момента.

Если торможение противовключением будет происходить при пониженном напряжении ($\gamma < 1$), то время торможения

$$t_{\text{т}, \gamma} = \frac{J\omega_c}{M_{\text{т.ср}}(\gamma^2 + \mu_t)} \quad (1.54)$$

увеличивается, а относительные потери энергии

$$\delta A_{\text{т}, \gamma} = \frac{\Delta A_{\text{т}, \gamma}}{A_0} = (3 - s_c) \left(1 - s_c - \frac{\mu_t}{\gamma^2 + \mu_t} \right) \quad (1.55)$$

уменьшаются по сравнению с $\gamma = 1$.

1.3.3. Потери энергии при мягком пуске и торможении электропривода

При использовании устройств мягкого пуска и торможения асинхронных короткозамкнутых двигателей напряжение в переходном процессе плавно изменяется по определенному, чаще всего линейному, закону. Поэтому рассмотрим сначала процессы пуска и торможения электропривода с асинхронным короткозамкнутым двигателем для линейного закона изменения относительного напряжения. Пусть

$$\gamma = \gamma_{\text{нач}} + at, \quad (1.56)$$

где

$$a = \frac{1 - \gamma_{\text{нач}}}{t_0}, \quad (1.57)$$

$\gamma_{\text{нач}}$ – начальное значение относительного напряжения,

t_0 – время линейного изменения γ ,

t – текущее значение времени.

При переменном γ среднее значение пускового момента АД можно записать в виде

$$M_{\text{п.}\gamma} = \gamma^2 M_{\text{п.ср}} = (\gamma_{\text{нач}} + at)^2 M_{\text{п.ср}}. \quad (1.58)$$

При $M_c = \text{const}$ движение электропривода начнется, если $M_{\text{п.}\gamma} - M_c > 0$. На основании этого из (1.58) находим время задержки движения

$$t_3 = \frac{\sqrt{\mu_c} - \gamma_{\text{нач}}}{a}. \quad (1.59)$$

Как видно из (1.59), можно подобрать такое $\gamma_{\text{нач}}$, чтобы время задержки было равно нулю. Но для этого необходимо иметь датчик, который будет определять величину статического момента до начала движения, что представляет определенные трудности. Поэтому в условиях работы электропривода, когда статический момент может изменяться от минимального до максимального значений, при отсутствии датчика статического момента приходится принимать $\gamma_{\text{нач}} = 0$, тогда

$$\gamma = at, \quad (1.60)$$

$$a = \frac{1}{t_0}, \quad (1.61)$$

$$t_3 = t_0 \sqrt{\mu_c}. \quad (1.62)$$

При этих условиях мы будем рассматривать мягкий пуск электропривода и сопутствующие ему потери энергии. Вводя обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \tau_3 &= \frac{t_3}{t_0}; & v &= \frac{\omega}{\omega_0}; & x &= \frac{t - t_3}{t_0}; \\ \varepsilon_c &= \frac{M_c}{J}; & m &= \frac{\varepsilon_c t_0}{\omega_0}, \end{aligned} \right\} \quad (1.63)$$

на основании (1.29) с учетом (1.58), (1.60)–(1.62), получим уравнение движения электропривода в относительных единицах

$$\frac{dv}{dx} = \frac{m}{\mu_c} \left[(\tau_3 + x)^2 - \mu_c \right], \quad (1.64)$$

решение которого для интервала $0 \leq x \leq x_0 = 1 - \tau_3$ имеет вид

$$v(x) = m \left[\frac{1}{3\mu_c} (\tau_3 + x)^3 - x - \frac{\tau_3^3}{3\mu_c} \right]. \quad (1.65)$$

Это позволяет, используя (1.25), (1.37) и (1.40), получить выражения относительных потерь энергии как функции независимой переменной (относительного времени) на интервале задержки

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \tau &= \frac{t}{t_0} \leq \tau_3, \\ \delta A_{n1}(\tau) &= \frac{\Delta A_{n1}}{A_0} = 2m\tau \end{aligned} \right\} \quad (1.66)$$

и на интервале движения

$$\delta A_{n2}(x) = 1 - s^2(x) + 2m \left\{ x - m \left[\frac{(\tau_3 + x)^4 - \tau_3^4}{12\mu_c} - \frac{x^2}{2} - \frac{\tau_3 x}{3\mu_c} \right] \right\}, \quad (1.67)$$

где $s(x) = 1 - v(x)$.

При этом из (1.66) и (1.67) следует, что относительные потери энергии в конце интервала задержки и линейного изменения γ соответственно принимают значения:

$$\delta A_{n1}(\tau_3) = 2m\tau_3, \quad (1.68)$$

$$\delta A_{n2}(x_0) = 1 - s^2(x_0) + 2m \left\{ x_0 - m \left[\frac{1 - \tau_3^4}{12\mu_c} - \frac{\tau_3 x_0}{3\mu_c} - \frac{x_0^2}{2} \right] \right\}, \quad (1.69)$$

где $s(x_0) = 1 - v(x_0)$.

Исследование дальнейшего процесса разгона электропривода при достижении номинального напряжения (т. е. при $\gamma = 1$, $t = t_0$, $x_0 = 1 - \tau_3$) будет зависеть

сеть от того, на какую точку естественной механической характеристики выходит скорость $\omega(t_0)$ (рис. 1.2). Если $\omega(t_0) < \omega_k$, то механический переходный процесс электропривода рассчитывается по кусочно-линейной аппроксимации механической характеристики АД:

1) На интервале $A - B$, т. е. при

$$\omega_k \geq \omega \geq \omega(t_0), \quad t_0 \leq t \leq t_0 + t_k,$$

$$0 \leq y = \frac{t - t_0}{t_0} \leq y_0 = \frac{t_k}{t_0},$$

относительная скорость АД определяется уравнением

$$v(y) = \frac{\omega}{\omega_0} = q_2 e^{y/\tau_1} - q_1, \quad (1.70)$$

где

$$q_1 = \frac{(1 - s_k)(\lambda_n - K_c)}{\lambda_m - \lambda_n}, \quad (1.71)$$

$$q_2 = q_1 + v(x_0), \quad (1.72)$$

$$\tau_1 = \frac{J\omega_0}{M_{\text{ном}} t_0} \cdot \frac{1 - s_k}{\lambda_m - \lambda_n}, \quad (1.73)$$

$$y_0 = \tau_1 \ln \frac{1 - s_k + q_1}{v(x_0) + q_1}, \quad (1.74)$$

$$\lambda_m = \frac{M_k}{M_{\text{ном}}}; \quad \lambda_n = \frac{M_n}{M_{\text{ном}}}; \quad K_c = \frac{M_c}{M_{\text{ном}}}, \quad (1.75)$$

s_k, ω_k — критическое скольжение и критическая угловая скорость АД, M_k — критический момент;

t_k — время изменения скорости на интервале А — В, равное $t_k = t_0 \cdot y_0$,

λ_m, λ_n — кратности критического (максимального) и пускового моментов АД, K_c — относительная (по отношению к номинальному) величина статического момента.

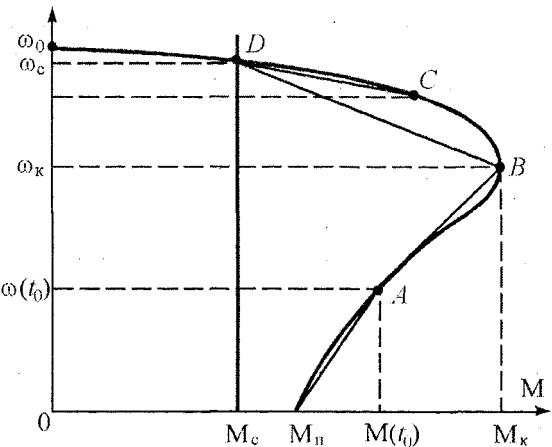


Рис. 1.2. Возможные точки на естественной механической характеристике АД в конце линейного изменения напряжения при разгоне электропривода

На этом интервале относительные потери энергии как функцию независимой переменной y (относительного времени на промежутке $A - B$) можно представить выражением:

$$\delta A_{n,3}(y) = s^2(x_0) - s^2(y) + 2m(1+q_1)y - 2m\tau_1 q_2(e^{y/\tau_1} - 1), \quad (1.76)$$

где

$$s(x_0) = 1 - v(x_0), \quad s(y) = 1 - v(y).$$

При достижении критической скорости ω_k , т. е. при $y = y_0$, относительные потери энергии будут равны:

$$\delta A_{n,3}(y_0) = s^2(x_0) - s_k^2 + 2m(1+q_1)y_0 - 2m\tau_1[s(x_0) - s_k]. \quad (1.77)$$

2) На интервале $B - D$, т. е. при

$$\omega_c \geq \omega \geq \omega_k; \quad t_0 + t_k \leq t \leq t_0 + t_k + t_c \quad \text{или} \quad 0 \leq z = \frac{t - (t_0 + t_k)}{t_0} \leq z_0,$$

относительная скорость АД определяется выражением

$$v(z) = 1 - s_c - (s_k - s_c)e^{-z/\tau_2}, \quad (1.78)$$

где

$$\tau_2 = \frac{J\omega_0}{M_{hom}t_0} \cdot \frac{s_k - s_c}{\lambda_m - K_c}, \quad (1.79)$$

$$z_0 = 4\tau_2, \quad (1.80)$$

а относительные потери энергии как функция независимой переменной z (относительного времени на промежутке $B - D$) записываются в виде

$$\delta A_{n,4}(z) = s_k^2 - s_c^2 + 2ms_c z + 2m\tau_2(s_k - s_c)(1 - e^{-z/\tau_2}), \quad (1.81)$$

где $s(z) = 1 - v(z)$,

t_c время изменения скорости на интервале $B - D$, равное $t_c = t_0 z_0$.

При $z = z_0$ эти потери имеют величину

$$\delta A_{n,4}(z_0) = s_k^2 - s_c^2 + 2m\tau_2(s_k + 3s_c). \quad (1.82)$$

Если же $\omega(t_0) > \omega_k$, что соответствует точке C на рис. 1.2, то $v(x_0) + s_k > 1$ и относительная скорость АД на интервале $C - D$

$$0 \leq u = \frac{t - t_0}{t_0} \leq u_0 = 4\tau_m$$

описывается уравнением

$$v(u) = 1 - s_c - [v(x_0) - s_c]e^{-u/\tau_m}, \quad (1.83)$$

где

$$u_0 = 4\tau_m, \quad (1.84)$$

$$\tau_m = \frac{\mu_c [s(x_0) - s_c]}{m(1 - \mu_c)}, \quad (1.85)$$

$$s(x_0) = 1 - v(x_0).$$

При этом относительные потери энергии как функция независимой переменной u (относительного времени на промежутке $C - D$) выражаются зависимостью

$$\delta A_{n,5}(u) = s^2(x_0) - s^2(u) + 2ms_c u + 2m\tau_m[v(u) - v(x_0)]\left(1 - e^{-u/\tau_m}\right), \quad (1.86)$$

где $s(u) = 1 - v(u)$.

При $u = u_0$ имеем

$$\delta A_{n,5}(u_0) = s^2(x_0) - s_c^2 + 2m\tau_m[s(x_0) + 3s_c]. \quad (1.87)$$

Теперь можно записать суммарные относительные потери энергии при пуске и линейном изменении γ :

1) для случая, когда $\omega(t_0) < \omega_k$ или $v(x_0) + s_k < 1$:

$$\delta A_{n,\Sigma} = \delta A_{n,1}(\tau) + \delta A_{n,2}(x) + \delta A_{n,3}(y) + \delta A_{n,4}(z); \quad (1.88)$$

2) для случая, когда $\omega(t_0) > \omega_k$ или $v(x_0) + s_k > 1$:

$$\delta A_{n,\Sigma} = \delta A_{n,1}(\tau) + \delta A_{n,2}(x) + \delta A_{n,5}(u). \quad (1.89)$$

Потери энергии при пуске можно выразить также по отношению к потерям при прямом пуске электропривода

$$\Delta A_n^* = \frac{\Delta A_{n,\Sigma}}{\Delta A_n(\gamma=1)} = \delta A_{n,\Sigma} \cdot \frac{1 - \mu_c}{1 - s_c^2}. \quad (1.90)$$

Просуммировав (1.68), (1.69), (1.77) и (1.82), найдем общие относительные потери энергии при разгоне электропривода, когда $v(x_0) + s_k < 1$:

$$\begin{aligned} \delta A_{\Sigma,1} = 1 - s_c^2 + 2m \left\{ 1 - m \left(\frac{1 - \tau_3^4}{12\mu_c} - \frac{\tau_3 x_0}{3\mu_c} - \frac{x_0^2}{2} \right) + \right. \\ \left. + (1 + q_1)v_0 - \tau_1[s(x_0) - s_k] + \tau_2(s_k + 3s_c) \right\} \end{aligned} \quad (1.91)$$

Для второго случая, когда $v(x_0) + s_k > 1$, соответственно имеем

$$\delta A_{\Sigma,2} = 1 - s_c^2 + 2m \left\{ 1 - m \left(\frac{1 - \tau_3^4}{12\mu_c} - \frac{\tau_3 x_0}{3\mu_c} - \frac{x_0^2}{2} \right) + \tau_m[s(x_0) + 3s_c] \right\}. \quad (1.92)$$

Мягкий пуск асинхронного привода сопровождается возрастанием потерь энергии, поэтому время t_0 линейного нарастания напряжения следует выбирать, согласуясь с временем t_n прямого пуска электропривода

$$t_0 = nt_n, \quad (1.93)$$

где $n > 1$.

В связи с тем, что время разгона электропривода значительно меньше постоянной времени нагрева двигателя, нагревание АД в процессе пуска можно считать адиабатическим [14], что позволяет определить температуру обмотки статора

$$\theta_{\text{кон.1}} = \theta_0 + \frac{\Delta A_1}{m_1 c_1} \quad (1.94)$$

и ротора

$$\theta_{\text{кон.2}} = \theta_0 + \frac{\Delta A_2}{m_2 c_2} \quad (1.95)$$

где

$$\Delta A_1 = \delta A_\Sigma \cdot \frac{J\omega_0^2}{2} \cdot \frac{R_1}{R_2}, \quad (1.96)$$

$$\Delta A_2 = \delta A_\Sigma \cdot \frac{J\omega_0^2}{2}, \quad (1.97)$$

ΔA_1 , ΔA_2 – потери энергии в обмотках статора и ротора в конце разгона электропривода,

c_1 , m_1 – удельная теплоемкость и масса проводникового материала обмотки статора,

c_2 , m_2 – то же обмотки ротора,

θ_0 – температура охлаждающей среды.

При этих условиях потери энергии при пуске отражают нагрев АД. В качестве примера на рис. 1.3 показаны кривые угловой скорости ω и относительных потерь энергии ΔA_n^* (по отношению к потерям при прямом пуске) при мягком пуске электропривода с асинхронным короткозамкнутым двигателем типа 4А315S4, 160 кВт, с номинальным моментом на валу, коэффициентом инерции $K_J = 1,2$ и линейным нарастанием напряжения в течение $t_0 = 2 \cdot 0,75 = 1,5$ с. В данном примере температура обмотки статора в конце пуска составляет

$$\theta_{\text{кон.1}} = 40^\circ + \frac{510676}{88 \cdot 395} = 55^\circ < \theta_{\text{доп}} = 120^\circ \text{C}.$$

Но если бы этот АД разгонял высокоинерционный механизм ($K_J = 6$) с номинальным моментом на валу при $t_0 = 3t_n = 11,15$ с, то температура обмотки статора в конце пуска составила бы 170°C , что выше предельно допустимой.

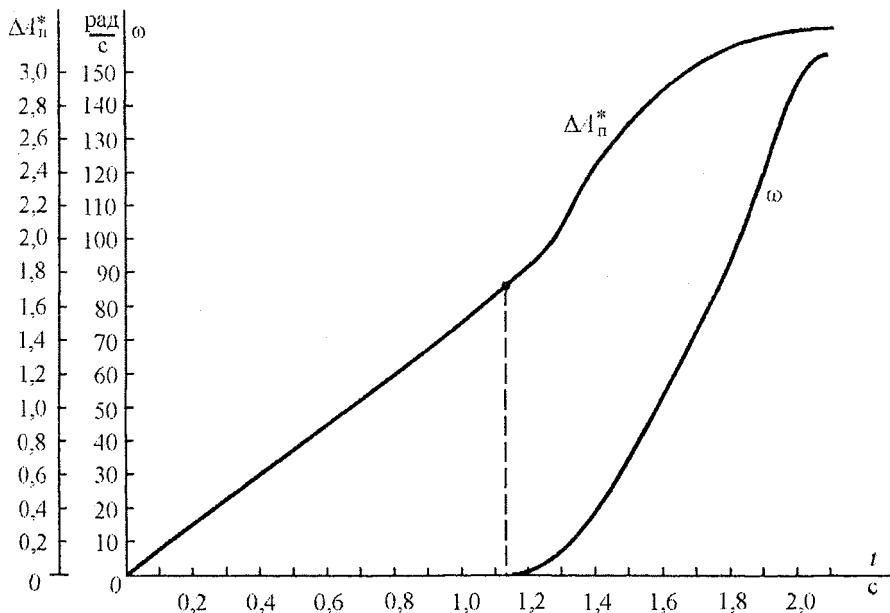


Рис. 1.3. Изменение скорости и относительных потерь энергии при пуске АД типа 4A315S4, 160 кВт с $M_c = M_{\text{ном}}$, $K_J = 1,2$ и линейном $\gamma = t/t_0$; $\gamma = U_1/U_{1\text{ном}}$; $t_0 = 1,5$ с

С целью уменьшения потерь энергии при плавном пуске и, следовательно, снижения температуры обмоток в конце разгона следует применить другой закон нарастания напряжения, например, экспоненциальный, который будет рассмотрен несколько позже.

А теперь посмотрим, как будет происходить торможение электропривода при наличии статического момента и линейном снижении напряжения

$$\gamma = 1 - at = 1 - \frac{t}{t_0} = 1 - \tau, \quad (1.98)$$

где

$$0 \leq \tau \leq \frac{t}{t_0} \leq \tau_{\text{кон}} = \frac{t_{\text{кон}}}{t_0},$$

$t_{\text{кон}}$ – полное время торможения электропривода, которое может отличаться от времени t_0 .

При постоянном статическом моменте на валу АД и непрерывно уменьшающемся напряжении торможение электропривода будет происходить в первом квадранте плоскости $\omega - M$. Уравнение движения электропривода в относительных единицах может быть представлено в виде

$$\frac{dv}{d\tau} = m(1-\tau)^2 - m. \quad (1.99)$$

Решая (1.99), находим относительную скорость ротора

$$v(\tau) = v_c - m \left[\tau - \frac{1 - (1-\tau)^3}{3} \right], \quad (1.100)$$

где

$$v_c = \frac{\omega_c}{\omega_0}. \quad (1.101)$$

Относительное время $\tau_{\text{кон}}$, при котором скорость двигателя принимает нулевое значение, определяется из решения уравнения

$$\tau_{\text{кон}} = \frac{v_c}{m} + \frac{1}{3} - \frac{(1 - \tau_{\text{кон}})^3}{3}. \quad (1.102)$$

Основываясь на (1.23) с учетом (1.24) и (1.98), можем найти зависимость относительных потерь энергии при торможении от переменной τ :

$$\delta A_t(\tau) = (m\tau)^2 - 2m\tau \left(\frac{m}{3} - s_c \right) + \frac{m^2 [1 - (1-\tau)^4]}{6} + s_c^2 - s^2(\tau), \quad (1.103)$$

где $s(\tau) = 1 - v(\tau)$.

Анализ (1.103) показывает, что при торможении со снижением напряжения потери энергии в электроприводе уменьшаются. Иллюстрацией служит рис. 1.4, где приведены кривые угловой скорости ω и потерь энергии ΔA_t^* (по отношению к потерям режима противовключения) при линейном снижении напряжения АД типа 4A315S4, 160 кВт, имеющего $M_c = M_{\text{ном}}$, $K_J = 1,2$ и $t_0 = 1,5$ с.

Возвращаемся к мягкому пуску АД при экспоненциальном возрастании напряжения

$$\gamma = 1 - e^{-t/T_1}, \quad (1.104)$$

где

$$T_1 = \frac{t_0}{4}, \quad (1.105)$$

T_1 – постоянная времени при экспоненциальном нарастании напряжения, t_0 – длительность увеличение напряжения до $U_{\text{ном}}$, которая принимается $4T_1$ (рис. 1.5).

Для экспоненциального закона возрастания напряжения время запаздывания движения равно

$$\tau_3 = \frac{t_3}{t_0} = -0,25 \ln(1 - \sqrt{\mu_c}). \quad (1.106)$$

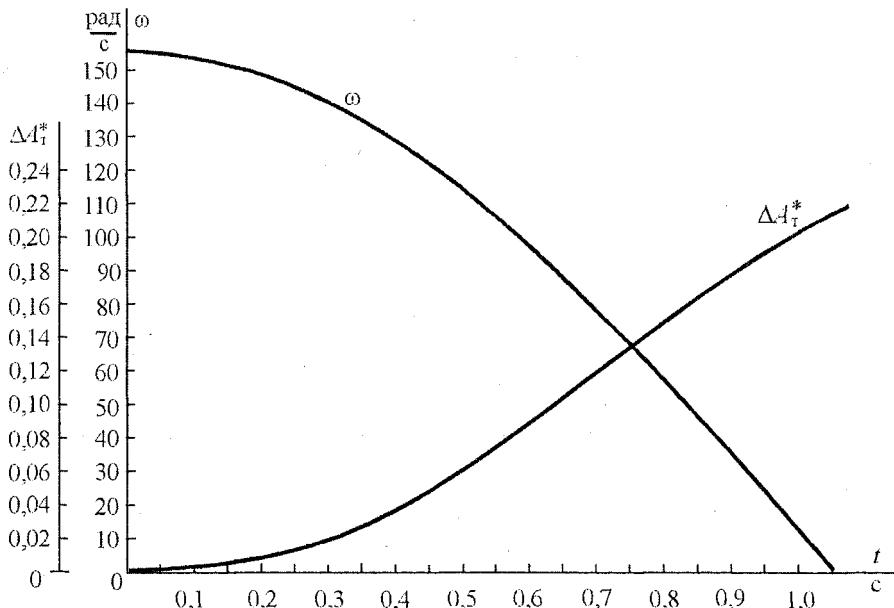


Рис. 1.4. Изменение скорости и относительных потерь энергии при торможении АД типа 4А315С4, 160 кВт с $M_c = M_{\text{ном}}$, $K_J = 1,2$ и линейном изменении γ , $t_0 = 1,5$ с

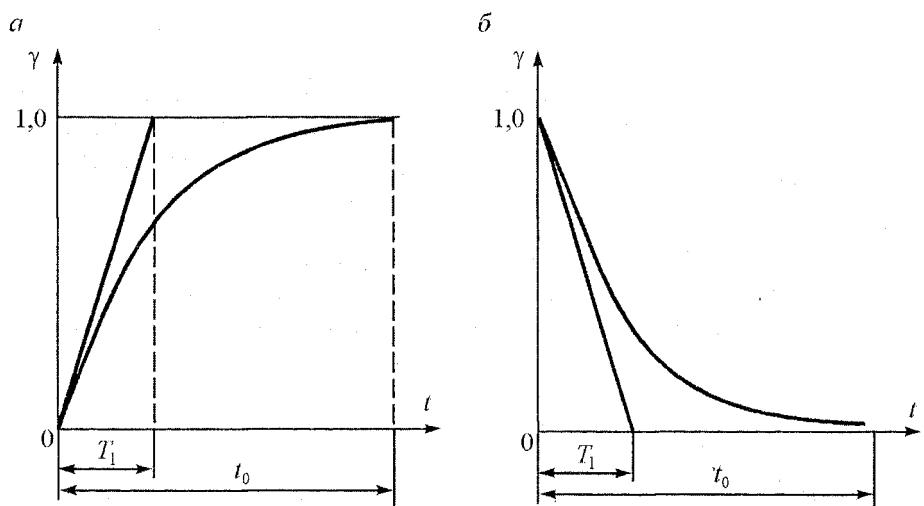


Рис. 1.5. Экспоненциальное задание напряжения при мягком пуске (а) и торможении (б)

Решая уравнение движения электропривода (1.29) с учетом (1.43), (1.63), (1.104) и (1.106), получим для интервала

$$0 \leq x = \frac{t - t_3}{t_0} \leq x_0 = 1 - \tau_3$$

уравнение относительной скорости

$$v(x) = \frac{m}{\mu_c} \left[(1 - \mu_c)x + \frac{k_1}{2} e^{-4x} - \frac{k_1^2}{8} e^{-8x} - \frac{k_1(4 - k_1)}{8} \right], \quad (1.107)$$

где

$$k_1 = e^{-4\tau_3}. \quad (1.108)$$

Используя методику определения потерь энергии для линейного изменения γ , можем найти, что относительные потери энергии при экспоненциальном возрастании γ на интервале $0 \leq x \leq x_0$ выражаются зависимостью:

$$\begin{aligned} \delta A_{n,2}(x) = & 1 - s^2(x) + 2m \left\{ x - \frac{m}{\mu_c} \left[\frac{x^2}{2} (1 - \mu_c) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{k_1}{8} (1 - e^{-4x}) - \frac{k_1^2}{64} (1 - e^{-8x}) - \frac{k_1(4 - k_1)}{8} x \right] \right\}, \end{aligned} \quad (1.109)$$

где $s(x) = 1 - v(x)$.

На интервале задержки движения $0 \leq \tau \leq \tau_3$ относительные потери энергии изменяются по линейному закону

$$\delta A_{n,1}(\tau) = 2m\tau. \quad (1.110)$$

После $x > x_0$ потери энергии при пуске электропривода определяются в зависимости от того, на какую точку естественной механической характеристики выходит скорость $v(x_0)$ (или $\omega(t_0)$ – см. рис. 1.2). Суммарные потери энергии при разгоне электропривода с экспоненциальным увеличением напряжения рассчитываются или по (1.88) или (1.89), где $\delta A_{n,1}(\tau)$ выражается (1.110), а $\delta A_{n,2}(x)$ – (1.109). Остальные составляющие сумм (1.88) и (1.89) будут прежними, поскольку они рассчитываются для номинального напряжения ($\gamma = 1$). На рис. 1.6 показаны кривые угловой скорости ω и относительных потерь энергии ΔA_n^* (по отношению к потерям при прямом пуске) при пуске вышеупомянутого электропривода, но при экспоненциальном нарастании напряжения. Из рис. 1.6 можно видеть заметное уменьшение потерь энергии по сравнению с линейным увеличением напряжения.

Если при постоянном статическом моменте напряжение на АД уменьшается по экспоненциальному закону (см. рис. 1.5, а)

$$\gamma = e^{-t/T_1} = e^{-4\tau}, \quad (1.111)$$

где

$$\tau = \frac{t}{t_0},$$

то относительная скорость двигателя определяется уравнением

$$v(\tau) = v_c + \frac{m}{8} (1 - e^{-8\tau}) - m\tau. \quad (1.112)$$

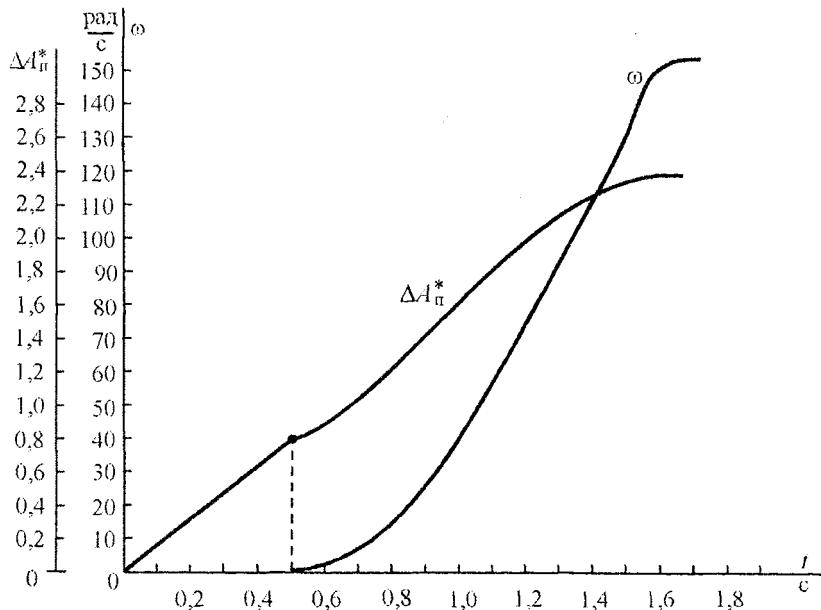


Рис. 1.6. Изменение скорости и относительных потерь энергии при пуске АД типа 4А315С4, 160 кВт с $M_c = M_{\text{ном}}$, $K_j = 1,2$ и экспоненциальном γ , $t_0 = 1,5$ с

При соблюдении неравенства

$$t_0 > \frac{8J\omega_c}{7M_c}$$

торможение АД будет происходить в первом квадранте. Относительное время торможения τ_t в этом случае находится из решения уравнения

$$v_c = m\tau_t - \frac{m}{8}(1 - e^{-8\tau_t}). \quad (1.113)$$

Можно найти, что для экспоненциального уменьшения напряжения на интервале независимой переменной $0 \leq \tau \leq \tau_t$ относительные потери энергии выражаются зависимостью (рис. 1.7):

$$\delta A_t(\tau) = s_c^2 - s^2(\tau) + 2m \left[\frac{m\tau^2}{2} - \left(\frac{m}{8} - s_c \right) \tau + \frac{m}{64} (1 - e^{-s\tau}) \right], \quad (1.114)$$

где $s(\tau) = 1 - v(\tau)$.

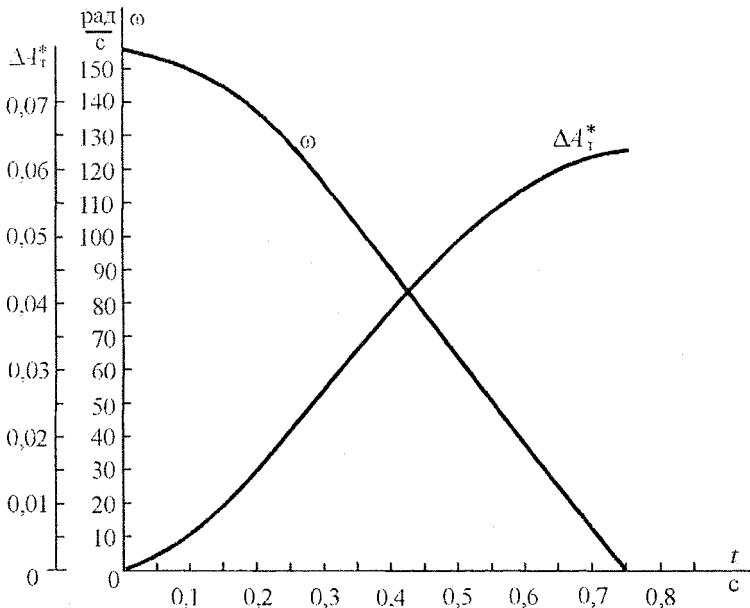


Рис. 1.7. Изменение скорости и относительных потерь энергии при торможении АД типа 4А315С4, 160 кВт с $M_c = M_{\text{ном}}$, $K_J = 1,2$ и экспоненциальному снижению напряжения, $t_0 = 1,5$ с

Как следует из рис. 1.7, потери энергии при экспоненциальном снижении напряжения будут меньше, чем при линейном (см. рис. 1.4).

Эффективность применения экспоненциального закона нарастания напряжения можно оценить по указанному ранее примеру пуска АД с высокоинерционным механизмом при $K_J = 6$, $t_0 = 11,15$ с, когда при линейном увеличении напряжения конечная температура обмотки статора равна 170 °C, а при экспоненциальном – 120 °C, что не превышает допустимую температуру.

Сравнительная оценка показателей асинхронного электропривода с АД типа 4А315С4, 160 кВт, $K_J = 1,2$; $t_0 = 1,5$ с; $M_c = M_{\text{ном}}$ для прямого и мягкого пуска и торможения с использованием линейного и экспоненциального законов изменения напряжения приведена в табл. 1.1.

До сих пор мы рассматривали торможение электропривода в предположении, что оно заканчивается в первом квадранте. В большинстве случаев оно так и происходит. Но в общем случае, при медленном снижении напряже-

ния, может оказаться, что, когда напряжение снизится до нуля, скорость еще будет положительной, т. е. $\omega(t_0) > 0$ при $t = t_0$, или $\gamma = 0$. При этих условиях торможение электропривода может продолжиться во втором квадранте с переводом АД в режим противовключения и затем повышением напряжения от 0 до некоторого значения $U_{\text{кон}}$, достаточного для остановки электропривода.

Таблица 1.1

**Сравнительная оценка показателей прямого и мягкого пуска и торможения АД типа 4А315S4Y3, 160 кВт, 660/380 В, при $K_J = 1,2$;
 $M_c = M_{\text{ном}}$; $t_0 = 1,5$ с**

Показатели Режим	t_p , с	t_t , с	t_b , с	t_{db} , с	ΔA^*_p , о. е.	ΔA^*_t , о. е.
Прямой пуск ($\gamma = 1$)	0,7	—	—	0,7	1	—
Торможение противовключением ($\gamma = 1$)	—	0,25	—	0,25	—	1
Пуск при линейном увеличении напряжения ($t_0 = 1,5$ с)	2,1	—	1,132	0,97	3,324	—
Торможение при линейном уменьшении напряжения ($t_0 = 1,5$ с)	—	1,045	—	1,045	—	0,211
Пуск при экспоненциальном увеличении напряжения ($t_0 = 1,5$ с)	1,67	—	0,527	1,143	2,34	—
Торможение при экспоненциальном уменьшении напряжения ($t_0 = 1,5$ с)	—	0,745	—	0,745	—	0,063

При линейном законе снижения напряжения торможение электропривода будет заканчиваться в первом квадранте, если

$$t_0 \geq t_{0k} = \frac{3J\omega_0(1-s_c)}{2M_c} \quad (1.115)$$

Если это условие не выполняется, то при достижении нулевого значения напряжения ($U_1 = 0$; $\gamma = 0$; $t = t_0$) АД переводится в режим противовключения и напряжение возрастает по линейному закону

$$\gamma = bt, \quad (1.116)$$

создавая средний тормозной момент двигателя

$$M_{cp,t} = \gamma^2 M_t = Bt^2, \quad (1.117)$$

где

$$B = b^2 M_t, \quad (1.118)$$

$$b = \frac{\gamma_{\text{кон}}}{t_{0t}}, \quad (1.119)$$

t_{0t} – время линейного возрастания напряжения в режиме противовключения от 0 до $U_{1\text{кон}}$ ($0 \leq \gamma \leq \gamma_{\text{кон}} = U_{1\text{кон}}/U_{\text{ном}}$),

M_t – среднее значение тормозного момента АД, определяемое по естественной механической характеристике в режиме противовключения при изменении скорости от $\omega_{\text{нач}}$ до нуля.

Можем записать средний динамический момент в режиме противовключения

$$M_{\text{дин.ср}} = Bt^2 + M_c \quad (1.120)$$

и, решая уравнение движения электропривода

$$J \frac{d\omega}{dt} = -Bt^2 - M_c, \quad (1.121)$$

найти выражение для скорости ω в переходном процессе

$$\omega = \omega_{\text{нач}} - \frac{M_c}{J} t - \frac{Bt^3}{3J}, \quad (1.122)$$

где $\omega_{\text{нач}} = \omega(t_0)$.

Вычислив интеграл

$$\int_0^t \omega dt = \omega_{\text{нач}} t - \frac{M_c}{2J} t^2 + \frac{B}{12J} t^4, \quad (1.123)$$

найдем относительные потери энергии на временном интервале $0 \leq t \leq t_{0t}$:

$$\begin{aligned} \Delta A_t(t) &= \frac{\Delta A_t(t)}{A_0} = s^2(t) - s_{\text{нач}}^2 - \frac{2M_c(1+s_{\text{нач}})}{J\omega_0} \cdot t + \\ &+ \frac{M_c t^2}{(J\omega_0)^2} + \frac{Bt^4}{6(J\omega_0)^2}, \end{aligned} \quad (1.124)$$

где $s_{\text{нач}} = \frac{\omega_0 + \omega_{\text{нач}}}{\omega_0}$.

Время $t_{\text{кон}}$, при котором скорость двигателя принимает нулевое значение, находится из решения уравнения

$$\frac{\omega_{\text{нач}} J}{t_{\text{кон}}} = M_c + \frac{Bt_{\text{кон}}^2}{3}. \quad (1.125)$$

Для экспоненциального закона изменения напряжения продолжение торможения электропривода противовключением во втором квадранте характеризуется возрастанием напряжения по закону

$$\gamma = \gamma_{\text{кон}} (1 - e^{-t/T_1}) \quad (1.126)$$

при среднем динамическом моменте

$$M_{\text{дин.ср}} = \gamma_{\text{кон}}^2 M_T (1 - 2e^{-t/T_1} + e^{-2t/T_1}) + M_c, \quad (1.127)$$

где

$$T_1 = \frac{t_{0,T}}{4},$$

$t_{0,T}$ – время достижения напряжения $U_{1\text{кон}}$ в режиме противовключения,

$$\gamma_{\text{кон}} = \frac{U_{1\text{кон}}}{U_{\text{ном}}}.$$

Подставив (1.127) в уравнение движения электропривода и решив это уравнение, получим временную зависимость для скорости АД на интервале $0 \leq t \leq t_{\text{кон}}$:

$$\omega = \omega_{\text{нач}} + \frac{3}{2} \varepsilon_k T_1 - (\varepsilon_c + \varepsilon_k)t - 2\varepsilon_k T_1 e^{-t/T_1} + \frac{1}{2} \varepsilon_k T_1 e^{-2t/T_1}, \quad (1.128)$$

$$\text{где } \varepsilon_c = \frac{M_c}{J}, \quad \varepsilon_k = \frac{\gamma_{\text{кон}}^2 M_T}{J}.$$

Уравнение (1.128) с использованием (1.25) позволяет найти выражение для относительных потерь энергии при торможении электропривода во втором квадранте в режиме противовключения с экспоненциальным нарастанием напряжения

$$\begin{aligned} \delta A_T(t) &= \frac{\Delta A_T(t)}{A_0} = s^2(t) - s_c^2 - \frac{2\varepsilon_c}{\omega_0} \left(s_{\text{нач}} + \frac{3}{2} \cdot \frac{\varepsilon_k T_1}{\omega_0} \right) t + \\ &+ \frac{\varepsilon_c}{\omega_0^2} \left[(\varepsilon_c + \varepsilon_k)t^2 + 2\varepsilon_k T_1^2 (1 - e^{-t/T_1}) - \frac{\varepsilon_k T_1^2}{2} (1 - e^{-2t/T_1}) \right]. \end{aligned} \quad (1.129)$$

Продолжительность торможения $t_{\text{кон}}$ во втором квадранте определяется из решения уравнения

$$\begin{aligned} \omega_{\text{нач}} + \frac{3}{2} \varepsilon_k T_1 + \frac{1}{2} \varepsilon_k T_1 e^{-2t_{\text{кон}}/T_1} &= \\ = (\varepsilon_c + \varepsilon_k)t_{\text{кон}} + 2\varepsilon_k T_1 e^{-t_{\text{кон}}/T_1}. \end{aligned} \quad (1.130)$$

Понятно, что суммарные потери энергии за время торможения электропривода состоят из потерь энергии при торможении в первом и втором квадрантах.

1.3.4. Применение мягкого пуска и торможения для повторно-кратковременного режима работы асинхронных короткозамкнутых двигателей

Для повторно-кратковременного режима работы применяются специальные асинхронные двигатели, которые имеют пусковой момент, близкий к максимальному. Это обстоятельство приводит к появлению ударов в механической передаче и большим величинам ускорений и замедлений электропривода, что отрицательно сказывается на долговечности и надежности работы таких электроприводов. С этой точки зрения целесообразно рассмотреть применение мягкого пуска и торможения для асинхронных электроприводов, работающих в повторно-кратковременном режиме. При этом следует учитывать, что кроме положительных свойств мягкого пуска: плавного безударного разгона, постепенное увеличение напряжения в переходном процессе способствует возрастанию потерь энергии, что может оказаться на производительности механизма, которая оценивается допустимым числом включений в час асинхронного короткозамкнутого двигателя при номинальной нагрузке [13, 15]:

$$Z_{\text{ном}} = 3600 \frac{\beta_0 \Delta P_{\text{ном}} (1 - \varepsilon)}{\Delta A_n + \Delta A_t}, \quad (1.131)$$

где $\Delta P_{\text{ном}}$ – номинальные потери мощности,

ε – относительная продолжительность включения (стандартное значение $\varepsilon_{ct} = 0,15; 0,25; 0,40; 0,60$),

β_0 – коэффициент, учитывающий ухудшение условий охлаждения самовентилируемого АД при нулевой скорости (при степени защиты IP44 $\beta_0 \approx 0,5$),

$\Delta A_n, \Delta A_t$ – потери энергии при пуске и торможении электропривода.

В связи с тем, что в цикловом режиме нагрев АД определяется суммой ($\Delta A_n + \Delta A_t$), целесообразно, используя изложенную выше теорию, оценить эффективность применения плавного пуска и торможения крановых асинхронных короткозамкнутых двигателей серии 4МТК с продолжительностью включения ПВ = 40 % ($\varepsilon_{ct} = 0,4$) для минимальной и максимальной номинальных мощностей этой серии при коэффициенте инерции $K_j = 1,6$, статическом моменте $M_c = M_{\text{ном}}$ и заданной продолжительности изменения напряжения в переходном процессе $t_0 = m t_n = 0,5$ с.

В табл. 1.2 и 1.3 приведены сравнительные показатели использования мягкого пуска и торможения в этих электроприводах, из анализа которых следует, что применение экспоненциального закона изменения напряжения в переходных процессах практически не изменяет допустимое число включений в час, в то время как линейный закон изменения напряжения примерно в два

раза снижает эту величину. Следовательно, при использовании экспоненциального закона изменения напряжения в переходном процессе обеспечивается безударный пуск и торможение электропривода, работающего в повторнократковременном режиме, при сохранении средней температуры нагрева АД и допустимого числа включений на номинальном уровне. При этом время изменения напряжения в переходном процессе t_0 следует задавать в соответствии с временем прямого пуска t_n в таком соотношении $t_0 = (2 \div 3)t_n$.

Таблица 1.2

Показатели АД типа 4МТКН225М8, 30 кВт, 380/220 В; ПВ = 40 %
при $K_J = 1,6$; $M_e = M_{\text{ном}}$; $t_0 = 0,5$ с

Режим	t_n , с	t_T , с	t_0 , с	Δt_n^* , о. е.	Δt_T^* , о. е.	Z , вкл./час
Прямой пуск ($\gamma = 1$)	0,183	—	—	1	—	200
Торможение противовключением ($\gamma = 1$)	—	0,094	—	—	1	
Пуск при линейном увеличении напряжения ($t_0 = 0,5$ с)	0,477	—	0,306	4,25	—	103
Торможение при линейном снижении напряжения ($t_0 = 0,5$ с)	—	0,474	—	—	0,1	
Пуск при экспоненциальном увеличении напряжения ($t_0 = 0,5$ с)	0,322	—	0,12	1,84	—	200
Торможение при экспоненциальном снижении напряжения ($t_0 = 0,5$ с)	—	0,37	—	—	0,04	

Экспоненциальный закон является "естественным" в различных переходных процессах электропривода, например, по экспоненциальному закону изменяется напряжение на конденсаторе при заряде и разряде до определенной заданной величины. По экспоненциальному закону изменяется ток в обмотке возбуждения электрической машины при подаче напряжения на эту обмотку, по этому закону изменяется скорость в механическом переходном процессе электропривода и т. д. Экспоненциальный закон описывает переходные процессы в устройствах с одной постоянной времени.

Таблица 1.3

Показатели АД типа 4МТКФ112Л6, 2,2 кВт, 380/220 В; ПВ = 40 %
при $K_J = 1,6$; $M_e = M_{\text{ном}}$; $t_0 = 0,5$ с

Режим Показатели	t_{10} , с	t_{12} , с	t_3 , с	Δt_{10}^* , о. е.	Δt_{12}^* , о. е.	Z , вкл./час
Прямой пуск ($\gamma = 1$)	0,132	—	—	1	—	750
Торможение противовключением ($\gamma = 1$)	—	0,062	—	—	1	
Пуск при линейном увеличении напряжения ($t_0 = 0,5$ с)	0,367	—	0,309	5,4	—	306
Торможение при линейном снижении напряжения ($t_0 = 0,5$ с)	—	0,38	—	—	0,14	
Пуск при экспоненциальном увеличении напряжения ($t_0 = 0,5$ с)	0,132	—	0,12	2,1	—	740
Торможение при экспоненциальном снижении напряжения ($t_0 = 0,5$ с)	—	0,27	—	—	0,035	

Здесь не рассматриваются статические и динамические механические характеристики асинхронного двигателя в системе РН – АД, поскольку они хорошо описаны в литературе, в частности, в [13, 15, 19].

ГЛАВА 2. ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ И МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АСИНХРОННЫХ КОРОТКОЗАМКНУТЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ ПАРАМЕТРАХ

2.1. Состояние проблемы

Параметры электрических машин являются основой для расчета режимов работы и характеристик электрических машин по соответствующим эквивалентным схемам [18]. Для постоянных значений параметров асинхронных двигателей разработана известная теория электропривода [1, 12, 13, 14, 15, 19] и методики расчета статических и динамических характеристик, которые определяют электромеханические свойства и энергетические показатели асинхронных электроприводов. В частотно-регулируемом электроприводе, занимающем доминирующее положение в области регулируемых электроприводов, используются обычно механические характеристики АД до критического скольжения, которые хорошо описываются уточненной формулой Клосса. Однако следует учитывать, что в настоящее время (75–80) % электроприводов являются нерегулируемыми [1], причем, это в основном электроприводы с асинхронными короткозамкнутыми двигателями. Вместе с тем следует принимать во внимание, что развитие современной техники и технологий предъявляет повышенные требования к оценке динамических свойств и энергетических показателей нерегулируемых асинхронных электроприводов. Эта оценка выполняется на основе механических и электромеханических характеристик. Кроме того, в регулируемом электроприводе по системе РН – АД асинхронный двигатель работает при скольжениях выше критического, т. е. при переменных параметрах.

Асинхронные короткозамкнутые двигатели с целью улучшения их пусковых свойств выполняются с глубоким пазом или двойной беличьей клеткой,

что предопределяет переменные параметры ротора. Вопросам определения этих параметров в зависимости от геометрических размеров паза ротора, материала стержней и частоты тока занимались многие ученые давно [8, 18, 20] и продолжают заниматься [21, 22]. Тем не менее, проблема расчета статических характеристик асинхронных короткозамкнутых двигателей при переменных параметрах не получила окончательного разрешения не столько из-за сложности явлений, сколько из-за отсутствия удовлетворительных аналитических выражений, основанных на известных каталожных данных электродвигателей. Некоторые авторы предлагают полуэмпирические формулы для расчета механических характеристик по каталожным данным [23]. Но предлагаемая в [23] полуэмпирическая формула для расчета механических характеристик асинхронных короткозамкнутых двигателей дает удовлетворительные результаты только в области скольжений от критического до единицы, причем критическое скольжение завышено по сравнению с реальным. С точки зрения задач электропривода необходимо иметь механические характеристики АД как для двигательного, так и для тормозного режимов. В связи с тем, что динамическое торможение асинхронных короткозамкнутых двигателей является неэффективным (тормозные моменты в диапазоне скольжений от 0 до 1 составляют несколько процентов от номинального, кроме пика момента около нулевой скорости), основным тормозным режимом для них является торможение противовключением. Поэтому главная задача при определении динамических свойств и энергетических показателей электроприводов с асинхронными короткозамкнутыми двигателями состоит в получении уравнений механических и электромеханических характеристик в диапазоне изменения скольжений от 0 до 2, где наиболее сильно проявляется изменение параметров. В этой работе и ставится цель предложить уравнения механических и электромеханических характеристик асинхронных короткозамкнутых двигателей при переменных параметрах в диапазоне изменения скольжений от номинального до 2 [48]. При этом будем в начале полагать, что параметры АД в номинальном режиме нам известны, методику их определения по каталожным данным электродвигателя изложим позже.

Как следует из анализа работ [8, 18, 21, 22, 24], активные и индуктивные сопротивления рассеяния асинхронных короткозамкнутых двигателей могут изменяться в 3–5 раз по сравнению с номинальными при изменении скольжения s от номинального до 1. При этом можно принять, что приведенное к статору активное сопротивление ротора R_2' изменяется практически пропорционально скольжению [8, 18, 21, 22]. Более сложную зависимость от скольжения имеет приведенное индуктивное сопротивление ротора X_2' . При $s > 0,2$ оно изменяется примерно обратно пропорционально скольжению [8]. Необходимо учитывать также изменение индуктивного сопротивления рассеяния обмотки статора X_1 , обусловленное насыщением зубцов от полей рассеяния.

Поэтому более правомерно говорить об изменении индуктивного сопротивления рассеяния короткого замыкания $X_k = X_1 + X'_2$ в функции скольжения. Это целесообразно еще и потому, что при расчете параметров по каталожным данным мы не имеем возможности разделить X_k на X_1 и X'_2 , кроме как приняв $X_1 \approx X'_2 = 0,5X_k$.

2.2. Статические характеристики асинхронных короткозамкнутых двигателей при переменных параметрах

Исходя из изложенного в п. 2.1, предлагается приведенное активное сопротивление ротора R'_2 определять при $s \geq s_{\text{ном}}$ по выражению

$$R'_2 = R'_{2,0} + \Delta R_2(s - s_{\text{ном}}), \quad (2.1)$$

где

$$\Delta R_2 = \frac{R'_{2,n} - R'_{2,0}}{1 - s_{\text{ном}}}, \quad (2.2)$$

$R'_{2,0}$ – приведенное активное сопротивление ротора для скольжений ($-s_{\text{ном}} \leq s \leq s_{\text{ном}}$);

$R'_{2,n}$ – приведенное активное сопротивление ротора для пускового режима ($s = 1$);

$s, s_{\text{ном}}$ – текущее и номинальное скольжение АД.

Можно также аппроксимировать линейной зависимостью и изменение индуктивного сопротивления короткого замыкания

$$X_k = X_{k,0} - \Delta X_k(s - s_{\text{ном}}), \quad (2.3)$$

где

$$\Delta X_k = \frac{X_{k,0} - X_{k,n}}{1 - s_{\text{ном}}}, \quad (2.4)$$

$$X_{k,0} = X_{1,0} + X'_{2,0}, \quad (2.5)$$

$$X_{k,n} = X_{1,n} + X'_{2,n}, \quad (2.6)$$

$X_{1,0}, X'_{2,0}$ – индуктивные сопротивления рассеяния статора и ротора (приведенное) при скольжениях: $-s_{\text{ном}} \leq s \leq s_{\text{ном}}$;

$X_{1,n}, X'_{2,n}$ – то же в пусковом режиме ($s = 1$).

Однако линейная аппроксимация (2.3) имеет существенный недостаток. При ее использовании может оказаться, что при определенных параметрах АД и некотором значении скольжения s , величина X_k примет нулевое и даже отрицательное значение, что противоречит физическому смыслу. Поэтому

рассмотрим аппроксимацию индуктивного сопротивления короткого замыкания с помощью кривой гиперболического типа:

$$X_k = \frac{X_{k,0}}{1 + k(s - s_{\text{ном}})} = \frac{X_{k,0}}{k_1 + ks}, \quad (2.7)$$

где

$$k_1 = 1 - ks_{\text{ном}}, \quad (2.8)$$

$$k = \frac{d-1}{1-s_{\text{ном}}}, \quad (2.9)$$

$$d = \frac{X_{k,0}}{X_{k,\text{пп}}}. \quad (2.10)$$

Для оценки приемлемости линейной аппроксимации (2.3) в некотором диапазоне изменения X_k исследуем функции

$$F_1 = \frac{X_k}{X_{k,0}} = \frac{1 - s_{\text{ном}}}{1 - s_{\text{ном}} - (d-1)s_{\text{ном}} + (d-1)s}, \quad (2.11)$$

$$F_2 = \frac{X_k}{X_{k,0}} = 1 + \frac{(d-1)s_{\text{ном}}}{d(1-s_{\text{ном}})} - \frac{d-1}{d(1-s_{\text{ном}})}s \quad (2.12)$$

при изменении скольжения в диапазоне $s_{\text{ном}} \leq s \leq 2$ для данных значений d и $s_{\text{ном}}$. Очевидно, что функция F_1 получена из (2.7) с учетом (2.8)–(2.10), а функция F_2 из (2.3) с учетом (2.4). Можно найти, что разностная функция $F_3 = F_2 - F_1$ достигнет максимума при скольжении

$$s_m = \frac{1}{d-1} [d \cdot s_{\text{ном}} - 1 + (1 - s_{\text{ном}})\sqrt{d}]. \quad (2.13)$$

Это позволяет оценить наибольшее отклонение кривой гиперболического типа (2.11) для двигательного режима ($s_{\text{ном}} \leq s \leq 1$). Проведенные исследования показали, что при $d \leq 1,5$ и $s_{\text{ном}} = 0,01$ – $0,05$ максимальное различие между линейной зависимостью (2.12) и зависимостью гиперболического типа (2.11) не превышает 5 % (рис. 2.1). Поэтому если $d \leq 1,5$, то можно использовать зависимость (2.7) для всей области скольжений $s_{\text{ном}} \leq s \leq 2$. Но если $d > 1,5$, то для двигательного режима ($s_{\text{ном}} \leq s \leq 1$) можно применить линейную зависимость (2.3), а для режима противовключения ($1 \leq s \leq 2$) – зависимость гиперболического типа (2.7).

Определившись с использованием аппроксимации индуктивного сопротивления короткого замыкания, покажем как рассчитать параметры АД в пусковом режиме, т. е. при $s = 1$.

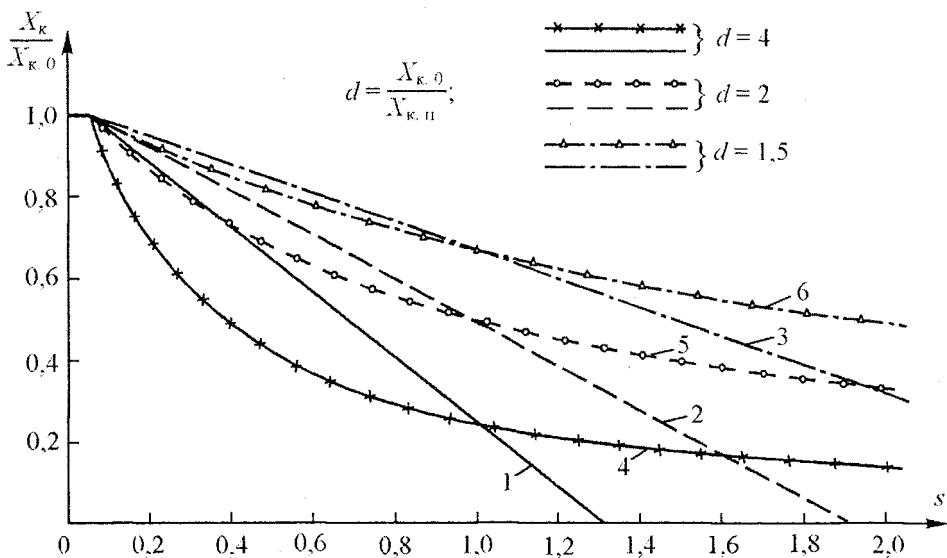


Рис. 2.1. Зависимость относительного индуктивного сопротивления короткого замыкания от скольжения для линейной и гиперболической аппроксимации при $s_{\text{ном}} = 0,05$:

1–3 – линейная аппроксимация; 4–6 – гиперболическая

Активное сопротивление ротора трехфазного АД при $s = 1$ определяется на основании Т-образной эквивалентной схемы по формуле

$$R'_{2\pi} = \frac{M_{\pi}\omega_0}{3I'^2_{2\pi}}, \quad (2.14)$$

где

$$M_{\pi} = \lambda_{\pi} M_{\text{ном}}, \quad (2.15)$$

$$I'_{2\pi} = \lambda_{I2} I'_{2\text{ном}}, \quad (2.16)$$

M_{π} , $M_{\text{ном}}$ – соответственно пусковой и номинальный моменты АД;

$I'_{2\text{ном}}$ – приведенный ток ротора в номинальном режиме;

λ_{π} – кратность пускового момента АД;

λ_{I2} – кратность приведенного пускового тока ротора.

Номинальное значение приведенного тока ротора $I'_{2\text{ном}}$ можно найти на основании векторной диаграммы АД, если известен намагничивающий ток I_{μ} или примерно равный ему ток холостого хода I_0 для номинального режима работы АД (рис. 2.2).

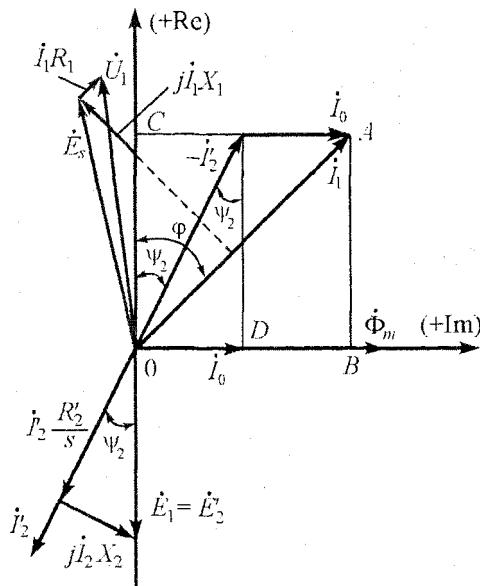


Рис. 2.2. Векторная диаграмма АД

Как видно из рис. 2.2,

$$OA^2 = OB^2 + AB^2 \quad (2.17)$$

где

$$\begin{aligned} OB &= OD + DB = \\ &= I_0 + I'_2 \sin \psi_2; \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$AB = OC = I'_2 \cos \psi_2; \quad (2.19)$$

$$OA = I_1.$$

Подставляя (2.18) и (2.19) в (2.17), получим квадратное уравнение

$$\begin{aligned} I'^2_2 + 2I'_2 \cdot I_0 \sin \psi_2 + \\ + I_0^2 - I_1^2 = 0 \end{aligned} \quad (2.20)$$

с его решением относительно тока I'_2 , который принимает номинальное значение $I'_{2\text{ном}}$ при номинальном токе статора $I_{1\text{ном}}$:

$$I'_{2\text{ном}} = \sqrt{I_{1\text{ном}}^2 - I_0^2 + (I_0 \sin \psi_{2\text{ном}})^2} - I_0 \sin \psi_{2\text{ном}}, \quad (2.21)$$

где

$$\sin \psi_{2\text{ном}} = \frac{x'_{2,0} s_{\text{ном}}}{\sqrt{R'_{2,0} + (x'_{2,0} s_{\text{ном}})^2}} = \frac{s_{\text{ном}}}{\sqrt{s_{2\kappa}^2 + s_{\text{ном}}^2}}, \quad (2.22)$$

$$s_{2\kappa} = \frac{R'_{2,0}}{X'_{2,0}}. \quad (2.23)$$

Существует несколько полуэмпирических зависимостей для определения тока холостого хода I_0 по каталожным данным [23, 25]. Исследование этих зависимостей показало, что для АД малой мощности они дают завышенное значение, а для АД большой мощности – заниженное. По результатам анализа сопоставительных расчетов I_0 для ряда асинхронных двигателей мы предлагаем такую формулу для расчета тока холостого хода АД:

$$I_0 = I_{1\text{ном}} \left(\sin \phi_{\text{ном}} - \frac{\eta_{\text{ном}} \cos \phi_{\text{ном}}}{2\lambda_m} \right), \quad (2.24)$$

если

$$\eta_{\text{ном}} \geq \cos \phi_{\text{ном}},$$

$$I_0 = I_{1\text{ном}} \left[\sin \varphi_{\text{ном}} - \frac{\eta_{\text{ном}} \cos \varphi_{\text{ном}}}{2\lambda_m} + (\cos \varphi_{\text{ном}} - \eta_{\text{ном}}) \right], \quad (2.25)$$

если

$$\eta_{\text{ном}} < \cos \varphi_{\text{ном}},$$

где λ_m – кратность максимального момента АД;

$\eta_{\text{ном}} \cos \varphi_{\text{ном}}$ – номинальные значения к. п. д. и коэффициента мощности.

Если принять $\sin \psi_{2\text{ном}} = 0$, то можно приближенно найти ток холостого хода АД по выражению

$$I_0 \approx I_{1\text{ном}} \sqrt{1 - \cos \varphi_{\text{ном}}}. \quad (2.26)$$

Кратность пускового тока ротора обычно находится в пределах

$$\lambda_{12} = (0,9 \div 0,95) \lambda_r \quad (2.27)$$

Величины λ_m , λ_r являются каталожными, а угловая синхронная скорость ω_0 (в рад/с) определяется как

$$\omega_0 = \frac{\pi n_0}{30}, \quad (2.28)$$

где n_0 – синхронная частота вращения АД в об/мин.

Это позволяет рассчитать по (2.14) активное сопротивление ротора АД при пуске ($s = 1$).

Индуктивное сопротивление короткого замыкания при пуске ($s = 1$) можно найти из выражения

$$X_{k\text{,п}} = \sqrt{Z_k^2 - (R_1 + R'_{2\text{п}})^2}, \quad (2.29)$$

где

$$Z_k = \frac{U_{\Phi\text{,ном}}}{I'_{2\text{п}}}, \quad (2.30)$$

$U_{\Phi\text{,ном}}$ – номинальное напряжение фазы обмотки статора.

R_1 – активное сопротивление фазы статора АД.

Приведенные соотношения позволяют рассчитать ΔR_2 , ΔX_k , d и выбрать аппроксимацию X_k для расчета характеристик АД в двигательном режиме.

После этого, исходя из эквивалентной Г-образной схемы АД (рис. 2.3), находим уравнения электромеханических и механических характеристик трехфазного двигателя при переменных параметрах:

а) для двигательного ($s_{\text{ном}} \leq s \leq 1$) и генераторного ($-s_{\text{ном}} \leq s \leq 0$) режимов:

$$I'_2 = \frac{U_{\Phi\text{,ном}}}{\sqrt{\left(R_{1\text{з}} + \frac{R_{2\text{з}}}{s} \right)^2 + (X_{k\text{,з}} - \Delta X_k |s|)^2}}, \quad (2.31)$$

$$M = \frac{3U_{\phi, \text{ном}}^2}{\omega_0} \cdot \frac{\Delta R_2 + \frac{R_{23}}{s}}{\left(R_{13} + \frac{R_{23}}{s} \right)^2 + (X_{k3} - \Delta X_k \cdot |s|)^2}, \quad (2.32)$$

$$\omega = \omega_0(1 - s); \quad (2.33)$$

б) для режима противовключения ($1 \leq s \leq 2$) и генераторного режима ($-\infty < s \leq -s_{\text{ном}}$):

$$I'_2 = \frac{U_{\phi, \text{ном}}}{\sqrt{\left(R_{13} + \frac{R_{23}}{s} \right)^2 + \left(\frac{X_{k,0}}{k_1 + k|s|} \right)^2}}, \quad (2.34)$$

$$M = \frac{3U_{\phi, \text{ном}}^2}{\omega_0} \cdot \frac{\Delta R_2 + \frac{R_{23}}{s}}{\left(R_{13} + \frac{R_{23}}{s} \right)^2 + \left(\frac{X_{k,0}}{k_1 + k|s|} \right)^2}, \quad (2.35)$$

$$\omega = \omega_0(1 - s),$$

где

$$R_{13} = R_1 + \Delta R_2, \quad R_{23} = R'_{2,0} - \Delta R_2 s_{\text{ном}}, \quad (2.36)$$

$$X_{k,3} = X_{k,0} + \Delta X_k s_{\text{ном}}. \quad (2.37)$$

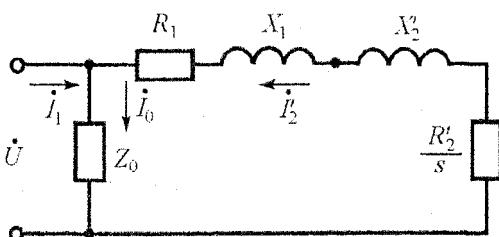


Рис. 2.3. Эквивалентная Г-образная схема АД на фазу без корректировки параметров

Все эти соотношения получены при допущении неизменности величины активного сопротивления обмотки статора. Это допущение является общепринятым при рассмотрении характеристик АД. Выражения (2.31), (2.33) и (2.34) определяют в параметрической форме (параметр – скольжение s) уравнение электромеханической характеристики АД для двигательного и тормоз-

ного режимов применительно к току ротора I'_2 . Однако для АД с переменными параметрами имеет большое значение электромеханическая характеристика АД для

тика $\omega = F(I_1)$, т. е. зависимость тока статора от скорости. Для ее получения запишем переменные потери мощности в обмотке статора трехфазного АД [15]:

$$\Delta P_{\text{пер.1}} = 3I_1^2 R_1 = \Delta P_{\text{пер.2}} \frac{R_1}{R'_2} + \Delta P_\mu = M\omega_0 s \frac{R_1}{R'_2} + 3I_\mu^2 R_1, \quad (2.38)$$

откуда находим

$$I_1 = \sqrt{\frac{M\omega_0 s}{3R'_2} + I_\mu^2} = \sqrt{I'_2 + I_\mu^2}, \quad (2.39)$$

где

$$I'_2 = \sqrt{\frac{M\omega_0 s}{3R'_2}}. \quad (2.40)$$

Сопротивление ротора R'_2 и намагничивающий ток I_μ зависят от скольжения. Как следует из (2.1):

$$R'_2 = R'_{2,0} + \Delta R_2(s - s_{\text{ном}}) = R_{2,0} + \Delta R_2 s. \quad (2.41)$$

Зависимость намагничивающего тока I_μ от скольжения s весьма сложная. На основании исследований мы предлагаем такую аппроксимацию этой зависимости

$$I_\mu = \frac{I_0}{1 + k_\mu s}, \quad (2.41')$$

где $I_0 \approx I_{\mu,\text{ном}}$.

I_0 – ток холостого хода АД в номинальном режиме, принимаемый примерно равным номинальному намагничивающему току;

k_μ – коэффициент, который определим из условия: при $s = 1$ намагничивающий ток равен пусковому намагничивающему току $I_{\mu,n}$:

$$1 + k_\mu = \frac{I_0}{I_{\mu,n}} = \frac{1}{i_\mu}, \quad (2.42)$$

или

$$k_\mu = \frac{I_0}{I_{\mu,n}} - 1 = \frac{1}{i_\mu} - 1, \quad (2.43)$$

где

$$i_\mu = \frac{I_{\mu,n}}{I_0}. \quad (2.44)$$

Намагничивающий ток I_μ определяет потокосцепление взаимоиндукции Ψ_m АД:

$$\Psi_m = \frac{E_1}{\omega_1} = \frac{E_1}{2\pi f_1}, \quad (2.45)$$

где E_1 – ЭДС взаимоиндукции АД,

$\omega_1 = 2\pi f_1$ – угловая частота изменения ЭДС, рад/с,

f_1 – частота, Гц.

При пуске АД ЭДС взаимоиндукции $E_{1\pi}$ значительно меньше ЭДС $E_{1\text{ном}}$ номинального режима. В связи с этим можно принять, что отношение намагничивающих токов равно отношению ЭДС взаимоиндукции, т. е.

$$i_\mu = I_{1\pi} / I_0 = E_{1\pi} / E_{1\text{ном}} \quad (2.46)$$

Определим ЭДС взаимоиндукции при пуске

$$E_{1\pi} = \sqrt{(U_{\phi,\text{ном}} \sin \varphi_{\pi} - I_{1\pi} X_1)^2 + (U_{\phi,\text{ном}} \cos \varphi_{\pi} - I_{1\pi} R_1)^2}, \quad (2.47)$$

где

$$I_{1\pi} = \lambda_I I_{1\text{ном}}, \quad (2.48)$$

λ_I — кратность пускового тока статора,

$\cos \varphi_{\pi}$ — коэффициент мощности при пуске, который можно определить по формуле [25]:

$$\cos \varphi_{\pi} = \cos \varphi_{\text{ном}} \left[\frac{\lambda_{\pi} \eta_{\text{ном}}}{\lambda_I (1 - s_{\text{ном}})} + \gamma_1 \lambda_I (1 - \eta_{\text{ном}}) \right]. \quad (2.49)$$

$$\gamma_1 = \Delta P_{\text{пер}, 1, \text{ном}} / \Delta P_{\text{ном}} = 0,25 - 0,4,$$

$\Delta P_{\text{ном}}$ — номинальные потери мощности АД.

ЭДС взаимоиндукции при номинальном токе статора (см. рис. 2.2)

$$E_{1\text{ном}} = \sqrt{(U_{\phi,\text{ном}} \sin \varphi_{\text{ном}} - I_{1\text{ном}} X_1)^2 + (U_{\phi,\text{ном}} \cos \varphi_{\text{ном}} - I_{1\text{ном}} R_1)^2}. \quad (2.50)$$

В результате получаем параметрическое уравнение электромеханической характеристики АД для тока статора при переменных параметрах:

$$\begin{cases} I_1 = \sqrt{I_2'^2 + \left(\frac{I_0}{1 + k_\mu |s|} \right)^2}, \\ \omega = \omega_0 (1 - s), \end{cases} \quad (2.51)$$

где I_2' для двигательного режима рассчитывается по (2.31), а для режима противовключения — по (2.34).

2.3. Методика определения параметров эквивалентной схемы асинхронного двигателя по каталожным данным

для скольжений $-s_{\text{ном}} \leq s \leq s_{\text{ном}}$

Считаем достоверными следующие каталожные данные:

- номинальную мощность $P_{\text{ном}}$, кВт;
- номинальное фазное напряжение, $U_{\phi,\text{ном}}$, В;

- номинальную частоту вращения, $n_{\text{ном}}$, об/мин;
- номинальный коэффициент мощности $\cos \varphi_{\text{ном}}$;
- номинальный к. п. д. $\eta_{\text{ном}}$;
- кратность максимального момента

$$\lambda_m = \frac{M_{\max}}{M_{\text{ном}}} ;$$

- кратность пускового момента

$$\lambda_p = \frac{M_p}{M_{\text{ном}}} ;$$

- кратность пускового тока статора

$$\lambda_I = \frac{I_{1p}}{I_{1\text{ном}}} .$$

На основании этих данных рассчитываем:

- номинальный ток фазы статора

$$I_{1\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}} \cdot 10^3}{3U_{\phi,\text{ном}} \cos \varphi_{\text{ном}} \cdot \eta_{\text{ном}}} ;$$

- номинальное скольжение

$$s_{\text{ном}} = \frac{n_0 - n_{\text{ном}}}{n_0} ;$$

- синхронную угловую скорость, рад/с:

$$\omega_0 = \frac{\pi n_0}{30} ;$$

- номинальную угловую скорость, рад/с:

$$\omega_{\text{ном}} = \frac{\pi n_{\text{ном}}}{30} ;$$

- номинальный момент на валу АД, Н·м

$$M_{\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}} \cdot 10^3}{\omega_{\text{ном}}} ;$$

- номинальные потери мощности, Вт:

$$\Delta P_{\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}} (1 - \eta_{\text{ном}})}{\eta_{\text{ном}}} \cdot 10^3 .$$

В соответствии с [26] принимаем номинальные механические потери мощности в пределах

$$\Delta P_{\text{мх. ном}} = (0,02-0,15) \Delta P_{\text{ном}}$$

и добавочные потери, связанные с вращением ротора

$$\Delta P_{\text{доб. 2}} = (0,01-0,05) \Delta P_{\text{ном}}$$

Рассчитываем момент холостого хода АД

$$M_0 = \frac{\Delta P_{\text{мх. ном}} + \Delta P_{\text{доб. 2}}}{\omega_0}$$

и номинальный электромагнитный момент

$$M_{\text{э. ном}} = M_{\text{ном}} + M_0.$$

Используя эти данные, определяем номинальные переменные потери в роторе

$$\Delta P_{\text{пер. 2 ном}} = M_{\text{э. ном}} \omega_0 s_{\text{ном}}.$$

Задаемся коэффициентом загрузки $K_{\text{з. м}}$, соответствующим максимуму к. п. д. Предварительно можно принять:

$$K_{\text{з. м}} = 0,5-1,0.$$

Принимая во внимание, что максимум к. п. д. соответствует равенству постоянных и переменных потерь, находим номинальные переменные потери мощности

$$\Delta P_{\text{пер. ном}} = \frac{\Delta P_{\text{ном}}}{1 + K_{\text{з. м}}^2}.$$

Рассчитываем постоянные потери

$$\Delta P_{\text{пост}} = \Delta P_{\text{ном}} - \Delta P_{\text{пер. ном}}$$

Затем определяем номинальные переменные потери мощности в статоре

$$\Delta P_{\text{пер. 1 ном}} = \Delta P_{\text{пер. ном}} - \Delta P_{\text{пер. 2 ном}}$$

и активное сопротивление фазы статора

$$R_1 = \frac{\Delta P_{\text{пер. 1 ном}}}{3I_{1\text{ном}}^2}.$$

Рассчитываем максимальный электромагнитный момент

$$M_{\text{э. м}} = M_{\text{max}} + M_0 = \lambda_m M_{\text{ном}} + M_0,$$

коэффициент b , имеющий размерность сопротивления:

$$b = \frac{3U_{\phi, \text{ном}}^2}{\Delta P_{\text{пер. 2 ном}}} \cdot s_{\text{ном}} - 2R_1$$

и сопротивление

$$Z = \frac{3U_{\phi, \text{ном}}^2}{2\omega_0 M_{\phi, m}} - R_l.$$

После этого определяем приведенное активное сопротивление ротора

$$R'_{2,0} = 0,5s_{\text{ном}} \left(b + \sqrt{b^2 - 4Z^2} \right),$$

индуктивное сопротивление короткого замыкания

$$X_{k,0} = \sqrt{Z^2 - R_l^2},$$

критическое скольжение

$$s_k = \frac{R'_{2,0}}{Z}$$

и отношение активных сопротивлений

$$\alpha = \frac{R_l}{R'_{2,0}}.$$

По уточненной формуле Клосса [1, 12, 15, 19] рассчитываем электромагнитный момент при номинальном скольжении

$$M(s_{\text{ном}}) = \frac{2M_{\phi, m}(1 + \alpha s_k)}{\frac{s_{\text{ном}}}{s_k} + \frac{s_k}{s_{\text{ном}}} + 2\alpha s_k}$$

и сравниваем его с $M_{\phi, \text{ном}}$.

Если погрешность

$$\Delta m = \frac{M(s_{\text{ном}}) - M_{\phi, \text{ном}}}{M_{\phi, \text{ном}}}$$

превышает допустимую величину, корректируем коэффициент загрузки $K_{\phi, m}$ и M_0 и повторяем процесс расчета до получения требуемой погрешности.

Когда процедура итерации будет закончена, рассчитываем:

- индуктивные сопротивления статора и ротора

$$X_{1,0} \approx X'_{2,0} = 0,5X_{k,0};$$

- ток холостого хода I_0 ;

- потери в стали

$$\Delta P_{ct} = \Delta P_{\text{пост}} - (\Delta P_{\text{мх, nom}} + \Delta P_{\text{доб, 2}});$$

- эквивалентное сопротивление потерь в стали

$$R_{\mu} = \frac{\Delta P_{ct}}{3I_0^2};$$

$$-\sin \varphi_0 = \sqrt{1 - \left[\frac{(R_1 + R_\mu) I_0}{U_{\Phi, \text{ном}}} \right]^2};$$

- индуктивное сопротивление взаимоиндукции

$$X_\mu = \frac{U_{\Phi, \text{ном}}}{I_0} \sin \varphi_0 - X_{1,0}.$$

Алгоритм расчета параметров АД по каталожным данным для $-s_{\text{ном}} \leq s \leq s_{\text{ном}}$ приведен на рис. 2.4.

Таким образом мы конструируем параметры эквивалентной схемы АД и механическую характеристику, удовлетворяющую номинальному режиму, критическому (максимальному) и пусковому моментам.

В соответствии с изложенной методикой были рассчитаны механические и электромеханические характеристики асинхронных короткозамкнутых двигателей с номинальной мощностью 1,1; 11; 55 и 160 кВт для постоянных и переменных параметров (рис. 2.5–2.12). Из приведенных рисунков видно, что механические и электромеханические характеристики короткозамкнутого АД при учете переменных параметров существенно отличаются от характеристик при постоянных параметрах как в двигательном режиме, так и в режиме противовключения. При этом выявляется минимальный момент, который в зависимости от параметров может находиться как в двигательном, так и в тормозном режиме. К сожалению, не представляется возможным получить приемлемое аналитическое выражение для экстремальных скольжений, поскольку они выражаются уравнением пятой степени.

Изложенная методика расчета механических и электромеханических характеристик асинхронных короткозамкнутых двигателей при переменных параметрах позволяет точнее рассчитывать динамические показатели асинхронных электроприводов. Вместе с тем следует заметить, что приводимые в каталогах значения λ_m , λ_n и λ_l не всегда соответствуют этим величинам, которые вычисляются аналитически. Покажем это на примере параметров АД типа 4АА50В4У3, взятых из [24]:

1) номинальные данные:

$$P_{\text{ном}} = 90 \text{ Вт}; U_{\text{ном}} = 380/220 \text{ В}; s_{\text{ном}} = 8,6 \%; s_k = 59 \%; \\ \eta_{\text{ном}} = 55 \%; \cos \varphi_{\text{ном}} = 0,6;$$

$$\lambda_m = \frac{M_{\max}}{M_{\text{ном}}} = 2,2; \quad \lambda_n = \frac{M_n}{M_{\text{ном}}} = 2; \quad \lambda_l = \frac{I_{1n}}{I_{1\text{ном}}} = 5.$$

2) относительные параметры схемы замещения:

$$X_\mu^* = 1,2; R_1^* = 0,13; X_1^* = 0,16; R_2^* = 0,21; X_2^* = 0,17; \\ R_{k,n}^* = 0,35; X_{k,n}^* = 0,33.$$

$P_{\text{ном}} = ; U_{\phi, \text{ном}} = ; n_0 = ; n_{\text{ном}} = ; \eta_{\text{ном}} = ; \cos\varphi_{\text{ном}} = ; \lambda_m = \frac{M_{\text{max}}}{M_{\text{ном}}} ;$

$I_{\phi, \text{ном}} = ; \omega_0 = ; \omega_{\text{ном}} = ; M_{\text{ном}} = ; \Delta P_{\text{ном}} = ; S_{\text{ном}} = ; M_{\text{max}} = ; I_0 = ;$

$\Delta P_{\text{мх, nom}} = ; \Delta P_{\text{доб, 2}} = ; K_{3, m} =$

$M_0 = ; M_{3, \text{ном}} = ; M_{3, m} =$

$\Delta P_{\text{пер, 2 nom}} =$

$\Delta P_{\text{пер, nom}} =$

$\Delta P_{\text{пер, nom}} =$

$\Delta P_{\text{пост}} =$

$R_1 =$

$\Delta P_{\text{ct}} =$

$b =$

$R_\mu =$

$Z =$

$\sin\varphi_0 =$

$R'_2 =$

$X_\mu =$

$s_k =$

$X_k =$

$a =$

$X_1 = ; X'_2 =$

$M(s) = ; m(s) =$

$m(s_{\text{ном}}) \approx 1?$

$M(s_{\text{ном}}) = M_N$

NO

YES

$\Delta m = ; \text{END}$

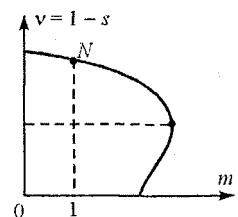


Рис. 2.4. Алгоритм расчета параметров АД по каталожным данным для скольжений $-s_{\text{ном}} \leq s \leq s_{\text{ном}}$

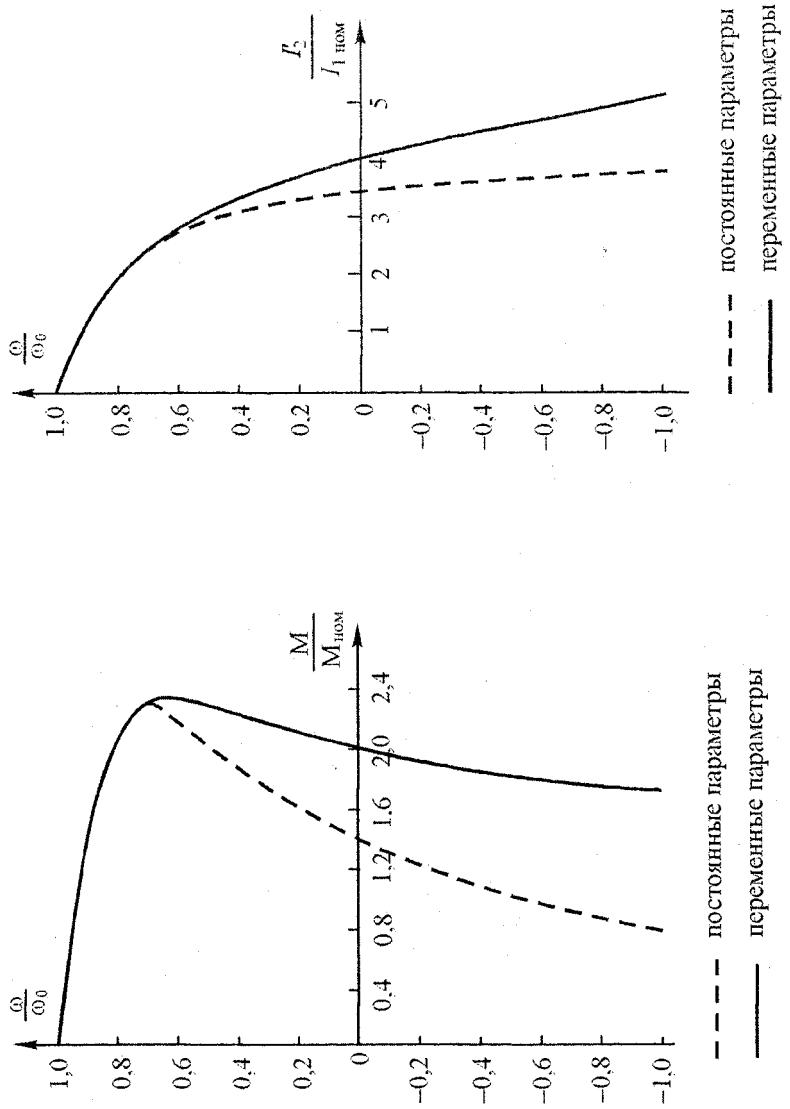


Рис. 2.5. Механические характеристики АД типа 4A80A4 мощностью 1,1 кВт

Рис. 2.6. Электромеханические характеристики АД типа 4A80A4 мощностью 1,1 кВт

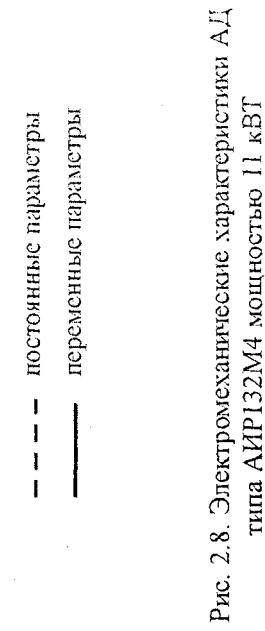
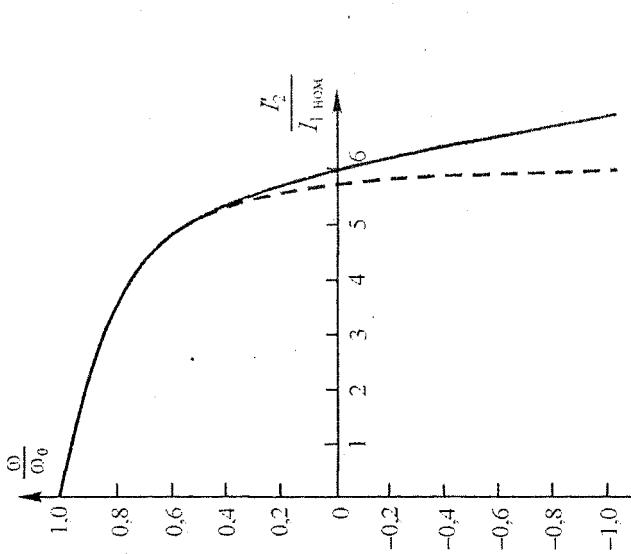
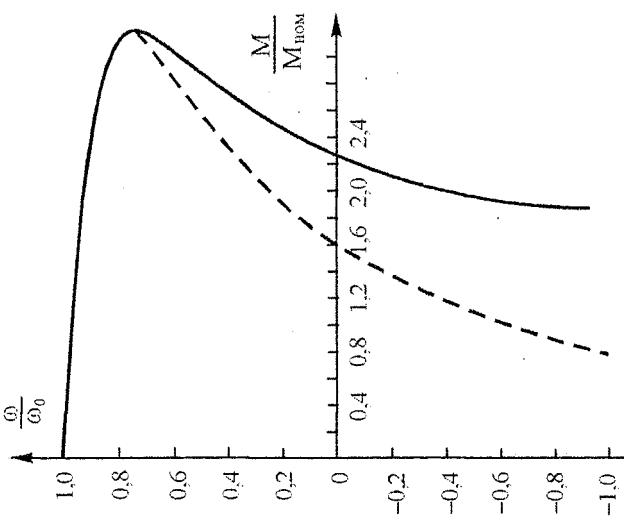


Рис. 2.7. Механические характеристики АД типа АИР132М4 мощностью 11 кВт



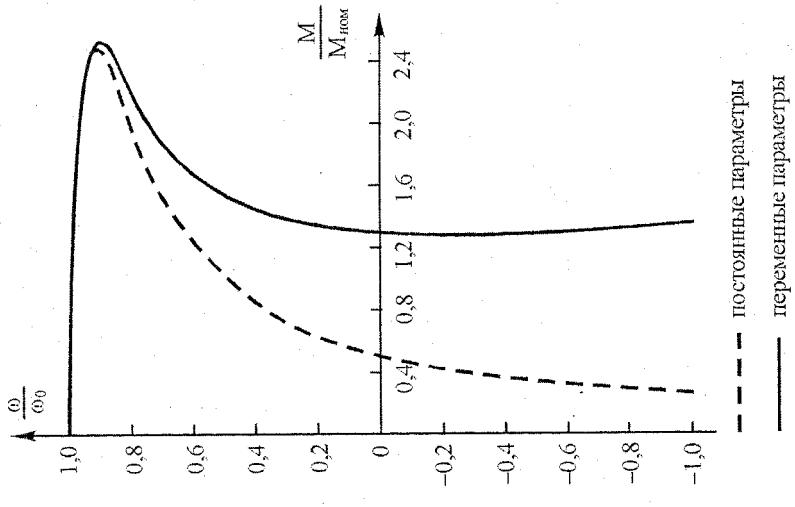


Рис. 2.9. Механические характеристики АД
типа 4AH200L4 мощностью 55 кВт

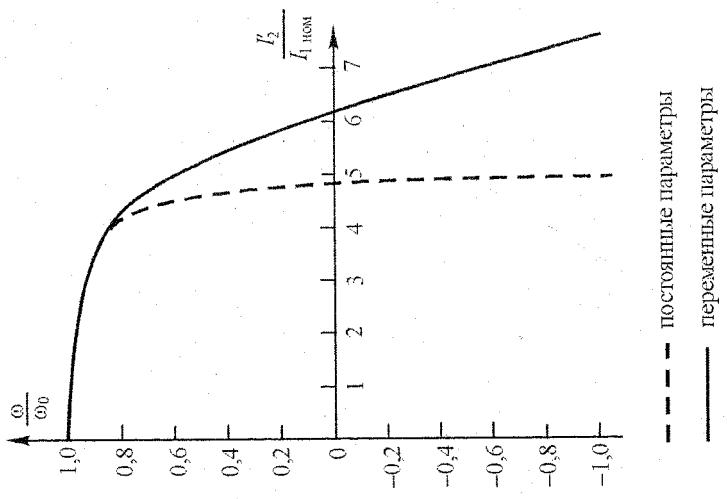


Рис. 2.10. Электромеханические характеристики АД
типа 4AH200L4 мощностью 55 кВт

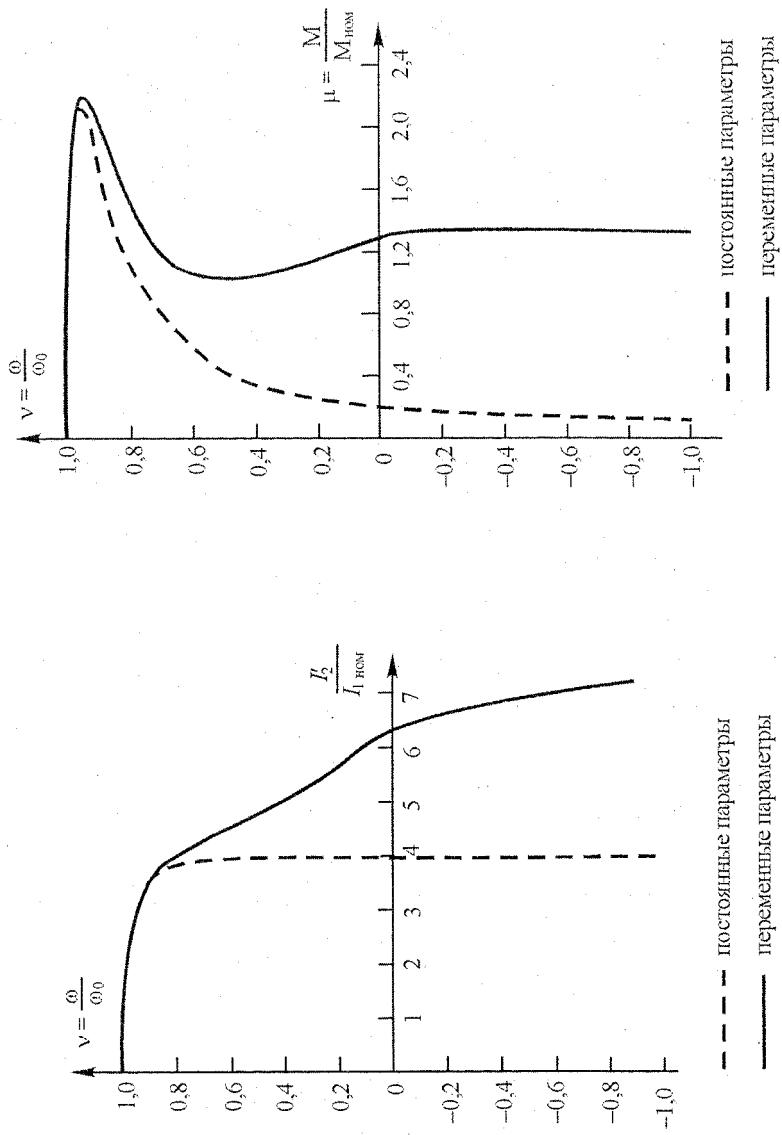


Рис. 2.11. Электромеханические характеристики АД
типа 4A315S4 мощностью 160 кВт

Рис. 2.12. Механические характеристики АД
типа 4A315S4 мощностью 160 кВт

— — — постоянные параметры

— — — постоянные параметры

— — — переменные параметры

— — — переменные параметры

Абсолютные значения параметров находятся по выражению

$$X = X^* \cdot Z_5,$$

где

$$Z_5 = \frac{U_{\phi, \text{ном}}}{I_{1, \text{ном}}},$$

Z_5 – базовое сопротивление.

Для рассматриваемого примера имеем:

$$I_{1, \text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{3U_{\phi, \text{ном}} n_{\text{ном}} \cos \varphi_{\text{ном}}} = 0,413 \text{ A}$$

и

$$Z_5 = \frac{220}{0,413} = 532,68 \text{ Ом},$$

что обуславливает следующие значения параметров:

$$X_\mu = 639,22 \text{ Ом}; R_1 = 69,25 \text{ Ом}; X_1 = 85,23 \text{ Ом}; R_2' = 111,86 \text{ Ом};$$

$$X_2' = 90,55 \text{ Ом}; R_{k, n} = 186,44 \text{ Ом}; X_{k, n} = 175,79 \text{ Ом}.$$

Этим параметрам соответствуют:

– критический момент

$$M_k = \frac{3U_{\phi, \text{ном}}^2}{2\omega_0 \left(R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_k^2} \right)} = \\ = \frac{3 \cdot 220^2}{2 \cdot 157,08 \left(69,25 + \sqrt{69,25^2 + 175,79^2} \right)} = 1,79 \text{ H} \cdot \text{м};$$

– электромагнитный номинальный момент

$$M_{\phi, \text{ном}} = \frac{2M_k(1 + as_k)}{\frac{S_{\text{ном}}}{S_k} + \frac{S_k}{S_{\text{ном}}} + 2as_k} = \\ = \frac{2 \cdot 1,79(1 + 0,62 \cdot 0,59)}{\frac{0,086}{0,59} + \frac{0,59}{0,086} + 2 \cdot 0,62 \cdot 0,59} = 0,63 \text{ H} \cdot \text{м},$$

где

$$a = \frac{R_1}{R_2'} = 0,62;$$

– пусковой момент

$$M_n = \frac{2M_k(1 + as_k)}{\frac{1}{s_k} + s_k + 2as_k} = 1,62 \text{ H} \cdot \text{m};$$

– пусковой ток статора

$$I_{1n} = \frac{U_{\Phi, \text{ном}}}{\sqrt{R_{AD,n}^2 + X_{AD,n}^2}},$$

где

$$R_{AD,n} = R_1 + \frac{X_\mu^2 R'_{2n}}{R'^2_{2n} + (X'_{2n} + X_\mu)^2},$$

$$X_{AD,n} = X_1 + X_\mu^2 \frac{R'^2_{2n} + X'_{2n}(X'_{2n} + X_\mu)}{R'^2_{2n} + (X'_{2n} + X_\mu)^2},$$

$$R'_{2n} = R_{k,n} - R_1; \quad X'_{2n} = X_{k,n} - X_1.$$

При подстановке приведенных выше параметров получаем

$$I_{1n} = \frac{220}{\sqrt{156,9^2 + 162,55^2}} = 0,97 \text{ A}.$$

Теперь можно вычислить относительные величины:

$$\frac{M_k}{M_{\text{ном}}} = \frac{1,79}{0,63} = 2,84; \quad \frac{M_n}{M_{\text{ном}}} = \frac{1,62}{0,63} = 2,57; \quad \frac{I_{1n}}{I_{1\text{ном}}} = \frac{0,97}{0,43} = 2,25,$$

которые, как видно, заметно отличаются от каталожных данных: $\lambda_m = 2,2$; $\lambda_n = 2$ и $\lambda_1 = 5$.

Следовательно, для расчета механических характеристик АД при переменных параметрах в большинстве случаев нельзя одновременно использовать приводимые в справочниках значения параметров схемы замещения двигателя и каталожные данные, поскольку это приводит к противоречивым или лишенным смысла результатам, например, отрицательным сопротивлениям. Если принять за достоверные каталожные данные асинхронного двигателя, то параметры эквивалентной схемы АД для скольжений $-s_{\text{ном}} \leq s \leq s_{\text{ном}}$ следует рассчитывать на основании этих каталожных данных с помощью описанной здесь методики или используя какую-либо другую методику. В этом случае мы конструируем такие параметры эквивалентной схемы, которые обеспечивают получение номинального, максимального и пускового моментов, соответствующих каталожным данным.

ГЛАВА 3. СКАЛЯРНЫЕ СИСТЕМЫ ЧАСТОТНОГО УПРАВЛЕНИЯ АСИНХРОННЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ

3.1. Общие сведения

Под *скалярным управлением* понимают все невекторные системы управляемого электропривода. Они включают простые системы частотного управления асинхронным двигателем при питании от источника напряжения, а также более сложные системы частотно-токового управления.

Скаляр переменного напряжения представляется только величиной, полученной с помощью непосредственного измерения, расчета или преобразования мгновенных значений. Следовательно, общей чертой всех скалярных систем управления является регулируемая величина – модуль. Эта скалярная величина используется как в разомкнутых системах частотного управления, так и в замкнутых. В разомкнутых системах частотного управления АД напряжение изменяется только в функции частоты. Это простые системы частотного управления, которые при постоянном статическом моменте применяются для регулирования скорости в диапазоне $D \leq 2$. Для нагрузок, зависящих от скорости, т. е. турбомеханизмов (центробежных насосов и вентиляторов), разомкнутые системы частотного управления обеспечивают диапазон регулирования скорости $D > 2$. Недостатки разомкнутых систем частотного управления устраняются в замкнутых системах частотного управления, где напряжение, подводимое к статору асинхронного двигателя, изменяется не только в функции частоты, но и другой величины, связанной с нагрузкой двигателя, например, тока, момента, потокосцепления и т. д.

3.2. Закон М. П. Костенко для частотного регулирования асинхронных двигателей

В 1925 году в работе [27] М. П. Костенко изложил свой закон частотного регулирования идеализированного асинхронного двигателя. Под *идеализированным* понимается асинхронный двигатель, в котором: 1) активное сопротивление обмотки статора равно нулю ($R_1 = 0$); 2) отсутствуют потери в стали ($\Delta P_{\text{ст}} = 0$); 3) магнитная система ненасыщена ($L_m = \text{const}$); 4) имеется независимое охлаждение ($\beta_{\infty} = 1$). Поясним этот закон на основании современной теории электропривода. При $R_1 = 0$ критический момент асинхронного двигателя выражается зависимостью [12]

$$M_k = \frac{3U_{1\phi}^2}{2\omega_0 X_k}, \quad (3.1)$$

где

$$X_k = X_1 + X'_2, \quad (3.2)$$

X_k – индуктивное сопротивление короткого замыкания,

$U_{1\phi}$ – фазное напряжение обмотки статора,

ω_0 – синхронная угловая скорость, рад/с.

Синхронная угловая скорость ω_0 и индуктивное сопротивление короткого замыкания X_k являются функциями частоты f_1 :

$$\omega_0 = \frac{2\pi f_1}{p_n}, \quad (3.3)$$

$$X_k = 2\pi f_1 L_{\sigma_k}, \quad (3.4)$$

где p_n – число пар полюсов обмотки статора,

L_{σ_k} – индуктивность короткого замыкания АД, равная сумме индуктивностей рассеяния обмотки статора $L_{1\sigma}$ и обмотки ротора $L_{2\sigma}$.

При подстановке (3.3) и (3.4) в (3.1) находим

$$M_k = C \left(\frac{U_1}{f_1} \right)^2, \quad (3.5)$$

где

$$C = \frac{3p_n}{8\pi^2 L_{\sigma_k}}. \quad (3.6)$$

Очевидно, что для номинальных значений напряжения $U_{1\text{ном}}$ и частоты $f_{1\text{ном}}$ получим номинальный критический момент

$$M_{k,\text{ном}} = C \left(\frac{U_{1\text{ном}}}{f_{1\text{ном}}} \right)^2. \quad (3.7)$$

Взяв отношение (3.5) и (3.7), найдем

$$\frac{M_k}{M_{k, \text{ном}}} = \left(\frac{U_{1\phi}}{U_{1\text{ном}}} \right)^2 \cdot \left(\frac{f_{1\text{ном}}}{f_1} \right)^2 \quad (3.8)$$

или

$$\frac{U_{1\phi}}{U_{1\text{ном}}} = \frac{f_1}{f_{1\text{ном}}} \sqrt{\frac{M_k}{M_{k, \text{ном}}}}. \quad (3.9)$$

Костенко поставил задачу, чтобы при переменной частоте f_1 перегрузочная способность λ_m АД была постоянной, равной номинальной перегрузочной способности, т. е.

$$\lambda_m = \frac{M_k}{M_c} = \frac{M_{k, \text{ном}}}{M_{c, \text{ном}}}, \quad (3.10)$$

где M_c и $M_{c, \text{ном}}$ – текущее и номинальное значения статического момента на валу АД.

Пропорцию (3.10) можно переписать в виде

$$\frac{M_k}{M_{k, \text{ном}}} = \frac{M_c}{M_{c, \text{ном}}}. \quad (3.11)$$

Подставив (3.11) в (3.9), получим закон М. П. Костенко:

$$\frac{U_{1\phi}}{U_{1\text{ном}}} = \frac{f_1}{f_{1\text{ном}}} \sqrt{\frac{M_c}{M_{c, \text{ном}}}}, \quad (3.12)$$

который показывает, что *подводимое к обмотке статора напряжение $U_{1\phi}$ надо изменять пропорционально изменению частоты, умноженной на корень квадратный из относительного статического момента*. Костенко показал, что если АД управляет по закону (3.12), то он имеет не только постоянную перегрузочную способность, но и практически постоянный к. п. д., коэффициент мощности и абсолютное скольжение. Закон Костенко относится не только к частотному управлению, а, вообще, к любому управлению электродвигателем. В частности, при $f_1 = f_{1\text{ном}}$ и $U_{1\phi} = \text{var}$ выражение (3.12) записывается в виде

$$\frac{U_{1\phi}}{U_{1\text{ном}}} = \sqrt{\frac{M_c}{M_{c, \text{ном}}}}, \quad (3.13)$$

из которого следует, что для экономичной работы АД при изменяющемся статическом моменте M_c необходимо изменять подводимое к статору напряжение $U_{1\phi}$, что уже рассматривалось в первой главе.

С использованием безразмерных относительных величин

$$\gamma = \frac{U_{1\phi}}{U_{1\text{ном}}}; \quad \alpha = \frac{f_1}{f_{1\text{ном}}}; \quad \mu_c = \frac{M_c}{M_{c,\text{ном}}}$$

закон Костенко записывается в виде

$$\gamma = \alpha \sqrt{\mu_c}. \quad (3.14)$$

Если учесть, что в идеализированном двигателе $R_1 = 0$, то

$$\frac{U_{1\phi}}{U_{1\text{ном}}} = \frac{\Phi_1}{\Phi_{1\text{ном}}} \quad (3.15)$$

или

$$\gamma = \varphi, \quad (3.16)$$

где

$$\varphi = \frac{\Phi_1}{\Phi_{1\text{ном}}}, \quad (3.17)$$

$\Phi_1, \Phi_{1\text{ном}}$ – текущее и номинальное значения магнитного потока статора АД.

Представим статический момент M_c упрощенно в общем виде [12]:

$$M_c = M_{c,\text{ном}} \left(\frac{\omega}{\omega_{\text{ном}}} \right)^n, \quad (3.18)$$

где $n = -1, 0, 1, 2$.

Принимая

$$\frac{\omega}{\omega_{\text{ном}}} = \frac{\omega_0(1-s)}{\omega_{0\text{ном}}(1-s_{\text{ном}})} \approx \frac{\omega_0}{\omega_{0\text{ном}}} = \frac{f_1}{f_{1\text{ном}}} = \alpha,$$

получим

$$\mu_c = \alpha^n. \quad (3.19)$$

На основании (3.11) и (3.19) имеем

$$M_k = M_{k,\text{ном}} \alpha^n. \quad (3.20)$$

При $R_1 = 0$ механическая характеристика АД, выражаемая формулой Клосса, имеет вид [12, 15, 25]:

$$M = \frac{2M_k}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}} = \frac{2M_{k,\text{ном}} \alpha^n}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}}, \quad (3.21)$$

где s и s_k – текущее и критическое скольжение АД при данной частоте f_1 (заданном значении α).

Критическое скольжение АД при $R_1 = 0$:

$$S_k = \frac{R'_2}{X_k} = \frac{R'_2}{\alpha X_{k, \text{ном}}} = \frac{s_{k, \text{ном}}}{\alpha}, \quad (3.22)$$

где

$$s_{k, \text{ном}} = \frac{R'_2}{X_{k, \text{ном}}}, \quad (3.23)$$

$s_{k, \text{ном}}$ – критическое скольжение при номинальной частоте $f_{1, \text{ном}}$ (или $\alpha = 1$),
 $X_{k, \text{ном}}$ – индуктивное сопротивление короткого замыкания АД при номинальной частоте $f_{1, \text{ном}}$.

Подставляем (3.22) в (3.21) и получаем

$$M = \frac{\frac{2M_{k, \text{ном}}\alpha^n}{\alpha s} + \frac{s_{k, \text{ном}}}{\alpha s}}{s_{k, \text{ном}}}. \quad (3.24)$$

Так как

$$\alpha s = \frac{\omega_0}{\omega_{0, \text{ном}}} \cdot \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_{0, \text{ном}}} = s_a, \quad (3.25)$$

то

$$M = \frac{\frac{2M_{k, \text{ном}}\alpha^n}{s_a} + \frac{s_{k, \text{ном}}}{s_a}}{s_{k, \text{ном}}}. \quad (3.26)$$

Угловая скорость ротора ω при переменной частоте

$$\omega = \omega_0(1 - s) = \alpha\omega_{0, \text{ном}}(1 - s) = \omega_{0, \text{ном}}(\alpha - \alpha s) = \omega_{0, \text{ном}}(\alpha - s_a). \quad (3.27)$$

Уравнения (3.26) и (3.27) дают параметрическое выражение механических характеристик идеализированного АД, управляемого по закону М. П. Костенко. Представив электромагнитный момент M и угловую скорость ротора ω в относительных безразмерных единицах

$$\mu = \frac{M}{M_{\text{ном}}}, \quad v = \frac{\omega}{\omega_{0, \text{ном}}}, \quad (3.28)$$

получим параметрическое уравнение семейства механических характеристик идеализированного АД:

$$\left. \begin{aligned} \mu &= \frac{\frac{2\lambda_m \alpha^n}{s_a} + \frac{s_{k, \text{ном}}}{s_a}}{s_{k, \text{ном}}} \\ v &= \alpha - s_a, \end{aligned} \right\} \quad (3.29)$$

где в качестве параметров выступают: 1) абсолютное скольжение s_a ; 2) относительная частота α ; 3) характер статического момента, определяемый степенью n ($n = -1; 0; 1; 2$).

Если в (3.14) подставить (3.19), то получим выражение закона М. П. Костенко в безразмерных относительных единицах в виде

$$\gamma = \alpha^{1+\frac{n}{2}}. \quad (3.30)$$

Из (3.29) и (3.30) следует, что при постоянном статическом моменте ($n = 0$) частотное управление идеализированного АД происходит по закону $\gamma = \alpha$ и постоянном критическом моменте λ_m , при этом механические характеристики представляют собой семейство конгруэнтных кривых (рис. 3.1). При квадратичном статическом моменте ($n = 2$) частотное управление идеализированного АД осуществляется по закону $\gamma = \alpha^2$ с критическим моментом, пропорциональным квадрату частоты, т. е. $\mu_k = \lambda_m \alpha^2$. Механические характеристики этого закона управления показаны на рис. 3.2. Если имеем постоянство статической мощности ($n = -1$), то частотное управление идеализированного АД выполняют по закону $\gamma = \sqrt{\alpha}$, который обеспечивает обратно пропорциональную зависимость критического момента от частоты, т. е. $\mu_k = \alpha^{-1} \lambda_m$. Механические характеристики при регулировании АД по закону постоянства мощности приведены на рис. 3.3. Обычно такое регулирование скорости применяется при $\alpha > 1$. Механические характеристики (3.29), основанные на законе (3.30), обеспечивают экономическую и удовлетворительную работу асинхронного частотно-регулируемого электропривода только для идеализированного АД. Из-за своей простоты и однозначной зависимости подводимого к двигателю напряжения от частоты закон частотного уравнения (3.30) применяют и в настоящее время в простых преобразователях частоты, где этот закон "защит" в систему управления с возможностью изменения начальных и конечных значений величин при настройке. В связи с тем, что преобладающее число статических моментов разделяется на независящие от скорости ($M_c = \text{const}$) и зависящие от скорости ($M_c \sim \omega^n$, $n > 1$); обычно технические данные предлагаемых на рынке преобразователей частоты дают для этих двух категорий статического момента. Однако существенное отличие характеристи-

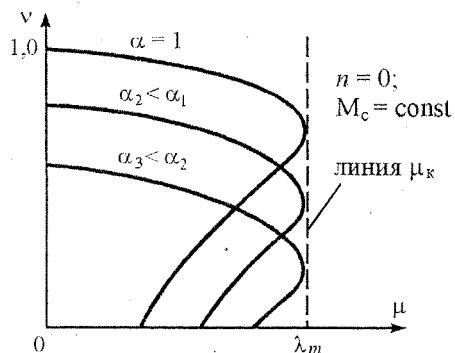


Рис. 3.1. Механические характеристики (в относительных единицах) идеализированного АД при частотном управлении по закону $\gamma = \alpha$

работу асинхронного частотно-регулируемого электропривода только для идеализированного АД. Из-за своей простоты и однозначной зависимости подводимого к двигателю напряжения от частоты закон частотного уравнения (3.30) применяют и в настоящее время в простых преобразователях частоты, где этот закон "защит" в систему управления с возможностью изменения начальных и конечных значений величин при настройке. В связи с тем, что преобладающее число статических моментов разделяется на независящие от скорости ($M_c = \text{const}$) и зависящие от скорости ($M_c \sim \omega^n$, $n > 1$); обычно технические данные предлагаемых на рынке преобразователей частоты дают для этих двух категорий статического момента. Однако существенное отличие характеристи-

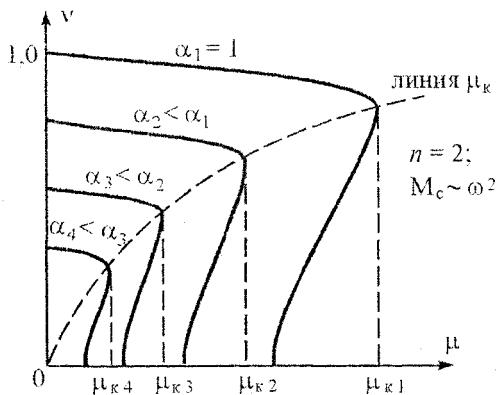


Рис. 3.2. Механические характеристики идеализированного АД при частотном управлении по закону $\gamma = \alpha^2$

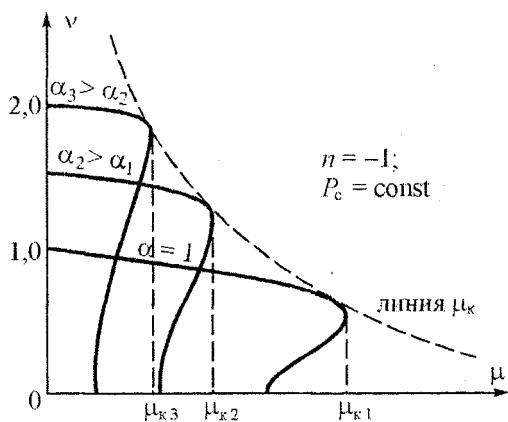


Рис. 3.3. Механические характеристики идеализированного АД при частотном управлении по закону $\gamma = \sqrt{\alpha}$

тик реального АД от идеализированного, особенно для $M_c = \text{const}$, не позволяет обеспечить требуемые технические и технологические параметры частотно-регулируемого электропривода с использованием разомкнутой системы частотного управления по закону (3.30). Мы это покажем ниже.

Основное отличие реального АД от идеализированного состоит в том, что в реальном асинхронном двигателе $R_1 > 0$. А это приводит к изменению свойств и характеристик реального АД по сравнению с идеализированным. Чтобы выяснить влияние R_1 на свойства и характеристики реального АД, рассмотрим эквивалентную Т-образную (рис. 3.4) и уточненную Г-образную (рис. 3.5) схемы одной фазы АД при переменной частоте, где все индуктивные сопротивления пропорциональны относительной частоте α .

Эквивалентную Т-образную схему АД, показанную на рис. 3.4, можно преобразовать к виду, показанному на рис. 3.6, где активное $R_b(\alpha, s_a)$ и реактивное $X_b(\alpha, s_a)$ "внутренние" сопротивления АД, являющиеся функциями абсолютного скольжения s_a , пропорциональны относительной частоте α :

$$R_b(\alpha, s_a) = \alpha R_{b,a}; X_b(\alpha, s_a) = \alpha X_{b,a} \quad (3.31)$$

где

$$R_{b,a} = \frac{X_{\mu_{\text{ном}}}^2 R'_2 s_a}{R'^2_2 + (X'_{2\text{ном}} + X_{\mu_{\text{ном}}})^2 s_a^2}, \quad (3.32)$$

$$X_{\text{в.} a} = X_{\mu \text{ном}} \frac{R_2'^2 + X'_{2 \text{ном}} (X'_{2 \text{ном}} + X_{\mu \text{ном}}) s_a^2}{R_2'^2 + (X'_{2 \text{ном}} + X_{\mu \text{ном}})^2 s_a^2}, \quad (3.33)$$

$X_{1 \text{ном}}, X'_{2 \text{ном}}, X_{\mu \text{ном}}$ – индуктивные сопротивления эквивалентной Т-образной схемы АД при номинальной частоте,

s_a – абсолютное скольжение.

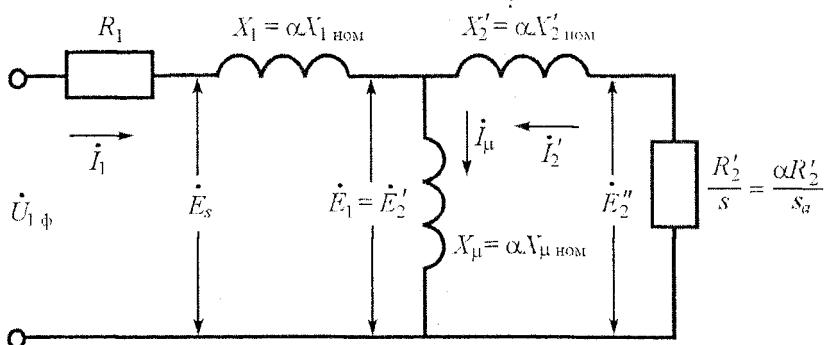


Рис. 3.4. Эквивалентная Т-образная схема АД при переменной частоте

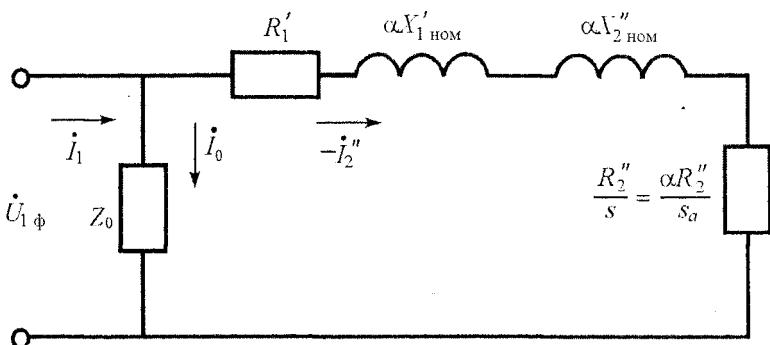


Рис. 3.5. Уточненная эквивалентная Г-образная схема АД при переменной частоте

Эквивалентное сопротивление цепи АД при данных абсолютном скольжении s_a и относительной частоте α (рис. 3.6)

$$Z_{\text{АД}} = R_{\text{АД}} + jX_{\text{АД}}, \quad (3.34)$$

где

$$R_{\text{АД}} = R_1 + \alpha R_{\text{в.} a}, \quad (3.35)$$

$$X_{\text{АД}} = \alpha (X_{1 \text{ном}} + X_{\text{в.} a}). \quad (3.36)$$

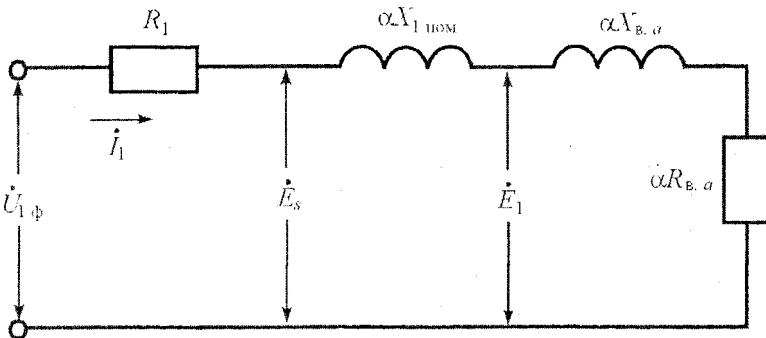


Рис. 3.6. Эквивалентная схема АД при переменной частоте с выделением “внутренних” активного и индуктивного сопротивлений

В соответствии с уточненной эквивалентной Г-образной схемой АД при переменной частоте (см. рис. 3.5), используя [15], можно записать выражения критического момента

$$M_{k,\alpha} = \frac{3U_\alpha^2}{2\alpha\omega_{0\text{ном}} \left[R'_1 + \sqrt{R'^2 + (\alpha X'_{k\text{ном}})^2} \right]} \quad (3.37)$$

и критического скольжения

$$s_{k,\alpha} = \frac{R''_2}{\sqrt{R'^2 + (\alpha X'_{k\text{ном}})^2}} \quad (3.38)$$

трехфазного асинхронного двигателя при данной относительной частоте α , где U_α – фазное напряжение АД, определяемое принятым законом частотного управления; $R'_1, R''_2, X'_{k\text{ном}} = X'_{1\text{ном}} + X''_{2\text{ном}}$ – параметры уточненной эквивалентной Г-образной схемы АД при номинальной частоте, определяемые таким образом [28]:

$$R'_1 = \sigma_1 R_1; \quad X'_{1\text{ном}} = \sigma_1 X_{1\text{ном}}, \quad (3.39)$$

$$R''_2 = \sigma_1^2 R'_2; \quad X''_{2\text{ном}} = \sigma_1^2 X'_{2\text{ном}}, \quad (3.40)$$

$$\sigma_1 = 1 + \frac{Z_1}{Z_0} \approx \sigma_1 = 1 + \frac{X_1}{X_\mu} = 1 + \frac{\Psi_{1\sigma}}{\Psi_m} = 1 + \tau_1, \quad (3.41)$$

$$\tau_1 = \frac{\Psi_{1\sigma}}{\Psi_m}, \quad (3.42)$$

$\Psi_{1\sigma}$ – потокосцепление рассеяния обмотки статора,

Ψ_m – потокосцепление взаимоиндукции,

τ_1 – коэффициент рассеяния обмотки статора.

Если принять, что при любых частотах α критический момент АД равен критическому моменту при номинальной частоте, т. е.

$$M_{k,a} = M_{k,\text{ном}}, \quad (3.43)$$

то можно найти закон частотного управления АД

$$\gamma = \frac{U_a}{U_{1\text{ном}}} = \sqrt{\alpha \frac{R'_1 + \sqrt{R'^2_1 + (\alpha X'_{k,\text{ном}})^2}}{R'_1 + \sqrt{R'^2_1 + X'^2_{k,\text{ном}}}}}, \quad (3.44)$$

удовлетворяющий условию (3.43).

Однако при реализации этого закона частотного управления следует принимать во внимание величину тока статора

$$i_1(\alpha, s_a) = \frac{I_{1a}}{I_{1\text{ном}}} = \frac{\gamma}{\alpha} \cdot \frac{Z_{AD}(s_{\text{ном}})}{Z'_{AD}} \quad (3.45)$$

и магнитного потока взаимоиндукции

$$\Phi_m = \frac{\Phi_m}{\Phi_{m\text{ном}}} = i_1(\alpha, s_a) \cdot \frac{Z_{B,a}}{Z_{B,a}(s_{\text{ном}})}, \quad (3.46)$$

где

$$Z'_{AD} = \sqrt{\left(\frac{R_1}{\alpha} + R_{B,a}\right)^2 + (X_{1\text{ном}} + X_{B,a})^2}, \quad (3.47)$$

$$Z_{AD}(s_{\text{ном}}) = \sqrt{[R_1 + R_{B,a}(s_{\text{ном}})]^2 + [X_{1\text{ном}} + X_{B,a}(s_{\text{ном}})]^2}, \quad (3.48)$$

$$Z_{B,a} = \sqrt{R_{B,a}^2 + X_{B,a}^2}, \quad (3.49)$$

$$Z_{B,a}(s_{\text{ном}}) = \sqrt{[R_{B,a}(s_{\text{ном}})]^2 + [X_{B,a}(s_{\text{ном}})]^2}, \quad (3.50)$$

$$R_{B,a}(s_{\text{ном}}) = \frac{X_{\mu\text{ном}}^2 R'_2 s_{\text{ном}}}{R'^2_2 + (X'_{2\text{ном}} + X_{\mu\text{ном}})^2 s_{\text{ном}}^2}, \quad (3.51)$$

$$X_{B,a}(s_{\text{ном}}) = X_{\mu\text{ном}} \frac{R'^2_2 + X'_{2\text{ном}} (X'_{2\text{ном}} + X_{\mu\text{ном}}) s_{\text{ном}}^2}{R'^2_2 + (X'_{2\text{ном}} + X_{\mu\text{ном}})^2 s_{\text{ном}}^2}. \quad (3.52)$$

Анализ (3.45) и (3.46) с учетом рис. 3.5 и 3.6 показывает, что в широком диапазоне изменения частот ($\alpha_{\min} \leq \alpha \leq 1$) и нагрузок ($-s_{\text{ном}} \leq s_a \leq s_{\text{ном}}$) выполнение закона (3.44) частотного управления АД (рис. 3.7) требует завышения номинального тока и магнитного потока (рис. 3.8), что недопустимо как по условиям нагрева двигателя, так и по условиям насыщения магнитной системы.

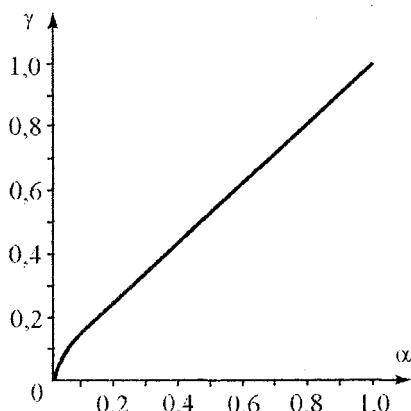


Рис. 3.7. Зависимость $\gamma = f(\alpha)$ для частотного управления АД 4 кВт, 960 об/мин по закону $M_{k,\alpha} = M_{k,\text{ном}}$

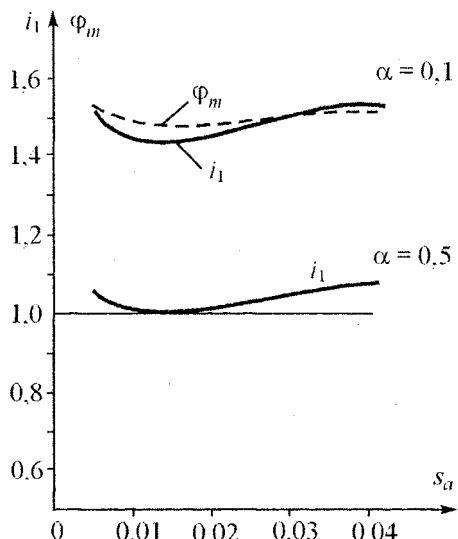


Рис. 3.8. Зависимость относительного тока статора i_1 и магнитного потока ϕ_m взаимоиндукции от абсолютного скольжения s_a при частотном управлении АД 4 кВт, 960 об/мин по закону $M_{k,\alpha} = M_{k,\text{ном}}$

Использование пропорционального закона $\gamma = \alpha$ частотного управления для реального АД приводит к тому, что критический момент двигателя

$$\mu_k = \frac{M_{k,\alpha}}{M_{k,e}} = \alpha \cdot \frac{R'_1 + \sqrt{R'^2_1 + X'^2_{k,\text{ном}}}}{R'_1 + \sqrt{R'^2_1 + (\alpha X'_{k,\text{ном}})^2}} \quad (3.53)$$

уменьшается с уменьшением частоты α (рис. 3.9),

где

$$M_{k,e} = \frac{3U_{1,\text{ном}}^2}{2\omega_{0,\text{ном}} \cdot (R^2_1 + \sqrt{R^2_1 + X^2_{k,\text{ном}}})}, \quad (3.54)$$

$M_{k,\alpha}$ – критический момент АД на естественной механической характеристике в двигательном режиме.

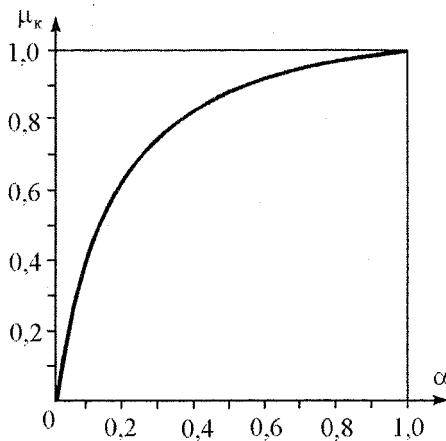


Рис. 3.9. Зависимость относительного критического момента от относительной частоты при пропорциональном частотном управлении АД 4 кВт, 960 об/мин

При использовании (3.37), (3.38), (3.53) и (3.54) в упрощенной формуле Клосса можно найти уравнение линеаризованной механической характеристики АД для пропорционального закона частотного управления $\gamma = \alpha$:

$$\begin{aligned} M &= \frac{2M_{k,\alpha}}{s_{k,\alpha}} \cdot s = \frac{2M_{k,\alpha}}{\alpha s_{k,\alpha}} \cdot s_a = \\ &= \frac{3U_{\text{ном}}^2}{\omega_{0\text{ном}}} \cdot \frac{\sqrt{R_1'^2 + (\alpha X'_{k,\text{ном}})^2}}{R_2'' \left[R_1' + \sqrt{R_1'^2 + (\alpha X'_{k,\text{ном}})^2} \right]} \cdot s_a. \end{aligned} \quad (3.55)$$

Жесткость этой линеаризованной характеристики определяется выражением

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{\partial M}{\partial \omega} = -\frac{1}{\omega_{0\text{ном}}} \cdot \frac{\partial M}{\partial s_a} = \\ &= -3 \left(\frac{U_{\text{ном}}}{\omega_{0\text{ном}}} \right)^2 \cdot \frac{\sqrt{R_1'^2 + (\alpha X'_{k,\text{ном}})^2}}{R_2'' \left[R_1' + \sqrt{R_1'^2 + (\alpha X'_{k,\text{ном}})^2} \right]}, \end{aligned} \quad (3.56)$$

из которого видно, что с уменьшением α модуль жесткости уменьшается. Магнитный поток взаимоиндукции

$$\Phi_m = \frac{U_{1\text{ном}}}{Cf_{1\text{ном}}} \cdot \frac{Z_{\text{в.а}}}{Z'_{\text{АД}}}, \quad (3.57)$$

как следует из (3.47), (3.49) и (3.57) с уменьшением α , т. е. частоты, также уменьшается.

Рекомендуемые довольно часто в простейших преобразователях частоты методы корректировки начального напряжения при пропорциональном законе частотного управления АД для нагрузок с постоянным статическим моментом не решают проблему. Это видно из простого анализа. При частотном регулировании АД подводимое к статору напряжение U_1 определяется векторным уравнением

$$U_1 = \alpha E_{s\text{ном}} + I_1 R_1, \quad (3.58)$$

где $E_{s\text{ном}}$ – действующее значение номинальной ЭДС, индуцируемой потокосцеплением статора.

В первом приближении можно векторное суммирование заменить арифметическим [16]:

$$U \approx \alpha E_{s\text{ном}} + I_1 R_1. \quad (3.59)$$

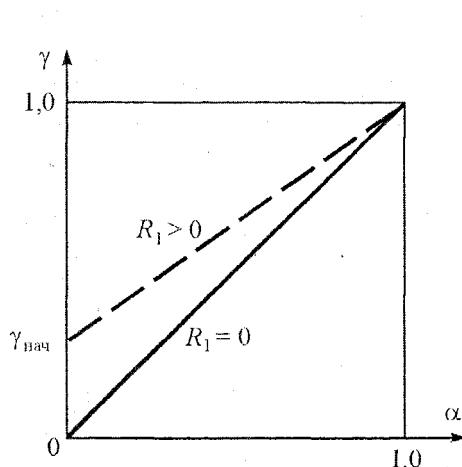


Рис. 3.10. Пропорциональный закон частотного управления $\gamma = \alpha$ при начальной компенсации падения напряжения на активном сопротивлении обмотки статора

$$U_{1\text{min}} = \alpha_{\text{min}} E_{s\text{ном}} + I_{1\text{ном}} R_1 = 0,1 \cdot 200 + 20 = 40 \text{ В.}$$

Если скомпенсировать падение напряжения $I_1 R_1$ на активном сопротивлении обмотки статора для $I_1 = I_{1\text{ном}}$ при минимальной частоте α_{min} , то при сбросе нагрузки ($I_1 = I_0$) к обмоткам АД будет приложено повышенное напряжение, которое может вызвать перенасыщение магнитной системы и недопустимое увеличение тока (рис. 3.10).

Действительно, пусть $U_{1\text{ном}} = 220 \text{ В}; I_{1\text{ном}} = 20 \text{ А}; R_1 = 1 \text{ Ом}$ и $E_{s\text{ном}} = 200 \text{ В}$. В номинальном режиме при $\alpha = 1$ имеем

$$U_{1\text{ном}} = E_{s\text{ном}} + I_{1\text{ном}} R_1 = 200 + 20 = 220 \text{ В.}$$

При номинальном токе и $\alpha_{\text{min}} = 0,1$ получаем на обмотках статора величину напряжения

При $\alpha_{\min} = 0,1$ и сбросе нагрузки до тока холостого хода $I_1 = I_0 = 2$ А ЭДС статора, определяющая магнитный поток, принимает значение

$$E_{s\min} = U_{1\min} - I_0 R_1 = 40 - 2 \cdot 1 = 38 \text{ В},$$

что почти в 2 раза больше ЭДС $E_s = 20$ В, которая обеспечивает номинальный магнитный поток двигателя при данной частоте α_{\min} .

Если компенсацию падения напряжения на активном сопротивлении обмотки статора сделать для минимального тока $I_1 = I_0$, то при увеличении нагрузки до номинальной магнитный поток уменьшится и, соответственно, уменьшится критический момент. Для нашего примера получаем напряжение для $\alpha_{\min} = 0,1$ и $I_1 = I_0 = 2$ А:

$$U_{1\min} = \alpha_{\min} E_{s\text{ном}} + I_0 R_1 = 0,1 \cdot 200 + 2 \cdot 1 = 22 \text{ В}.$$

При $\alpha_{\min} = 0,1$ и увеличении нагрузки от холостого хода до номинальной ЭДС статора двигателя становится равной

$$E_{s\min} = U_{1\min} - I_{1\text{ном}} R_1 = 22 - 20 \cdot 1 = 2 \text{ В},$$

что в 10 раз меньше ЭДС $E_s = 20$ В, которая обеспечивает номинальный магнитный поток двигателя при данной частоте.

Следовательно, законы частотного управления в разомкнутых системах, когда напряжение изменяется только в функции частоты, не обеспечивают постоянства перегрузочной способности реального АД в широком диапазоне изменения моментов и скоростей. Они находят еще применение в электроприводах для механизмов с $M_e = \text{const}$ при маломенящемся статическом моменте и для турбомеханизмов.

Функциональная схема разомкнутой системы частотного управления АД показана на рис. 3.11. Обратная связь по напряжению $U_{o,c}$ служит здесь только для поддержания соотношения между управляющими величинами, заданными системой управления: $\gamma = f(\alpha)$. Этую задачу выполняет функциональный блок ФП. Обратная связь по напряжению исключает влияние нелинейности регулятора напряжения РН и влияние потерь в силовом блоке преобразователя частоты ПЧ на величину задаваемого напряжения U_s , но не затрагивает сущности регулирования, которое происходит только в функции частоты f_s , независимо от нагрузки. Динамика электропривода при частотном регулировании формируется задатчиком интенсивности ЗИ и регуляторами частоты РЧ и напряжения РН.

Недостатки разомкнутых систем частотного управления устраняются в замкнутых системах, когда напряжение на двигателе изменяется не только в функции частоты, но и тока (момента) нагрузки. При этом магнитный поток и перегрузочная способность двигателя поддерживаются на заданном уровне.

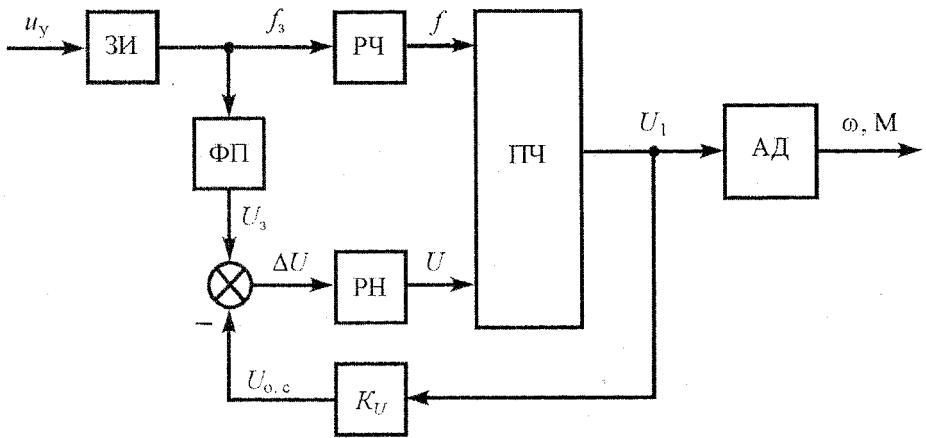


Рис. 3.11. Функциональная схема разомкнутой системы частотного управления

3.3. Замкнутые системы скалярного частотного управления асинхронными двигателями

Из замкнутых систем частотного управления асинхронными двигателями наибольшее распространение получили системы стабилизации потокосцепления (статора Ψ_1 , взаимоиндукции Ψ_m , ротора Ψ_2) и абсолютного скольжения s_a . Каждый из этих законов частотного управления характеризует электромеханические свойства и энергетические показатели АД. Для выявления основных соотношений при частотном управлении со стабилизацией потокосцепления рассмотрим векторную диаграмму АД (рис. 3.12), построенную в соответствии с эквивалентной Т-образной схемой асинхронного двигателя при переменной частоте (см. рис. 3.4), где для упрощения записи обозначим:

$$X_1 = \alpha X_{1\text{ nom}}, X'_2 = \alpha X'_{2\text{ nom}}, X_\mu = \alpha X_{\mu\text{ nom}}. \quad (3.60)$$

Для синусоидальных величин переменного тока известно соотношение между действующими значениями ЭДС E , потокосцепления Ψ и угловой частотой ω_1 :

$$E = \omega_1 \Psi = 2\pi f_1 \Psi. \quad (3.61)$$

В соответствии с законом электромагнитной индукции для синусоидальных переменных получаем, что векторы ЭДС и соответствующие им потокосцепления на рис. 3.12 ортогональны, т. е.

$$\dot{E}_s \perp \dot{\Psi}_1; \quad \dot{E}_m \perp \dot{\Psi}_m; \quad \dot{E}_2'' \perp \dot{\Psi}_2, \quad (3.62)$$

где \dot{E}_s , \dot{E}_m , \dot{E}_2'' – соответственно векторы ЭДС, индуцированных изменением векторов потокосцеплений статора $\dot{\Psi}_1$, взаимоиндукции $\dot{\Psi}_m$ и ротора $\dot{\Psi}_2$.

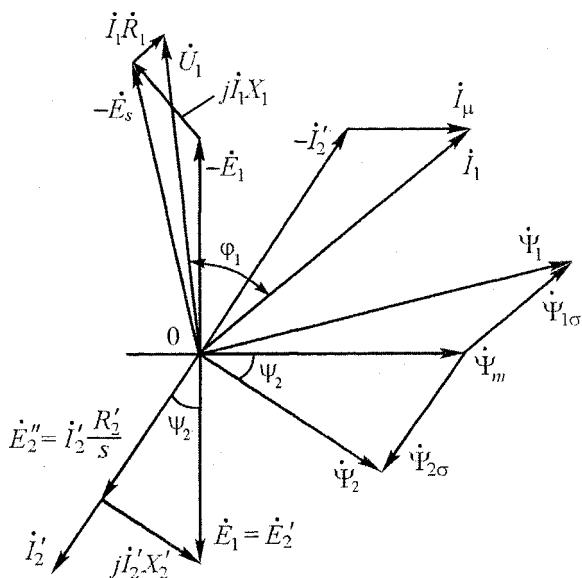


Рис. 3.12. Векторная диаграмма АД

Векторы потокосцеплений связаны между собой соотношениями:

$$\dot{\Psi}_1 = \dot{\Psi}_m + \dot{\Psi}_{1\sigma}, \quad (3.63)$$

$$\dot{\Psi}_2 = \dot{\Psi}_m + \dot{\Psi}_{2\sigma}, \quad (3.64)$$

где

$$\dot{\Psi}_{1\sigma} = L_{1\sigma} \dot{i}_1; \quad \dot{\Psi}_{2\sigma} = L_{2\sigma} \dot{i}_2', \quad (3.65)$$

$\dot{\Psi}_{1\sigma}$, $\dot{\Psi}_{2\sigma}$ – векторы потокосцеплений рассеяния статора и ротора,

\dot{i}_1 , \dot{i}_2' – векторы токов статора и ротора (приведенного),

$L_{1\sigma}$, $L_{2\sigma}$ – индуктивности рассеяния фаз статора и ротора.

Рассмотрим свойства и характеристики АД при разных законах стабилизации потокосцеплений.

3.3.1 Частотное управление АД по закону $\Psi_1 = \text{const}$

На основании (3.61) можно записать пропорцию

$$\frac{E_s}{\omega_1} = \frac{E_{s\text{ nom}}}{\omega_{1\text{ nom}}} = \text{const}, \quad (3.66)$$

из которой определяем действующее значение ЭДС статора

$$E_s = \frac{\omega_1}{\omega_{1\text{ nom}}} E_{s\text{ nom}} = \alpha E_{s\text{ nom}} \quad (3.67)$$

при частотном управлении по закону $\Psi_1 = \text{const}$. Для получения характеристик и выяснения свойств АД при частотном управлении по указанному закону вынесем намагничивающий контур эквивалентной Т-образной схемы рис. 3.4 на зажимы $a - b$ (рис. 3.13), изменив при этом параметры схемы в соответствии с теорией электрических машин [28]:

$$\left. \begin{aligned} X'_{k\text{ nom}} &= \sigma_1 X_{1\text{ nom}} + \sigma_1^2 X'_{2\text{ nom}}, \\ R''_2 &= \sigma_1^2 R'_2, \end{aligned} \right\} \quad (3.68)$$

где

$$\sigma_1 = 1 + \frac{X_1}{X_\mu} = \frac{L_1}{L_{12}} = \frac{1}{k_s}, \quad (3.69)$$

где k_s – коэффициент магнитной связи статора.

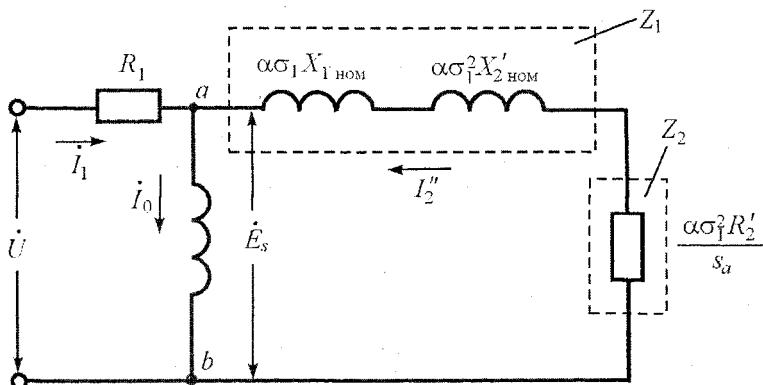


Рис. 3.13. Эквивалентная схема АД при частотном управлении по закону $\Psi_1 = \text{const}$

Из рис. 3.13 и принятых обозначений (3.68) следует, что приведенный ток ротора

$$I''_2 = \frac{E_s}{\alpha \sqrt{\left(\frac{R''_2}{S_a}\right)^2 + X'_{\text{к.ном}}^2}}, \quad (3.70)$$

С учетом (3.67) получаем

$$I''_2 = \frac{E_{s\text{ nom}}}{\sqrt{\left(\frac{R'_2}{S_a}\right)^2 + X'_{\text{к.ном}}^2}}, \quad (3.71)$$

где действующее значение номинальной ЭДС статора может быть найдено на основании векторной диаграммы рис. 3.12:

$$E_{s\text{ nom}} = \sqrt{(U_{1\text{ nom}} \sin \varphi_{\text{ном}})^2 + (U_{1\text{ nom}} \cos \varphi_{\text{ном}} - I_{1\text{ nom}} R_1)^2}. \quad (3.72)$$

Активное сопротивление на рис. 3.13

$$\frac{\alpha \sigma_1^2 R'_2}{S_a} = \frac{\alpha R''_2}{S_a}$$

является эквивалентом для неподвижного трехфазного АД, где выделяется электромагнитная мощность

$$P_{\text{эм}} = \alpha \frac{3I''_2^2 R''_2}{S_a}. \quad (3.73)$$

Поэтому электромагнитный момент М трехфазного АД можно записать в виде

$$M = \frac{P_{\text{эм}}}{\omega_0} = \frac{P_{\text{эм}}}{\alpha \omega_{0\text{ nom}}} = \frac{3I''_2^2 R''_2}{\omega_{0\text{ nom}} S_a}. \quad (3.74)$$

Подставив (3.71) в (3.74), находим

$$M = \frac{3E_{s\text{ nom}}^2 R''_2}{\omega_{0\text{ nom}} S_a \left[\left(\frac{R'_2}{S_a} \right)^2 + X'_{\text{к.ном}}^2 \right]}. \quad (3.75)$$

На эквивалентной схеме рис. 3.13 выделим сопротивления:

$$Z_1 = \alpha X'_{\text{к.ном}}, \quad Z_2 = \frac{\alpha R''_2}{S_a}.$$

Сопротивление Z_2 является сопротивлением нагрузки, где выделяется электромагнитная мощность одной фазы АД, а сопротивление Z_1 можно рассматривать

вать как внутреннее сопротивление ЭДС статора E_s . Известно, что в нагрузке выделяется максимальная мощность, если $Z_1 = Z_2$, т. е.

$$\alpha X'_{\text{к.ном}} = \frac{\alpha R''_2}{S_{a\kappa}}, \quad (3.76)$$

откуда находим абсолютное критическое скольжение

$$S_{a\kappa} = \pm \frac{R''_2}{X'_{\text{к.ном}}}. \quad (3.77)$$

Подставив (3.77) в (3.71) и (3.73), определим ток и электромагнитную мощность $P_{\text{эм.к}}$, соответствующие критическому скольжению:

$$I_{2\kappa} = \frac{E_{s\text{ном}}}{\sqrt{2}X'_{\text{к.ном}}}, \quad (3.78)$$

$$P_{\text{эм.к}} = \alpha \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{E_{s\text{ном}}^2}{X'_{\text{к.ном}}}. \quad (3.79)$$

Критический (максимальный) момент

$$M_k = \frac{P_{\text{эм.к}}}{\omega_0} = \frac{P_{\text{эм.к}}}{\alpha \omega_{0\text{ном}}} = \frac{3E_{s\text{ном}}^2}{2\omega_{0\text{ном}} X'_{\text{к.ном}}}. \quad (3.80)$$

Механические характеристики АД при частотном управлении по закону $\Psi_1 = \text{const}$ выражаются параметрическим уравнением

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{2M_k}{\frac{S_a}{S_{a\kappa}} + \frac{S_{a\kappa}}{S_a}}, \\ \omega &= \omega_{0\text{ном}}(\alpha - S_a). \end{aligned} \right\} \quad (3.81)$$

Жесткость этих характеристик

$$\beta = \frac{\partial M}{\partial \omega} = -\frac{1}{\omega_{0\text{ном}}} \cdot \frac{\partial M}{\partial S_a}, \quad (3.82)$$

где

$$M = 2M_k S_{a\kappa} \frac{S_a}{S_a^2 + S_{a\kappa}^2}. \quad (3.83)$$

Взяв частную производную от (3.83) по S_a и подставив в (3.82), получим

$$\beta = -\frac{2M_k S_a}{\omega_{0\text{ном}}} \cdot \frac{S_{a\kappa}^2 - S_a^2}{(S_a^2 + S_{a\kappa}^2)^2}, \quad (3.84)$$

т. е. жесткость механических характеристик остается неизменной для всех частот α при любом постоянном значении момента ($s_a = \text{const}$). Следовательно, механические характеристики для разных частот будут конгруэнтными. Их вид будет такой же, как и вид характеристик, приведенных на рис. 3.1.

Критические моменты АД при $\Psi_1 = \text{const}$ и на естественной механической характеристике для двигательного режима относятся как:

$$\frac{M_k(\Psi_1 = \text{const})}{M_{k,e}} = \left(\frac{E_{s,\text{ном}}}{U_{1,\text{ном}}} \right)^2 \cdot \frac{R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_k^2}}{X'_{k,\text{ном}}}. \quad (3.85)$$

Для токов, соответствующих критическим скольжениям, имеем отношение

$$\frac{I''_{2,k}(\Psi_1 = \text{const})}{I'_{2,k,e}} = \frac{E_{s,\text{ном}}}{U_{1,\text{ном}}} \cdot \frac{\sqrt{R_1^2 + X_k^2} \cdot (R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_k^2})}{X'_{k,\text{ном}}}. \quad (3.86)$$

Отношение (3.85) показывает, что критический момент АД при частотном управлении по закону $\Psi_1 = \text{const}$ близок к критическому моменту двигателя на естественной характеристике. Это можно сказать и про токи. Что касается потокосцепления взаимоиндукции, которое определяется ЭДС взаимоиндукции $E_1(f_{1,\text{ном}})$ при номинальной частоте.

$$\Psi_m = \frac{E_1(f_{1,\text{ном}})}{\omega_{1,\text{ном}}}, \quad (3.87)$$

то на основании эквивалентной схемы рис 3.13 можно найти

$$E_1(f_{1,\text{ном}}) = E_{s,\text{ном}} \sqrt{\frac{R_2''^2 + (X''_{2,\text{ном}} s_a)^2}{R_2''^2 + (X'_{k,\text{ном}} s_a)^2}}. \quad (3.88)$$

Следовательно, при увеличении нагрузки (абсолютного скольжения s_a) потокосцепление взаимоиндукции будет уменьшаться также, как и на естественной характеристике, за исключением скорости. Поэтому данный вид скалярного частотного управления довольно широко применяется. При реализации этого закона частотного управления необходимо обеспечивать на обмотках статора АД напряжение

$$U = \alpha E_{s,\text{ном}} \frac{Z'_{AD}}{Z_s}, \quad (3.89)$$

где

$$Z_s = \sqrt{R_{b,a}^2 + (X_{1,\text{ном}} + X_{b,a})^2}, \quad (3.90)$$

$Z'_{\text{ад}}$ определяется по (3.47), $R_{\text{в.а}}$ – по (3.32) и $X_{\text{в.а}}$ – по (3.33). При этом по обмотке статора будет протекать ток

$$I_1 = \frac{E_{s\text{ hom}}}{Z_s}. \quad (3.91)$$

3.3.2. Частотное управление АД по закону $\Psi_m = \text{const}$

Используя (3.61), записываем пропорцию

$$\frac{E_1}{\omega_1} = \frac{E_{1\text{ hom}}}{\omega_{1\text{ hom}}} = \text{const}, \quad (3.92)$$

из которой определим закон изменения ЭДС взаимоиндукции E_1 при изменении относительной частоты α :

$$E_1 = \alpha E_{1\text{ hom}}. \quad (3.93)$$

Номинальное значение ЭДС взаимоиндукции $E_{1\text{ hom}}$ находим, используя векторную диаграмму АД на рис. 3.12:

$$E_{1\text{ hom}} = \sqrt{(U_{1\text{ hom}} \sin \varphi_{\text{hom}} - I_{1\text{ hom}} X_{1\text{ hom}})^2 + (U_{1\text{ hom}} \cos \varphi_{\text{hom}} - I_{1\text{ hom}} R_1)^2}. \quad (3.94)$$

Для эквивалентной Т-образной схемы АД, показанной на рис. 3.4, рассматривая E_1 как источник напряжения, можно определить приведенное значение тока ротора

$$I'_2 = \frac{E_1}{\alpha \sqrt{\left(\frac{R'_2}{S_a}\right)^2 + X'_{2\text{ hom}}^2}} = \frac{E_{1\text{ hom}}}{\sqrt{\left(\frac{R'_2}{S_a}\right)^2 + X'_{2\text{ hom}}^2}}. \quad (3.95)$$

Электромагнитный момент АД определяем аналогично (3.74):

$$M = \frac{P_{\text{эм}}}{\omega_0} = \frac{P_{\text{эм}}}{\alpha \omega_{0\text{ hom}}} = \frac{3I'^2_2 R'_2}{\omega_{0\text{ hom}} S_a}. \quad (3.96)$$

Принимая $\alpha X'_{2\text{ hom}}$ как внутреннее сопротивление источника ЭДС взаимоиндукции E_1 (см. рис. 3.4) и $\alpha R'_2 / S_a$ как сопротивление нагрузки, записываем условие максимальной мощности нагрузки

$$\alpha X'_{2\text{ hom}} = \alpha \frac{R'_2}{S_{ak}}, \quad (3.97)$$

из которого находим абсолютное критическое скольжение

$$S_{ak} = \pm \frac{R'_2}{X'_{2\text{ hom}}}. \quad (3.98)$$

Подставив (3.98) в (3.95), получим ток $I'_{2\kappa}$, соответствующий абсолютному критическому скольжению

$$I'_{2\kappa} = \frac{E_{1\text{ном}}}{\sqrt{2}X'_{2\text{ном}}}, \quad (3.99)$$

а затем электромагнитную мощность

$$P_{\text{э.к.}} = \alpha \frac{3I'^2_{2\kappa} R'_2}{s_{\alpha\kappa}} = \alpha \frac{3E^2_{1\text{ном}}}{2X'_{2\text{ном}}} \quad (3.100)$$

и критический (максимальный) момент

$$M_{\kappa} = \frac{P_{\text{э.к.}}}{\omega_0} = \frac{P_{\text{э.к.}}}{\alpha\omega_{0\text{ном}}} = \frac{3E^2_{1\text{ном}}}{2\omega_{0\text{ном}} X'_{2\text{ном}}}. \quad (3.101)$$

Критические моменты АД при $\Psi_m = \text{const}$ и на естественной характеристике находятся в отношении

$$\frac{M_{\kappa}(\Psi_m = \text{const})}{M_{\kappa,e}} = \left(\frac{E_{1\text{ном}}}{U_{1\text{ном}}} \right)^2 \frac{R_1 + \sqrt{R^2_1 + X^2_{\kappa}}}{X'_{2\text{ном}}}. \quad (3.102)$$

В зависимости от параметров двигателя $n_m = 2\text{--}3$ и более. Естественно, что увеличение критического момента АД связано с увеличением тока при критическом скольжении в n_i раз:

$$n_i = \frac{I'_{2\kappa}(\Psi_m = \text{const})}{I'_{2\kappa,e}} = \frac{E_{1\text{ном}}}{U_{1\text{ном}}} \cdot \frac{\sqrt{R^2_1 + X^2_{\kappa}} (R_1 + \sqrt{R^2_1 + X^2_{\kappa}})}{X'_{2\text{ном}}}. \quad (3.103)$$

Механические характеристики АД при частотном управлении по закону $\Psi_m = \text{const}$ определяются параметрическим уравнением (3.81), где M_{κ} выражается (3.101), а $s_{\alpha\kappa}$ – (3.98). Жесткость этих характеристик представляется (3.84). Поэтому все механические характеристики конгруэнтны и похожи на характеристики, показанные на рис. 3.1, с той лишь разницей, что кратность критического момента к номинальному будет равна $\lambda_m n_m$. Необходимая величина действующего значения напряжения при частотном управлении АД по закону $\Psi_m = \text{const}$ может быть вычислена, исходя из эквивалентной Т-образной схемы рис. 3.4:

$$U_1 = \alpha E_{1\text{ном}} \frac{Z'_{\text{АД}}}{Z_{\text{в.а}}}, \quad (3.104)$$

где $Z'_{\text{АД}}$ определяется по (3.47), а $Z_{\text{в.а}}$ – по (3.49). При данном напряжении по фазе статора будет протекать ток

$$I_1 = \frac{E_{1\text{ном}}}{Z_{\text{в.а}}}. \quad (3.105)$$

3.3.3. Частотное управление АД по закону $\Psi_2 = \text{const}$

Основываясь на (3.61) и эквивалентной Т-образной схеме рис. 3.4, можно видеть, что при поддержании отношения

$$\frac{E''_2}{\omega_1} = \frac{E''_{2\text{ном}}}{\omega_{1\text{ном}}} = \text{const}, \quad (3.106)$$

потокосцепление ротора Ψ_2 будет постоянным. Для выполнения этого условия необходимо приведенное значение ЭДС ротора E''_2 изменять пропорционально относительной частоте

$$E''_2 = \frac{\omega_1}{\omega_{1\text{ном}}} E''_{2\text{ном}} = \alpha E''_{2\text{ном}}. \quad (3.107)$$

Номинальное значение ЭДС ротора $E''_{2\text{ном}}$ можно определить на основании векторной диаграммы рис. 3.12:

$$E''_{2\text{ном}} = E_{1\text{ном}} \cos \psi_2 = E_{1\text{ном}} \frac{R'_2 / s_{\text{ном}}}{\sqrt{\left(\frac{R'_2}{s_{\text{ном}}}\right)^2 + X'^2_{2\text{ном}}}}, \quad (3.108)$$

где $E_{1\text{ном}}$ определяется по (3.94).

Как следует из эквивалентной схемы рис. 3.4, приведенный ток ротора АД

$$I'_2 = \frac{E''_2 s}{R'_2} = \frac{E''_{2\text{ном}}}{R'_2} \cdot s_a = I'_{2\kappa} \cdot s_a, \quad (3.109)$$

где

$$I'_{2\kappa} = \frac{E''_{2\text{ном}}}{R'_2}. \quad (3.110)$$

Электромагнитный момент трехфазного АД

$$M = \frac{3I'^2_2 R'_2}{\omega_0 s} = \frac{3I'^2_2 R'_2}{\omega_{0\text{ном}} s_a}. \quad (3.111)$$

Подставляя s_a из (3.109) в (3.111) с учетом (3.110), получим

$$M = 3 \frac{E''_{2\text{ном}}}{\omega_{0\text{ном}}} \cdot I'_2. \quad (3.112)$$

Принимая во внимание, что

$$\omega_{0\text{ном}} = \frac{\omega_{1\text{ном}}}{p_\pi}; \quad \frac{E''_{2\text{ном}}}{\omega_{1\text{ном}}} = \Psi_2, \quad (3.113)$$

находим

$$M = 3p_\pi \Psi_2 I'_2 = cI'_2, \quad (3.114)$$

где

$$c = 3p_n \Psi_2, \quad (3.115)$$

p_n – число пар полюсов АД.

Таким образом, при частотном управлении АД по закону $\Psi_2 = \text{const}$, электромагнитный момент двигателя пропорционален току ротора, аналогично электродвигателю постоянного тока независимого возбуждения.

Подставляем (3.109) в (3.114):

$$M = cI'_{2K} s_a = cI'_{2K} \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_{0\text{ном}}}. \quad (3.116)$$

Представим отношение $I'_{2K}/\omega_{0\text{ном}}$ в виде

$$\frac{I'_{2K}}{\omega_{0\text{ном}}} = \frac{E''_{2\text{ном}}}{R'_2 \omega_{0\text{ном}}} = \frac{p_n \Psi_2}{R'_2}, \quad (3.117)$$

тогда

$$c \frac{I'_{2K}}{\omega_{0\text{ном}}} = \frac{3(p_n \Psi_2)^2}{R'_2} = \beta, \quad (3.118)$$

где β – модуль жесткости механических характеристик АД при частотном управлении по закону $\Psi_2 = \text{const}$.

Выразим

$$\omega_0 = \alpha \omega_{0\text{ном}}$$

и подставим в (3.116), что позволяет с учетом (3.118) получить окончательное уравнение механических характеристик АД:

$$\omega = \alpha \omega_{0\text{ном}} - \frac{M}{\beta}. \quad (3.119)$$

При постоянной величине модуля жесткости β , если не учитывать насыщение магнитной системы двигателя, механические характеристики АД, как и двигателя постоянного тока независимого возбуждения, будут выражаться семейством параллельных прямых (рис. 3.14).

Однако следует иметь в виду, что при частотном управлении АД по закону $\Psi_2 = \text{const}$ потокосцепление взаимоиндукции Ψ_m изменяется с изменением нагрузки (абсолютного скольжения s_a). Из векторной диаграммы рис. 3.12 можно найти, что

$$\Psi_m = \frac{\Psi_2}{\cos \psi_2} = \Psi_2 \cdot \frac{\sqrt{s_{ak}^2 + s_a^2}}{s_{ak}}, \quad (3.120)$$

где s_{ak} выражается (3.98).

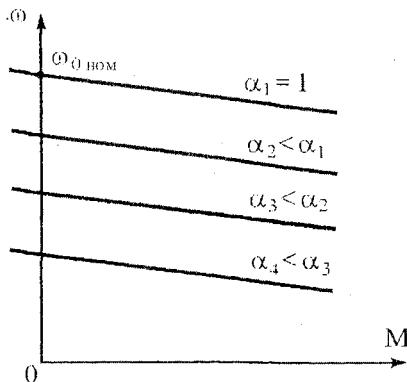


Рис. 3.14. Механические характеристики АД при частотном управлении по закону $\Psi_2 = \text{const}$ без учета насыщения магнитной системы

Наибольшее значение Ψ_2 следует определять из допустимой величины $\Psi_{m\text{ доп}}$ при максимальной нагрузке:

$$\Psi_2 \leq \Psi_{m\text{ доп}} \cdot \frac{s_{ak}}{\sqrt{s_{ak}^2 + s_{amax}^2}}. \quad (3.121)$$

Необходимая величина действующего значения напряжения, подаваемого на фазную обмотку АД при частотном управлении по закону $\Psi_2 = \text{const}$, может быть рассчитана на основании эквивалентной Т-образной схемы рис. 3.4:

$$U_1 = I'_{2k} s_a \times \sqrt{R^2(\alpha, s_a) + X^2(\alpha, s_a)}, \quad (3.122)$$

где

$$\left. \begin{aligned} R(\alpha, s_a) &= \frac{R_1}{K_r} + \frac{\alpha R'_2}{K_s s_a}, \\ X(\alpha, s_a) &= \alpha \left(X_{1m} + \frac{X_{1\text{ном}} X'_{2\text{ном}}}{X_{\mu, \text{ном}}} \right) - \frac{R_1 R'_2}{X_{\mu \text{ном}} s_a}, \\ K_r &= \frac{X_{\mu \text{ном}}}{X'_{2\text{ном}} + X_{\mu \text{ном}}}; \quad K_s = \frac{X_{\mu \text{ном}}}{X_{1\text{ном}} + X_{\mu \text{ном}}}, \\ X_{1m} &= X_{1\text{ном}} + X_{\mu \text{ном}}. \end{aligned} \right\} \quad (3.123)$$

3.3.4. Свойства асинхронных двигателей при частотном управлении по закону стабилизации потокосцепления (Ψ_1, Ψ_m, Ψ_2) и ограничении тока статора

Механические характеристики АД при частотном управлении по рассмотренным выше законам стабилизации потокосцеплений реализуются без ограничения тока. Вместе с тем, анализируя приведенные отношения токов ротора по (3.86) и (3.103) можно видеть, что при критических абсолютных скольжениях (3.77) и (3.98) токи ротора составляют примерно 70 % от тока короткого замыкания.

кого замыкания двигателя, питаемого от данного источника напряжения (E_s или E_1). Это соответствует токам порядка (3.7) $I_{1\text{ном}}$, что при питании АД от преобразователя частоты (система ПЧ – АД) не может быть приемлемо по условиям перегрузочной способности преобразователя.

При частотном управлении по закону $\Psi_1 = \text{const}$ механические характеристики АД не имеют критического скольжения (без учета насыщения магнитной системы) и ток короткого замыкания ($s_a = 1$) ограничивается только активным сопротивлением ротора.

Современные преобразователи частоты имеют стандартную 1,5-кратную перегрузочную способность по току при длительности $t = (30-60)$ с и 2–2,5-кратную перегрузку при $t \leq 2$ с. Поэтому критические моменты, определяемые по (3.80) и (3.101), не достижимы при указанном ограничении тока. В связи с этим представляет интерес выяснить, какие же моменты могут развивать АД при ограничении тока статора и использовании законов стабилизации потокосцеплений. Поскольку токи статора и моменты АД связаны нелинейной сложной зависимостью, возникает задача определения абсолютного скольжения s_a при ограничении тока статора I_1 для данного закона частотного управления [44].

Примем ток статора I_1 на уровне

$$I_1 = n I_{1\text{ном}}, \quad (3.124)$$

где

$$0 \leq n \leq \frac{I_{1\text{max}}}{I_{1\text{ном}}}.$$

Для частотного управления АД по закону $\Psi_1 = \text{const}$ ток статора определяется выражением

$$I_1 = \frac{E_{s\text{ном}}}{\sqrt{R_{b,a}^2 + X_{AD}^2}}, \quad (3.125)$$

где

$$X_{AD} = X_{1\text{ном}} + X_{b,a}. \quad (3.126)$$

$R_{b,a}$ и $X_{b,a}$ определяются соответственно по (3.32) и (3.33), $E_{s\text{ном}}$ – по (3.72).

Подставляя (3.32), (3.33), (3.124) и (3.126) в (3.125), после преобразований находим выражение для абсолютного скольжения s_a при данном ограничении тока статора

$$s_a = \frac{R'_2}{X_E}, \quad (3.127)$$

где

$$\left. \begin{aligned} X_E &= \sqrt{\frac{B_1^2 - 4A_1C_1 - B_1}{2A_1}}; \quad A_1 = X_{1m}^2 - Z_s^2, \\ B_1 &= 2X_{1m}X_{2m}(X_{1\text{ном}}X_{2m} + X'_{2\text{ном}}X_{\mu\text{ном}}) + X_{\mu\text{ном}}^4 - 2(Z_sX_{2m})^2, \\ C_1 &= (X_{1\text{ном}}X_{2m} + X'_{2\text{ном}}X_{\mu\text{ном}})^2 \cdot X_{2m}^2 - X_{2m}^2(Z_sX_{2m})^2, \\ X_{1m} &= X_{1\text{ном}} + X_{\mu\text{ном}}; \quad X_{2m} = X'_{2\text{ном}} + X_{\mu\text{ном}}, \\ Z_s &= \frac{E_{s\text{ном}}}{nI_{1\text{ном}}} = \frac{Z_{s\text{ном}}}{n}. \end{aligned} \right\} \quad (3.128)$$

Для закона частотного управления $\Psi_m = \text{const}$ ток статора АД определяется выражением (3.105). Подставив в (3.105) выражение (3.49) с учетом (3.32), (3.33) и (3.124), после преобразований получим формулу для расчета абсолютного скольжения s_a при ограничении тока на уровне (3.124):

$$s_a = \frac{R'_2}{r}, \quad (3.129)$$

$$\left. \begin{aligned} r &= \sqrt{\frac{B_2^2 - 4A_2C_2 - B_2}{2A_2}}; \quad A_2 = 1 - k^2, \\ k &= \frac{E_{1\text{ном}}}{nI_{1\text{ном}}X_{\mu\text{ном}}} = \frac{Z_{m\text{ном}}}{nX_{\mu\text{ном}}}, \\ Z_{m\text{ном}} &= \frac{E_{1\text{ном}}}{I_{1\text{ном}}}; \quad n = \frac{I_1}{I_{1\text{ном}}}, \\ B_2 &= X_{\mu\text{ном}}^2 + 2X_{2m}(X'_{2\text{ном}} - k^2X_{2m}), \\ C_2 &= X_{2m}^2[X'_{2\text{ном}}^2 - (kX_{2m})^2], \\ X_{2m} &= X'_{2\text{ном}} + X_{\mu\text{ном}}. \end{aligned} \right\} \quad (3.130)$$

При частотном управлении АД по закону $\Psi_2 = \text{const}$ связь между абсолютным скольжением s_a и током статора I_1 находится на основании выражения

$$s_a = K_r \frac{\sqrt{I_1^2 - i_{1x}^2}}{I_{2K}}, \quad (3.131)$$

где

$$\left. \begin{aligned} K_r &= \frac{X_{\mu \text{ном}}}{X_{\mu \text{ном}} + X'_{2 \text{ном}}}, \\ i_{1x} &= \frac{\Psi_{2 \text{ном}}}{I_{12}} = \frac{E''_{2 \text{ном}}}{X_{\mu \text{ном}}}; \quad I'_{2K} = \frac{E''_{2 \text{ном}}}{R'_2}, \\ E''_{2 \text{ном}} &= E_{1 \text{ном}} \cos \psi_2 = E_{1, \text{ном}} \frac{R'_2}{\sqrt{R'^2_2 + (X'_{2 \text{ном}} s_{\text{ном}})^2}}, \\ I_1 &= n I_{1 \text{ном}}, \end{aligned} \right\} \quad (3.132)$$

K_r – коэффициент магнитной связи ротора,

i_{1x} – намагничивающая составляющая тока статора, определяющая потокосцепление ротора Ψ_2 .

Проведенные расчеты показывают, что при одинаковом ограничении тока статора наибольший момент развивает асинхронный двигатель, управляемый по закону $\Psi_2 = \text{const}$, за ним идет управление по законам $\Psi_m = \text{const}$ и $\Psi_1 = \text{const}$, хотя следует признать, что разница в развиваемых моментах при управлении по $\Psi_2 = \text{const}$ и $\Psi_m = \text{const}$ незначительна. Так, например, сопоставительные расчеты для АД типа А02-42-6 мощностью 4 кВт и частотой вращения 960 об/мин показали, что при ограничении тока статора на уровне 1,5 $I_{1 \text{ном}}$ двигатель развивает электромагнитный момент: 1,37 $M_{\text{ном}}$ ($\Psi_2 = \text{const}$), 1,36 $M_{\text{ном}}$ ($\Psi_m = \text{const}$) и 1,24 $M_{\text{ном}}$ ($\Psi_1 = \text{const}$). Понятно, что величины развиваемых АД моментов при одинаковом ограничении тока зависят от параметров электродвигателя.

3.3.5. Функциональные схемы для реализации законов частотного управления АД при стабилизации потокосцепления

Соотношение (3.61) показывает, что потокосцепление $\Psi(\Psi_1, \Psi_m, \Psi_2)$ может быть стабилизировано в системах автоматического управления с заданием ЭДС $E(E_s, E_1, E_2'')$ пропорционально угловой частоте ω_1 . Кроме того, можно непосредственно задать желаемую величину потокосцепления (статора Ψ_1 , взаимоиндукции Ψ_m или ротора Ψ_2) и осуществить затем автоматическое поддержание этой величины. Так как обратную связь по ЭДС выполнить проще, чем по потокосцеплению, то получили распространение системы частотного управления с обратной связью по ЭДС. Значения ЭДС или измеряют с помощью измерительных обмоток, помещаемых в зоне воздушного зазора машины, или, чаще всего, вычисляют на основании измеренных мгновенных значений напряжения u_1 и тока i_1 в каждой фазе $\phi = a, b, c$ двигателя:

а) для $\Psi_1 = \text{const}$:

$$e_{s\Phi} = u_{1\Phi} - i_{1\Phi} R_1; \quad (3.133)$$

б) для $\Psi_m = \text{const}$:

$$e_{1\Phi} = u_{1\Phi} - i_{1\Phi} R_1 - L_{1\sigma} \frac{di_{1\Phi}}{dt}; \quad (3.134)$$

в) для $\Psi_2 = \text{const}$:

$$e''_{2\Phi} = \frac{1}{K_r} (u_{1\Phi} - i_{1\Phi} R_1) - \left(L_{2\sigma} + \frac{L_{1\sigma}}{K_r} \right) \frac{di_{1\Phi}}{dt}, \quad (3.135)$$

где

$$K_r = \frac{L_{12}}{L_2} = \frac{X_{\mu \text{ном}}}{X_{\mu \text{ном}} + X'_{2 \text{ном}}};$$

L_{12} – максимальное значение индуктивности взаимоиндукции 3-х фазного АД,
 $L_{1\sigma}, L_{2\sigma}$ – индуктивности рассеяния фаз статора и ротора,
 K_r – коэффициент магнитной связи ротора,
 R_1 – активное сопротивление фазы обмотки статора.

По вычисленным с помощью (3.133)–(3.135) мгновенным значениям ЭДС в каждой фазе определяют действующее значение ЭДС E (E_s, E_1, E_2), используя преобразование трехфазной системы к двухфазной и операцию извлечения корня квадратного:

$$E = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{e_\alpha^2 + e_\beta^2}, \quad (3.136)$$

где

$$e_\alpha = e_{1a}, \quad (3.137)$$

$$e_\beta = \frac{e_{1b} - e_{1c}}{\sqrt{3}}, \quad (3.138)$$

e_{1a}, e_{1b}, e_{1c} – ЭДС в фазах статора 1a, 1b, 1c при соответствующем законе частотного управления.

На рис. 3.15 показана функциональная схема частотного управления АД при стабилизации потокосцепления с помощью обратной связи по ЭДС. Мгновенные значения токов статора в трех фазах измеряются с помощью датчиков тока ДТ, а мгновенные значения напряжений этих фаз – с помощью датчиков напряжения ДН. Вычислительное устройство ВУ выполняет математические операции (3.133)–(3.138). Заданное значение E_s стабилизируемой ЭДС формируется в соответствии с (3.61) для каждого закона частотного управления с помощью функционального преобразователя ФП. Поддержание требуемой величины напряжения и частоты осуществляется с помощью регулятора на-

пряжения РН и регулятора частоты РЧ. Задатчик интенсивности ЗИ обеспечивает формирование желаемого переходного процесса электропривода.

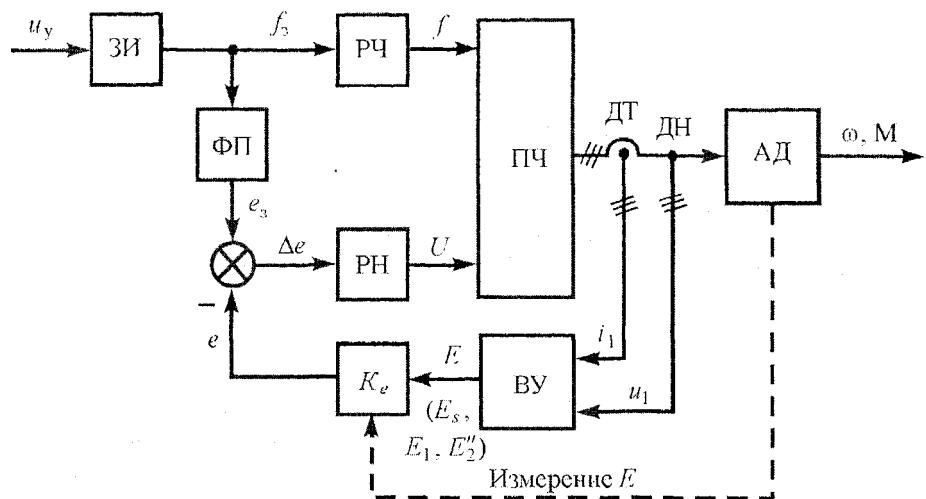


Рис. 3.15. Функциональная схема частотного управления АД с обратной связью по ЭДС

Частотноуправляемые асинхронные электроприводы, построенные по функциональной схеме рис. 3.15, обеспечивают при постоянном статическом моменте диапазон регулирования скорости $D = 30\text{--}50$. Для расширения диапазона регулирования, кроме контура регулирования напряжения, дополнительно вводится обратная связь по скорости с помощью датчика скорости ДС. Сигнал отрицательной обратной связи по скорости f_r влияет на частоту и на величину обратной связи по ЭДС (рис. 3.16):

$$e_{\Sigma} = e + e_{o.c} = K_e E + K_{o.c} \omega.$$

В связи с тем, что ЭДС статора определяется по выражению

$$\dot{E}_s = U_1 - I_1 R_1, \quad (3.139)$$

можно построить систему частотного управления АД по закону $\Psi_1 = \text{const}$ с помощью непрерывной компенсации падения напряжения на активном сопротивлении R_1 статора. Как показал А. А. Булгаков [16], геометрическую сумму $\dot{E}_s + I_1 R_1$, можно с допустимой погрешностью заменить алгебраической, что и используется широко на практике (рис. 3.17).

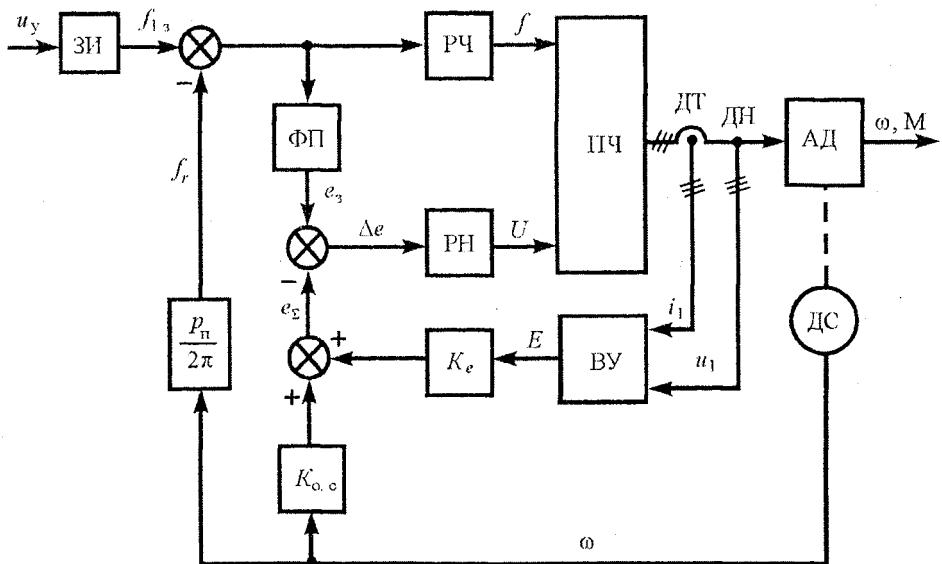


Рис. 3.16. Функциональная схема частотного управления АД с обратными связями по ЭДС и скорости

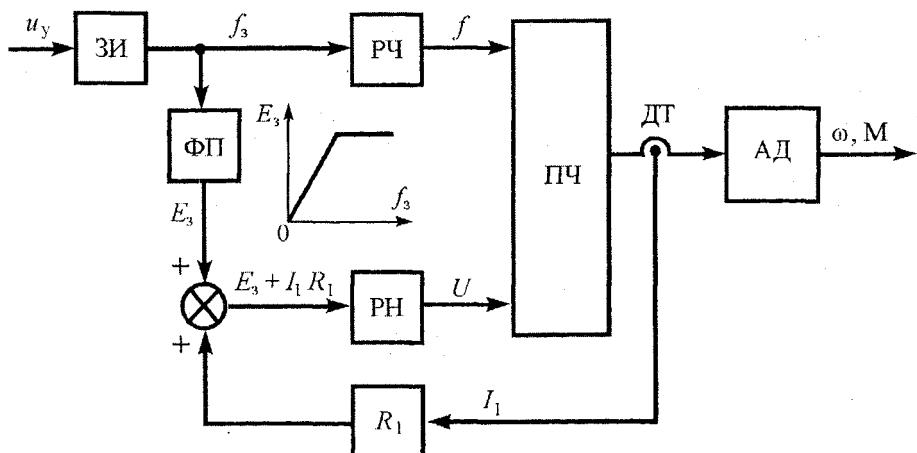


Рис. 3.17. Функциональная схема частотного управления АД с $I_1 R_1$ -компенсацией ($\Psi_1 \approx \text{const}$)

Недостаток систем стабилизации потокосцеплений с помощью обратной связи по ЭДС состоит в том, что с уменьшением частоты снижается точность поддержания потокосцепления при наличии пропорционального регулятора напряжения. Применение ПИ-регулятора снимает эту проблему, однако, наличие интегрального звена в системе автоматического регулирования увеличивает колебательность системы. Чтобы этого избежать, применяют системы частотного управления АД со стабилизацией потокосцепления с помощью обратной связи по потокосцеплению, которое может быть измерено или вычислено (рис. 3.18). Измерение потокосцепления применяется только в лабораторных исследованиях электроприводов, так как для этого требуется встраивать датчики Холла в зоне воздушного зазора двигателя или применять встроенные измерительные обмотки с последующим интегрированием их ЭДС. В настоящее время чаще всего соответствующие фазные ЭДС (3.133)–(3.135) вычисляют с помощью измеренных мгновенных значений напряжений и токов фаз статора, а затем выполняют интегрирование этих ЭДС:

$$\Psi_\phi = \int e_\phi dt + C \quad (3.140)$$

и определение модуля вектора потокосцепления $\Psi (\Psi_1, \Psi_m, \Psi_2)$

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\Psi_\alpha^2 + \Psi_\beta^2}, \quad (3.141)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \Psi_\alpha &= \Psi_{1a}, \\ \Psi_\beta &= \frac{\Psi_{1b} - \Psi_{1c}}{\sqrt{3}}, \end{aligned} \right\} \quad (3.142)$$

$\Psi_{1a}, \Psi_{1b}, \Psi_{1c}$ – фазные потокосцепления, вычисленные по (3.140) для $\phi = a, b, c$.

Недостатком неопределенного интегрирования является наличие дрейфа нуля интегратора. Лучшим будет интегрирование в фиксированных интервалах времени, например, через каждую 1/6 периода с запоминанием результата и обнулением интегратора, т. е. использование известного принципа: интегрирование – запоминание – сброс. В этом случае запаздывание в измерении регулируемой величины составляет промежуток интегрирования.

На рис. 3.18 обозначено: ВЭ – вычислитель ЭДС, И – интегратор, ПФ – преобразователь фаз, ВМ – вычислитель модуля. Остальные обозначения те же, что и на рис. 3.15 и 3.16.

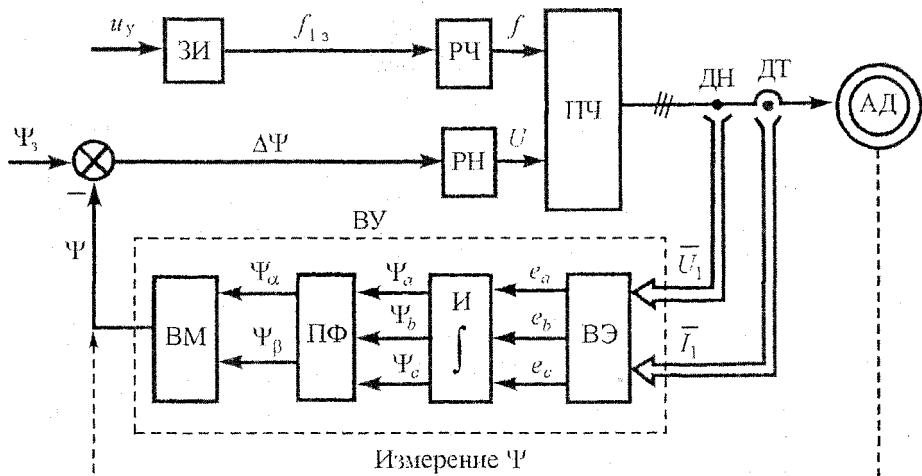


Рис. 3.18. Функциональная схема частотного управления АД с обратной связью по потокосцеплению Ψ (Ψ_1, Ψ_m, Ψ_2)

3.3.6. Частотное управление АД при стабилизации абсолютного скольжения

При управлении асинхронным двигателем по закону М. П. Костенко абсолютное скольжение остается практически неизменным. Отсюда следует, что если на всех частотах поддерживать абсолютное скольжение неизменным, то режим работы АД будет близок к режиму при управлении по (3.12).

Угловая скорость АД

$$\omega = \omega_{0\text{ nom}} (\alpha - s_a) = \alpha \omega_{0\text{ nom}} - \Delta \omega \quad (3.143)$$

при $s_a = \text{const}$ и данном α будет постоянной при изменении нагрузки, поскольку каждому значению электромагнитного момента M соответствует своя величина напряжения U (рис. 3.19).

Из разных функциональных схем реализации частотного управления при $s_a = \text{const}$ мы рассмотрим только одну (рис. 3.20), соответствующую следующим соотношениям:

$$\left. \begin{aligned} f_{13} &= \frac{P_n}{2\pi} (\omega_3 + \Delta\omega_3) = \frac{P_n}{2\pi} \omega_{03}, \\ \omega_{03} &= \omega_3 + \Delta\omega_3 = \omega_3 + s_{a3} \omega_{0\text{ nom}}, \end{aligned} \right\} \quad (3.144)$$

$$\frac{E_s}{U_{\text{nom}}} = \frac{f_1}{f_{1\text{ nom}}} \sqrt{\frac{M_c}{M_{c\text{ nom}}}}, \quad (3.145)$$

ω_3 – заданное значение угловой скорости АД;

s_{a3} – заданное абсолютное скольжение;

ω_{03} – заданное значение синхронной угловой скорости АД, которое определяет задающую частоту f_{13} ;

p_n – число пар полюсов АД.

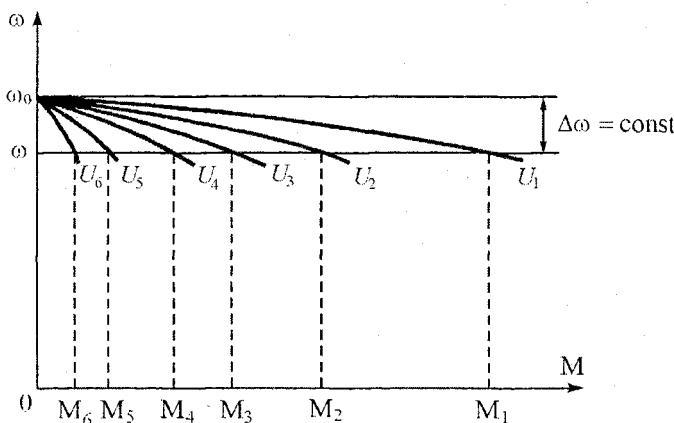


Рис. 3.19. Формирование механической характеристики АД для управления по закону $\Delta\omega = \text{const}$

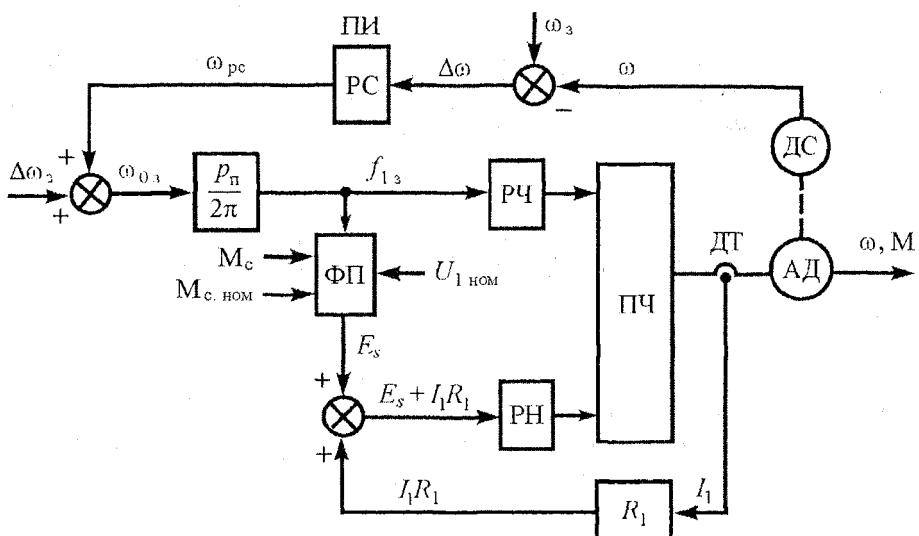


Рис. 3.20. Функциональная схема частотного управления АД со стабилизацией абсолютного скольжения

В данной системе частотного управления АД с помощью датчика скорости ДС измеряется угловая скорость ω двигателя, которая сравнивается с заданным значением ω_0 , и их разность $\Delta\omega$ направляется в ПИ-регулятор скорости РС, выходная величина которого ω_{PC} суммируется с заданным падением скорости $\Delta\omega_0$, формируя заданное значение синхронной угловой скорости ω_0 , и соответственно частоты f_1 . Функциональный преобразователь ФП на основе информации о номинальном напряжении $U_{1,\text{ном}}$, номинальном моменте $M_{\text{ном}}$ (или номинальном токе), текущем статическом моменте (или токе статора) формирует в соответствии с (3.145) значение ЭДС статора E_s , которое суммируется с падением напряжения $I_1 R_1$, определяя выходное напряжение преобразователя частоты ПЧ. В установленном режиме $\omega_{\text{PC}} = \omega_0$ и механическая характеристика АД соответствует выражению (3.143).

В реальных системах ПЧ – АД выходное напряжение преобразователя частоты несинусоидальное, поэтому все законы частотного управления и соотношения между величинами будут справедливы применительно к первым (основным) гармоникам несинусоидальных периодических величин.

3.3.7. Обобщенная функциональная схема скалярного частотного управления АД

Для всех систем скалярного управления асинхронными двигателями, где управляющими величинами являются напряжение и частота, можно составить обобщенную функциональную схему, показанную на рис. 3.21. Управляющий сигнал u_f определяет уровень задания частоты f_1 , а закон ее изменения в переходном процессе электропривода формируется задатчиком интенсивности ЗИ. Функциональный преобразователь ФП1 является пропорциональным звеном, определяющим синхронную угловую скорость ω_0 АД

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{P_n} \cdot f_1.$$

В функциональном преобразователе ФП2 вычисляется абсолютное скольжение

$$s_a = \frac{\Delta\omega}{\omega_{0\text{ном}}} = \frac{\omega_0 - \omega}{2\pi f_{1\text{ном}}} \cdot P_n,$$

где угловая скорость ротора ω измеряется датчиком скорости.

На основании информации о текущем значении заданной частоты f_1 , абсолютном скольжении s_a и номинальных значениях ЭДС статора $E_{s\text{ном}}$, взаимоиндукции $E_{1\text{ном}}$ и ротора $E_{2\text{ном}}$ в соответствии с принятым законом частотного управления функциональный преобразователь ФП3 формирует амплитудное значение U_m фазного напряжения двигателя. Для того, чтобы угловая скорость ω_0 вращающегося магнитного поля АД в переходных процессах со-

ответствовала функциональной зависимости на выходе задатчика интенсивности ЗИ необходимо, чтобы фазные напряжения на выходе преобразователя частоты ПЧ изменились по закону

$$u_\phi = U_m \sin \left[\varphi_{\text{эл}} - (\phi - 1) \frac{2\pi}{3} \right], \quad (3.146)$$

где

$$\varphi_{\text{эл}} = 2\pi \int f_1(t) dt, \quad (3.147)$$

$$\phi = 1, 2, 3.$$

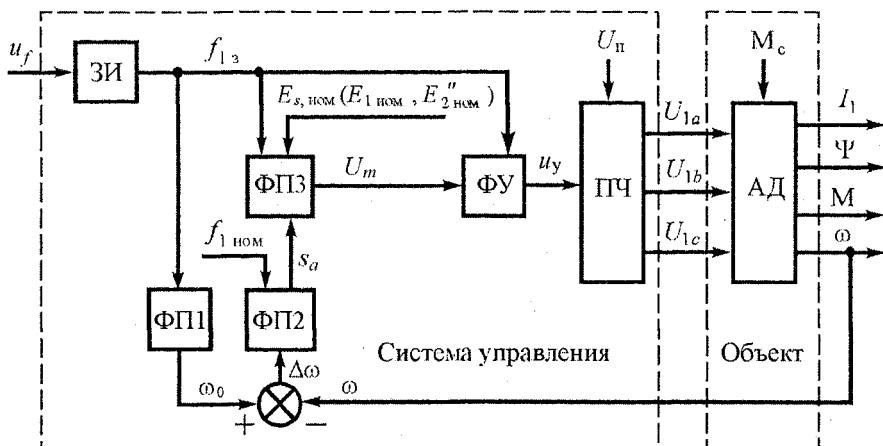


Рис. 3.21. Обобщенная функциональная схема
скалярного частотного управления АД

Условия (3.146)–(3.147) выполняются с помощью сигнала u_y , который подается в систему управления ПЧ, получающего напряжение U_n от источника питания. Сигнал u_y создается в формирующем устройстве ФУ на основании информации о необходимой амплитуде U_m и частоте f_1 выходного напряжения ПЧ.

В общем случае в качестве выходных величин мы можем рассматривать ток статора I_1 , потокосцепление Ψ , электромагнитный момент M и угловую скорость ротора ω .

3.4. Скалярное частотно-токовое управление АД

При частотно-токовом управлении (ЧТУ) асинхронным двигателем управляющими величинами являются частота f_1 и величина тока I_1 статора.

В разомкнутых системах ЧТУ (рис. 3.22) частота f_{13} и величина тока статора I_{13} задаются независимо. Регулятор тока РТ здесь используется, если преобразователь частоты ПЧ является источником напряжения, как это обычно бывает. Если ПЧ является идеальным источником тока, то нет необходимости в регуляторе тока.

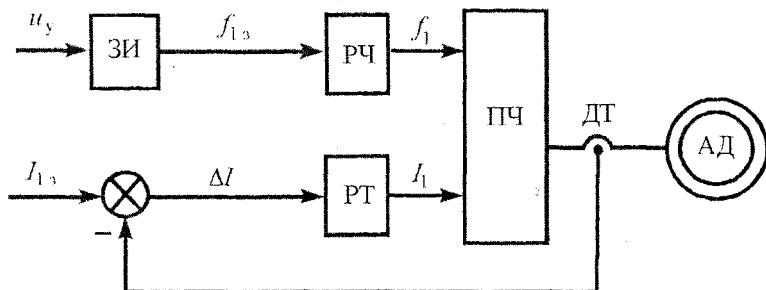


Рис. 3.22. Функциональная схема разомкнутой системы частотно-токового управления

Механические характеристики АД в разомкнутой системе ЧТУ выражаются параметрическим уравнением [15]

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{2M_{k1}}{\frac{s_{k1}}{s_a} + \frac{s_a}{s_{k1}}}, \\ \omega &= \omega_{0\text{ном}}(\alpha - s_a), \end{aligned} \right\} \quad (3.148)$$

где

$$M_{k1} = \pm \frac{3I_1^2 X_{\mu\text{ном}}^2}{2\omega_{0\text{ном}}(X_{\mu\text{ном}} + X'_{2\text{ном}})}, \quad (3.149)$$

$$s_{k1} = \pm \frac{R'_2}{X_{\mu\text{ном}} + X'_{2\text{ном}}}, \quad (3.150)$$

M_{k1} , s_{k1} – критический момент и критическое скольжение АД при питании от источника тока;

$X_{\mu\text{ном}}$ – индуктивное сопротивление взаимоиндукции при номинальной частоте; $X'_{2\text{ном}}$ – индуктивное сопротивление рассеяния ротора при номинальной частоте; R'_2 – активное сопротивление ротора (приведенное).

Механические характеристики (3.148) асинхронного двигателя в разомкнутой системе ЧТУ представляют собой конгруэнтные кривые (рис. 3.23). Намагничивающий ток

$$I_{\mu} = \frac{I_1 s_{k1}}{\sqrt{s_{k1}^2 + s_a^2}}, \quad (3.151)$$

создающий в двигателе магнитный поток взаимоиндукции, с изменением нагрузки (абсолютного скольжения s_a) изменяется. Поэтому в разомкнутой системе ЧТУ асинхронный двигатель работает при переменном магнитном потоке. Максимальное значение намагничивающего тока $I_{\mu \max}$ ограничивается допустимым насыщением магнитной системы АД. Это приводит к тому, что критический момент M_{k1} меньше критического момента M_{ke} на естественной механической характеристике АД. Кроме того, инерционность электромагнитных процессов в разомкнутой системе ЧТУ больше, чем в системе частотного управления, где управляющими величинами являются напряжение и частота (система ЧНУ). В системах ЧНУ со стабилизацией потокосцеплений магнитный поток постоянный. Электромагнитная инерционность оценивается по электромагнитным постоянным времени T_s . Приняв в сопоставлении $R_i = 0$, получим

ЧНУ:

$$T_s = \frac{L_{1\sigma} + L_{2\sigma}}{R'_2}, \quad (3.152)$$

ЧТУ:

$$T_{s1} = \frac{L_{12} + L_{2\sigma}}{R'_2}. \quad (3.153)$$

Поскольку $L_{12} \gg L_{1\sigma}$, имеем $T_{s1} \gg T_s$.

В силу отмеченных недостатков разомкнутые системы ЧТУ находят ограниченное применение. Их используют в индивидуальных электроприводах в основном при незначительном изменении статического момента.

В замкнутых системах ЧТУ магнитный поток стабилизируется или изменяется по определенному закону при изменении нагрузки [29]. Чтобы стабилизировать магнитный поток двигателя, необходимо, как это следует из (3.162), заданное значение тока статора I_{1s} изменять при изменении нагрузки (абсолютного скольжения s_a) по закону

$$I_{1s} = I_{\mu} \frac{\sqrt{s_{k1}^2 + s_a^2}}{s_{k1}}. \quad (3.154)$$

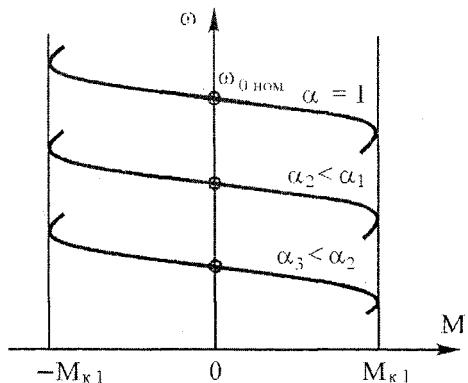


Рис. 3.23. Механические характеристики АД в разомкнутой системе частотно-токового управления

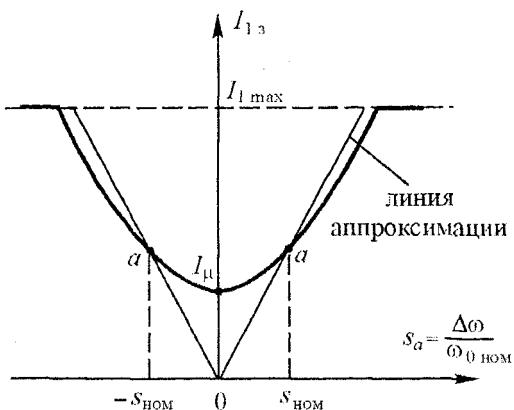


Рис. 3.24. Зависимость тока статора АД от абсолютного скольжения

ДС. Регулятор тока РТ поддерживает заданное значение тока статора I_{13} , на необходимом уровне, а регулятор частоты РЧ – требуемую частоту. Для расширения диапазона регулирования скорости АД структура рис. 3.25 дополняется контуром обратной связи в канале регулирования частоты (рис. 3.26). В современных системах ЧТУ для каждой фазы задаются мгновенные значения синусоидальных токов статора, которые отрабатываются быстродействующими регуляторами тока, включающими компаратор с гистерезисом КГ (рис. 3.27).

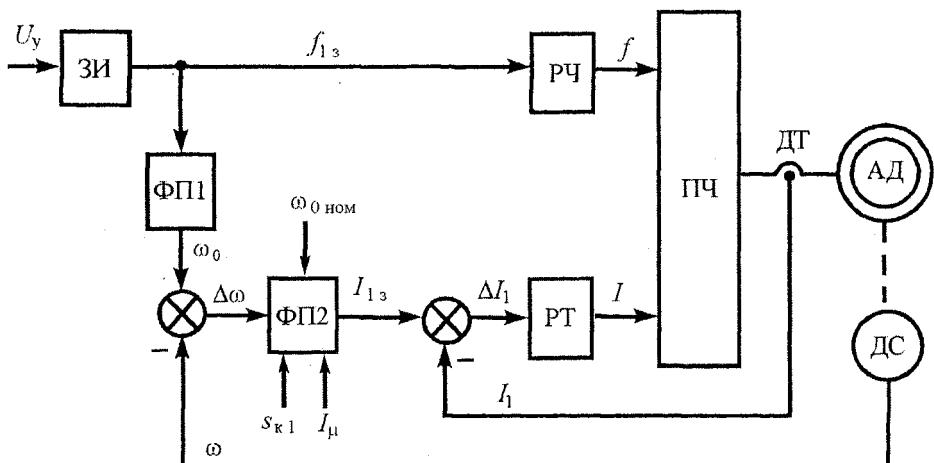


Рис. 3.25. Функциональная схема частотно-токового управления со стабилизацией магнитного потока

Зависимость (3.154) показана на рис. 3.24. В целях упрощения реализации функцию (3.154) иногда линеаризуют, как показано на рис. 3.24. Функциональная схема замкнутой системы ЧТУ со стабилизацией магнитного потока приведена на рис. 3.25. В данной схеме функциональный преобразователь ФП1 является пропорциональным звеном, а ФП2 выполняет преобразование (3.154) на основе входной переменной $\Delta\omega$ и постоянных величин: $\omega_{0\text{ nom}}$, s_{k1} и I_μ . Скорость АД измеряется датчиком скорости

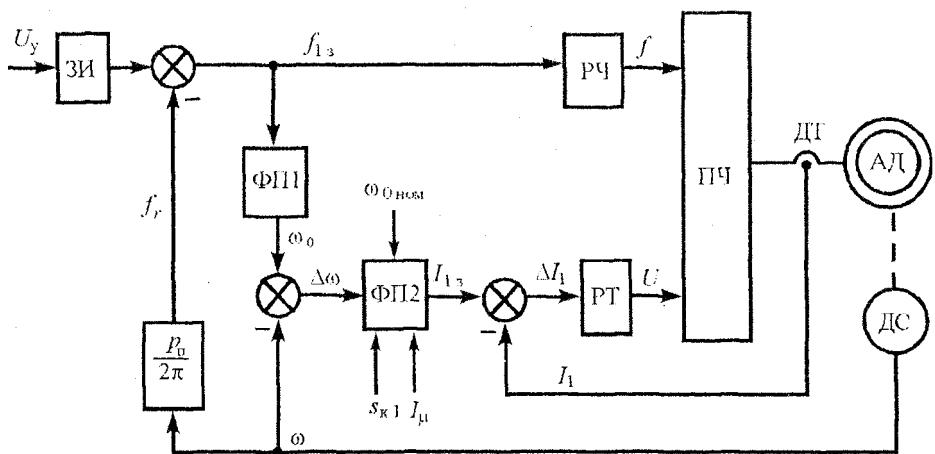


Рис. 3.26. Функциональная схема частотно-токового управления с обратной связью по скорости

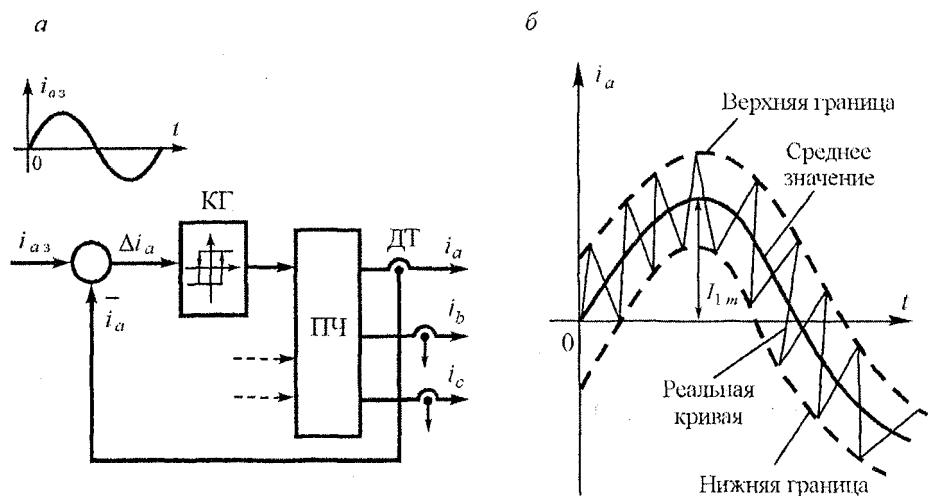


Рис. 3.27. Формирование кривой тока в ЧТУ:
 a – функциональная схема; b – кривая тока

Амплитуда тока I_{1m} в каждой фазе регулируется в соответствии с функциональными схемами, показанными на рис. 3.25 и 3.26. Отслеживание заданной кривой тока осуществляется с точностью, определяемой верхней и нижней границами.

границей допустимых значений мгновенного тока (рис. 3.27, б). Недостатком функциональной схемы рис. 3.27 является переменная частота коммутации силовых ключей преобразователя частоты ПЧ [30]. При принятых границах колебаний тока может оказаться, что частота коммутации ключей ПЧ превышает допустимую. Из-за неопределенности максимальной частоты переключений в схеме отслеживания тока возникают проблемы выбора силовых ключей. Поэтому применяют другую схему (рис. 3.28), где частота коммутации ключей постоянная.

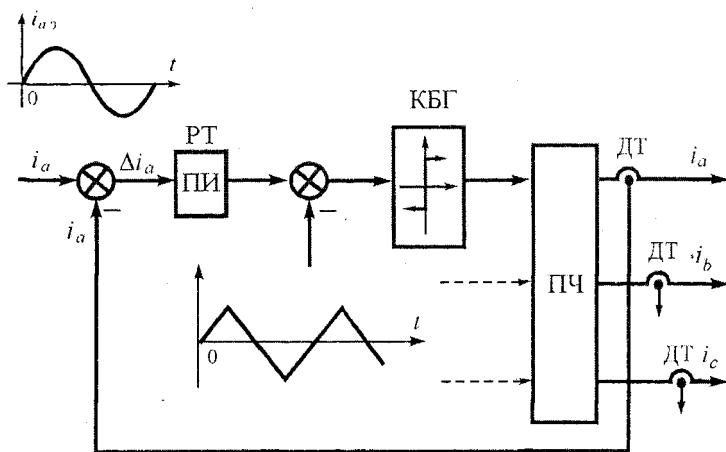


Рис. 3.28. Формирование кривой тока при постоянной частоте коммутации

Частота коммутации ключей определяется частотой сигнала пилообразного напряжения, которое вычитается из напряжения выходного сигнала ПИ-регулятора тока РТ. Разность этих сигналов поступает на компаратор без гистерезиса КБГ.

ГЛАВА 4. ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА СО СКАЛЯРНЫМ ЧАСТОТНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

4.1. Функциональные зависимости частоты в переходных процессах

В современных регулируемых электроприводах применяют скалярные и векторные системы частотного управления. Скалярные системы управления более простые и дешевые по сравнению с векторными. Поэтому на рынке регулируемых электроприводов имеется достаточно большое количество систем скалярного управления со стабилизацией магнитного потока, обеспечивающих линейный рабочий участок механической характеристики. Формирование динамики электропривода с линейной механической характеристикой осуществляется плавным заданием управляющего воздействия: частоты f_1 подаваемого на статор напряжения U_1 , величина которого связана с частотой принятым законом частотного управления.

При этом, чтобы обеспечить поворот вектора вращающегося магнитного поля АД в соответствии с задаваемым законом изменения частоты в переходном процессе, необходимо на фазы a, b, c статора трехфазного двигателя подавать напряжения:

$$\left. \begin{aligned} u_{1a} &= \sqrt{2}U_1 \sin \varphi_{\text{зл}}(t), \\ u_{1b} &= \sqrt{2}U_1 \sin [\varphi_{\text{зл}}(t) - \frac{2\pi}{3}], \\ u_{1c} &= \sqrt{2}U_1 \sin [\varphi_{\text{зл}}(t) - \frac{4\pi}{3}], \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

где

$$\varphi_{\text{зп}}(t) = 2\pi \int f_1(t) dt, \quad (4.2)$$

$\varphi_{\text{зп}}(t)$ – электрический угол поворота вектора напряжения;

U_1 – действующее значение фазного напряжения АД, определяемое в соответствии с принятым законом частотного управления.

На практике получили распространение линейный, экспоненциальный, S-образный и U-образный (параболический) законы изменения частоты в переходном процессе и их комбинации (рис. 4.1).

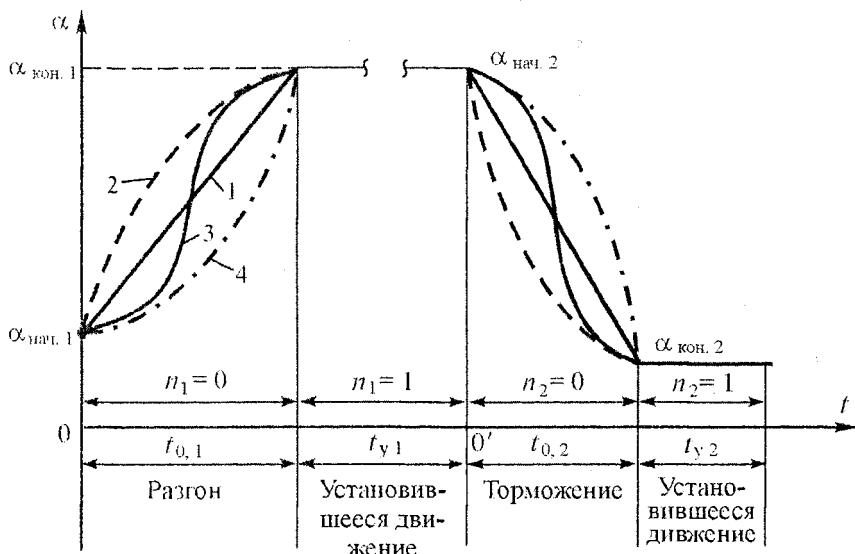


Рис. 4.1. Законы изменения относительной частоты напряжения в переходном процессе АД:

- 1 – линейный; 2 – экспоненциальный; 3 – S-образный;
- 4 – U-образный (параболический)

Для линейного задания относительной частоты на время разгона $t_{0,1}$ и установившегося движения $t_{y,1}$ можно записать общее выражение

$$\alpha(t) = (1 - n_1)(\alpha_{\text{нач.1}} + \frac{\alpha_{\text{кон.1}} - \alpha_{\text{нач.1}}}{t_{0,1}} \cdot t) + n_1 \alpha_{\text{кон.1}}, \quad (4.3)$$

где

$$n_1 = \left[\frac{t}{t_{0,1}} \right] = \text{целое число.} \quad (4.4)$$

$$0 \leq t \leq t_{0,1} + t_{y1},$$

$$\alpha(t) = \frac{f_1(t)}{f_{1\text{ном}}}.$$

Электрический угол поворота $\varphi_{\text{эл}}(t)$ вектора напряжения \bar{u}_1 при разгоне и установившемся движении:

$$\varphi_{\text{эл}}(t) = 2\pi f_{1\text{ном}} \int \alpha(t) dt + C = 2\pi f_{1\text{ном}} \times \quad (4.5)$$

$$\times \left[(1 - n_1) \left(\alpha_{\text{нач.1}} \cdot t + \frac{\alpha_{\text{кон.1}} - \alpha_{\text{нач.1}}}{2t_{0,1}} t^2 \right) + n_1 \left(\alpha_{\text{кон.1}} \cdot t - \frac{\alpha_{\text{кон.1}} - \alpha_{\text{нач.1}}}{2} t_{0,1} \right) \right].$$

При торможении электропривода отсчет времени будем рассматривать от начала процесса торможения (точка $0'$ на рис. 4.1), тогда относительное изменение частоты на интервале $t_{0,2}$ уменьшения частоты и установившегося движения t_{y2} можно записать в виде

$$\alpha(t) = (1 - n_2) \left(\alpha_{\text{нач.2}} + \frac{\alpha_{\text{кон.2}} - \alpha_{\text{нач.2}}}{t_{0,2}} \cdot t \right) + n_2 \alpha_{\text{кон.2}}, \quad (4.6)$$

где

$$n_2 = \left[\frac{t}{t_{0,2}} \right] = \text{целое число}, \quad (4.7)$$

$$0 \leq t \leq t_{0,2} + t_{y2}.$$

Электрический угол поворота $\varphi_{\text{эл}}(t)$ вектора напряжения \bar{u}_1 на интервале $t_{0,2}$ и t_{y2} находится интегрированием (4.6):

$$\varphi_{\text{эл}}(t) = \varphi_{\text{нач}} + 2\pi f_{1\text{ном}} \times \quad (4.8)$$

$$\times \left[(1 - n_2) \left(\alpha_{\text{нач.2}} t - \frac{\alpha_{\text{нач.2}} - \alpha_{\text{кон.2}}}{2t_{0,2}} t^2 \right) + n_2 \left(\alpha_{\text{кон.2}} t + \frac{\alpha_{\text{нач.2}} - \alpha_{\text{кон.2}}}{2} t_{0,2} \right) \right],$$

где

$$\varphi_{\text{нач}} = 2\pi f_{1\text{ном}} \left(\alpha_{\text{кон.1}} t_{y1} + \frac{\alpha_{\text{кон.1}} + \alpha_{\text{нач.1}}}{2} \cdot t_{0,1} \right), \quad (4.9)$$

$\varphi_{\text{нач}}$ – начальный угол поворота вектора напряжения перед торможением.

При задании экспоненциального закона изменения относительной частоты для интервала $t_{0,1}$ разгона и установившегося движения t_{y1} получаем общее выражение

$$\alpha(t) = (1 - n_1) \left[\alpha_{\text{кон.1}} - (\alpha_{\text{кон.1}} - \alpha_{\text{нач.1}}) e^{-\frac{t}{\tau_{y1}}} \right] + n_1 \alpha_{\text{кон.1}}, \quad (4.10)$$

где

$$\tau_{y1} = \frac{t_{01}}{4}, \quad (4.11)$$

τ_y – постоянная времени экспоненты, которая принимается $1/4$ линейного задания частоты, исходя из того, что

$$e^{-\frac{4\tau_L}{\tau_{y1}}} = e^{-4} \approx 0.$$

Интегрирование (4.10) дает закон изменения угла поворота $\varphi_{\text{эл}}(t)$ вектора напряжения при разгоне и установившемся движении АД:

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{эл}}(t) &= 2\pi f_{1\text{ном}} \int \alpha(t) dt + C = 2\pi f_{1\text{ном}} \times \\ &\times \left\{ (1 - n_1) \left[\alpha_{\text{кон.1}} t + (\alpha_{\text{кон.1}} - \alpha_{\text{нач.1}}) \tau_{y1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{y1}}} \right] + n_1 \alpha_{\text{кон.1}} t + C \right\}, \end{aligned} \quad (4.12)$$

где C – постоянная интегрирования, определяемая из начальных условий.

Принимаем, что при $t = 0$ $\varphi = \varphi_{\text{нач.1}} = 0$, тогда

$$0 = (\alpha_{\text{кон.1}} - \alpha_{\text{нач.1}}) \tau_{y1} + C = 0;$$

$$C = -(\alpha_{\text{кон.1}} - \alpha_{\text{нач.1}}) \tau_{y1}$$

и

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{эл}}(t) &= \left\{ (1 - n_1) \left[\alpha_{\text{кон.1}} t - (\alpha_{\text{кон.1}} - \alpha_{\text{нач.1}}) \tau_{y1} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{y1}}} \right) \right] + \right. \\ &\quad \left. + n_1 \alpha_{\text{кон.1}} t \right\} 2\pi f_{1\text{ном}}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

На интервале торможения t_{02} и установившегося движения t_{y2} при экспоненциальном законе уменьшения частоты имеем:

$$\alpha(t) = (1 - n_2) \left[\alpha_{\text{кон.2}} + (\alpha_{\text{нач.2}} - \alpha_{\text{кон.2}}) e^{-\frac{t}{\tau_{y2}}} \right] + n_2 \alpha_{\text{кон.2}}, \quad (4.14)$$

$$\Phi_{\text{эл}}(t) = 2\pi f_{1\text{ном}} \int \alpha(t) dt + C = \varphi_{\text{нач.2}} + 2\pi f_{1\text{ном}} \times \times \left\{ (1-n_2) \left[\alpha_{\text{кон.2}} t + (\alpha_{\text{нач.2}} - \alpha_{\text{кон.2}}) \tau_{y2} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_{y2}}}) \right] + n_2 \alpha_{\text{кон.2}} t \right\}, \quad (4.15)$$

где

$$\tau_{y2} = \frac{t_{0,2}}{4}, \quad (4.16)$$

$$\varphi_{\text{нач.2}} = 2\pi f_{1\text{ном}} [\alpha_{\text{кон.1}} (t_{0,1} + t_{y1}) - (\alpha_{\text{кон.1}} - \alpha_{\text{нач.1}}) \tau_{y1}]. \quad (4.17)$$

Для S-образного закона изменения частоты в процессе разгона $t_{0,1}$ и установившегося движения t_{y1} получаем следующие выражения для относительной частоты

$$\alpha(t) = (1-n_1) \left[\alpha_{\text{нач.1}} + \frac{\alpha_{\text{кон.1}} - \alpha_{\text{нач.1}}}{t_{01}} \left(t - \frac{t_{0,1}}{2\pi} \sin \frac{2\pi t}{t_{0,1}} \right) \right] + n_1 \alpha_{\text{кон.1}} \quad (4.18)$$

и электрического угла поворота вектора напряжения:

$$\Phi_{\text{эл}}(t) = 2\pi f_{1\text{ном}} \left\{ (1-n_1) \left[\alpha_{\text{нач.1}} t + \frac{\alpha_{\text{кон.1}} - \alpha_{\text{нач.1}}}{2t_{01}} t^2 + \frac{(\alpha_{\text{кон.1}} - \alpha_{\text{нач.1}}) t_{0,1}}{4\pi^2} \times \times \left(\cos \frac{2\pi t}{t_{0,1}} - 1 \right) \right] + n_1 \left[\alpha_{\text{кон.1}} t - \frac{(\alpha_{\text{кон.1}} - \alpha_{\text{нач.1}}) t_{0,1}}{2} \right] \right\}, \quad (4.19)$$

где

$$0 \leq t \leq t_{0,1} + t_{y1}.$$

При S-образном снижении частоты имеем аналогичные выражения:

$$\alpha(t) = (1-n_2) \left[\alpha_{\text{нач.2}} - \frac{\alpha_{\text{нач.2}} - \alpha_{\text{кон.2}}}{t_{0,2}} \left(t - \frac{t_{0,2}}{2\pi} \sin \frac{2\pi t}{t_{0,2}} \right) \right] + n_2 \alpha_{\text{кон.2}}, \quad (4.20)$$

$$\Phi_{\text{эл}}(t) = \varphi_{\text{нач.2}} + 2\pi f_{1\text{ном}} \left\{ (1-n_2) \left[\alpha_{\text{нач.2}} t - \frac{\alpha_{\text{нач.2}} - \alpha_{\text{кон.2}}}{2t_{0,2}} t^2 - \frac{(\alpha_{\text{нач.2}} - \alpha_{\text{кон.2}}) t_{0,2}}{4\pi^2} \times \times \left(\cos \frac{2\pi t}{t_{0,2}} - 1 \right) \right] + n_2 \left[\alpha_{\text{кон.2}} t + \frac{(\alpha_{\text{ нач.2}} - \alpha_{\text{ кон.2}})}{2} t_{0,2} \right] \right\}, \quad (4.21)$$

где

$$\varphi_{\text{нач.} 2} = 2\pi f_{1 \text{ ном}} \left(\alpha_{\text{кон.} 1} t_{y1} + \frac{\alpha_{\text{ нач.} 1} + \alpha_{\text{ кон.} 1}}{2} t_{0,1} \right),$$

$$0 \leq t \leq t_{0,2} + t_{y2}.$$

Параболический закон задания относительной частоты при разгоне $t_{0,1}$ и установившемся движении t_{y1} двигателя можно записать аналогично предыдущему в общем виде:

$$\alpha(t) = (1 - n_1)(\alpha_{\text{ нач.} 1} + kt^2) + n_1 \alpha_{\text{ кон.} 1}, \quad (4.22)$$

где

$$k = \frac{\alpha_{\text{кон.} 1} - \alpha_{\text{ нач.} 1}}{t_{0,1}^2}, \quad (4.23)$$

$$0 \leq t \leq t_{0,1}.$$

Электрический угол $\varphi_{\text{эл.}}(t)$ поворота вектора напряжения, соответствующий параболическому нарастанию частоты, определяется интегрированием (4.22):

$$\varphi_{\text{эл.}}(t) = 2\pi f_{1 \text{ ном}} \left[(1 - n_1)(\alpha_{\text{ нач.} 1} t + \frac{k}{3} t^3) + n_1 \alpha_{\text{ кон.} 1} t \right]. \quad (4.24)$$

Снижение относительной частоты по параболическому закону на временном интервале $0 \leq t \leq t_{0,2} + t_{y2}$ можно записать в виде:

$$\alpha(t) = (1 - n_2)(\alpha_{\text{ нач.} 2} - k_1 t^2) + n_2 \alpha_{\text{ кон.} 2}, \quad (4.25)$$

где

$$k_1 = \frac{\alpha_{\text{ нач.} 2} - \alpha_{\text{ кон.} 2}}{t_{0,2}^2}, \quad (4.26)$$

при этом электрический угол поворота вектора напряжения может быть представлен таким образом:

$$\varphi_{\text{эл.}}(t) = \varphi_{\text{ нач.} 2} + 2\pi f_{1 \text{ ном}} \left[(1 - n_2)(\alpha_{\text{ нач.} 2} t - \frac{k_1}{3} t^3) + n_2 \alpha_{\text{ кон.} 2} t \right], \quad (4.27)$$

где

$$\varphi_{\text{ нач.} 2} = 2\pi f_{1 \text{ ном}} \left[\frac{2\alpha_{\text{ нач.} 1} + \alpha_{\text{ кон.} 1}}{3} t_{0,1} + \alpha_{\text{ кон.} 1} t_{y1} \right]. \quad (4.28)$$

При анализе электромеханических процессов асинхронного частотно-регулируемого электропривода удобно использовать не частоту напряжения $f_1(t)$, а угловую скорость $\omega_0(t)$ вращающегося магнитного поля АД, которая связана с частотой пропорциональной зависимостью

$$\omega_0(t) = \frac{2\pi}{p_n} f_1(t) = \omega_{0\text{ном}} \alpha(t), \quad (4.29)$$

где

$$\omega_{0\text{ном}} = \frac{2\pi}{p_n} f_{1\text{ном}}, \quad (4.30)$$

$\omega_{0\text{ном}}$ – угловая скорость вращающегося магнитного поля двигателя при номинальной частоте $f_{1\text{ном}}$,

p_n – число пар полюсов обмотки АД,

$$\alpha(t) = \frac{f_1(t)}{f_{1\text{ном}}}.$$

Электромеханические процессы частотно-регулируемого электропривода рассматриваются здесь при работе АД на линейном участке механической характеристики, при этом электромагнитные свойства двигателя оцениваются одной электромагнитной постоянной времени, примерно равной сумме постоянных времени статора и ротора [45–47].

4.2. Электромеханические переходные процессы электропривода при линейном изменении частоты и постоянном статическом моменте

Исходными уравнениями для анализа переходных процессов являются:

$$\left. \begin{aligned} \omega_0(t) &= \omega_{0\text{нач}} + \varepsilon_0 t, \\ T_s \frac{dM}{dt} + M &= \beta [\omega_0(t) - \omega], \\ M - M_c &= J \frac{d\omega}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (4.31)$$

где

$$\varepsilon_0 = \frac{\omega_{0\text{кон}} - \omega_{0\text{нач}}}{t_0}, \quad (4.32)$$

$$T_s = \frac{1}{2\pi f_{1\text{кон}} S_{k.e}}, \quad (4.33)$$

$$\beta = \frac{2M_k}{\omega_{0\text{ном}} S_{k.a}}, \quad (4.34)$$

ε_0 – заданное угловое ускорение вращающегося магнитного поля АД;
 t_0 – время линейного изменения угловой скорости поля двигателя;
 $\omega_{0\text{ нач}}, \omega_{0\text{ кон}}$ – начальное и конечное значения угловой (синхронной) скорости поля,
 T_s – электромагнитная постоянная времени АД при $R_1 = 0$;
 $s_{k.e}$ – критическое скольжение на естественной механической характеристике двигателя;
 β – модуль жесткости линейной части механической характеристики АД;
 M_k – критический момент, соответствующий принятому закону частотного управления, например: $\Psi_1 = \text{const}$, $\Psi_m = \text{const}$, $\Psi_2 = \text{const}$;
 $s_{k.a}$ – абсолютное критическое скольжение для данного закона частотного управления АД;
 J – суммарный момент инерции электропривода, приведенный к валу электродвигателя;
 M, ω – текущие значения электромагнитного момента и угловой скорости двигателя;
 M_c – статический момент ($M_c = \text{const}$);
 t – время.

Исходные уравнения (4.31) можно преобразовать в дифференциальные уравнения скорости

$$T_s T_M \frac{d^2 \omega}{dt^2} + T_M \frac{d\omega}{dt} + \omega = \omega_{0\text{ нач}} - \Delta\omega_c + \varepsilon_0 t \quad (4.35)$$

и электромагнитного момента

$$T_s T_M \frac{d^2 M}{dt^2} + T_M \frac{dM}{dt} + M = M_{\text{дн.0}} + M_c, \quad (4.36)$$

где

$$\Delta\omega_c = \frac{M_c}{\beta}, \quad (4.37)$$

$$M_{\text{дн.0}} = J\varepsilon_0, \quad (4.38)$$

$$T_M = \frac{J}{\beta}, \quad (4.39)$$

$\Delta\omega_c$ – падение скорости, обусловленное статическим моментом;
 $M_{\text{дн.0}}$ – заданное значение динамического момента электропривода;
 T_M – электромеханическая постоянная времени электропривода.

Характеристическое уравнение

$$T_s T_M p^2 + T_M p + 1 = 0 \quad (4.40)$$

дифференциальных уравнений (4.35) и (4.36) имеет корни

$$p_{1,2} = -\xi \pm \frac{\sqrt{m(m-4)}}{2T_m}, \quad (4.41)$$

где

$$\xi = \frac{1}{2T_3}, \quad (4.42)$$

$$m = \frac{T_m}{T_3}. \quad (4.43)$$

В зависимости от величины m возможны три вида корней, определяющих характер переходного процесса:

1) $m < 4$ – комплексно-сопряженные корни

$$p_{1,2} = -\xi \pm j\Omega_p, \quad (4.44)$$

где

$$\Omega_p = \frac{\sqrt{m(4-m)}}{2T_m}, \quad (4.45)$$

Ω_p – резонансная (собственная) частота колебаний электропривода при наличии диссилиативных сил,

ξ – коэффициент затухания;

2) $m > 4$ – два отрицательных вещественных корня,

$$p_{1,2} = -\xi \pm v, \quad (4.46)$$

где

$$v = \frac{\sqrt{m(m-4)}}{T_m}. \quad (4.47)$$

v – мнимая частота собственных колебаний электропривода;

3) $m = 4$ – два равных отрицательных вещественных корня

$$p_{1,2} = -\xi. \quad (4.48)$$

Очевидно, что уравнения $\omega(t)$ и $M(t)$ для трех видов корней будут разными.

Для $m < 4$ общее решение соответствующего однородного дифференциального уравнения (4.35) имеет вид

$$\omega_1 = e^{-\xi t} (A e^{j\Omega_p t} + B e^{-j\Omega_p t}). \quad (4.49)$$

Частное решение неоднородного дифференциального уравнения (4.35) в соответствии с правой частью записываем в виде полинома

$$\omega_2 = a + bt, \quad (4.50)$$

подстановка которого в (4.35) позволяет найти коэффициенты

$$\left. \begin{array}{l} a = \omega_{0\text{ нач}} - \Delta\omega_c - \Delta\omega_{\text{дин.0}}, \\ b = \varepsilon_0 \end{array} \right\} \quad (4.51)$$

и получить решение (4.35) в виде

$$\begin{aligned} \omega(t) = & \omega_1 + \omega_2 = e^{-\xi t} (A e^{j\Omega_p t} + B e^{-j\Omega_p t}) + \\ & + \omega_{0\text{ нач}} - \Delta\omega_c - \Delta\omega_{\text{дин.0}} + \varepsilon_0 t, \end{aligned} \quad (4.52)$$

где

$$\Delta\omega_{\text{дин.0}} = \varepsilon_0 T_M = \frac{M_{\text{дин.0}}}{\beta}, \quad (4.53)$$

A и B – постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий:

при $t = 0$ имеем:

$$\left. \begin{array}{l} \omega = \omega_{\text{нач}}, \\ \frac{d\omega}{dt} \Big|_{t=0} = \varepsilon_{\text{нач}}. \end{array} \right\} \quad (4.54)$$

Применяя начальные условия (4.54) в (4.52), находим постоянные интегрирования

$$\begin{aligned} A = & \frac{\Delta\omega_c + \Delta\omega_{\text{дин.0}} - \Delta\omega_{\text{нач}}}{2} + \\ & + \frac{1}{2j} \cdot \frac{\varepsilon_{\text{нач}} - \varepsilon_0 + \xi(\Delta\omega_c + \Delta\omega_{\text{дин.0}} - \Delta\omega_{\text{нач}})}{\Omega_p}, \end{aligned} \quad (4.55)$$

$$\begin{aligned} B = & \frac{\Delta\omega_c + \Delta\omega_{\text{дин.0}} - \Delta\omega_{\text{нач}}}{2} - \\ & - \frac{1}{2j} \cdot \frac{\varepsilon_{\text{нач}} - \varepsilon_0 + \xi(\Delta\omega_c + \Delta\omega_{\text{дин.0}} - \Delta\omega_{\text{нач}})}{\Omega_p}, \end{aligned} \quad (4.56)$$

подстановка которых в (4.52) позволяет получить окончательное выражение для скорости АД в переходном процессе:

$$\begin{aligned} \omega(t) = & \omega_{0\text{ нач}} - \Delta\omega_c - \Delta\omega_{\text{дин.0}} + \varepsilon_0 t + e^{-\xi t} \left[(\Delta\omega_c + \Delta\omega_{\text{дин.0}} - \omega_{\text{нач}}) \cos \Omega_p t + \right. \\ & \left. + \frac{\varepsilon_{\text{нач}} - \varepsilon_0 + \xi(\Delta\omega_c + \Delta\omega_{\text{дин.0}} - \Delta\omega_{\text{нач}})}{\Omega_p} \sin \Omega_p t \right]. \end{aligned} \quad (4.57)$$

Подобным образом находим решение дифференциального уравнения (4.36) для электромагнитного момента

$$M(t) = M_1 + M_2 = e^{-\xi t} (Ce^{j\Omega_p t} + De^{-j\Omega_p t}) + M_{\text{дин.0}} + M_c. \quad (4.58)$$

Из начальных условий:

$$\left. \begin{aligned} M|_{t=0} &= M_{\text{нач}}, \\ \frac{dM}{dt}|_{t=0} &= \frac{\beta \Delta \omega_{\text{нач}} - M_{\text{нач}}}{T_s} \end{aligned} \right\} \quad (4.59)$$

находим постоянные интегрирования уравнения (4.58)

$$\begin{aligned} C &= \frac{M_{\text{нач}} - M_{\text{дин.0}} - M_c}{2} + \\ &+ \frac{1}{2j} \cdot \left[\frac{\xi(M_{\text{нач}} - M_{\text{дин.0}} - M_c)}{\Omega_p} + \frac{\beta \Delta \omega_{\text{нач}} - M_{\text{нач}}}{T_s \Omega_p} \right], \end{aligned} \quad (4.60)$$

$$\begin{aligned} D &= \frac{M_{\text{нач}} - M_{\text{дин.0}} - M_c}{2} - \\ &- \frac{1}{2j} \cdot \left[\frac{\xi(M_{\text{нач}} - M_{\text{дин.0}} - M_c)}{\Omega_p} + \frac{\beta \Delta \omega_{\text{нач}} - M_{\text{нач}}}{T_s \Omega_p} \right], \end{aligned} \quad (4.61)$$

а затем и уравнение электромагнитного момента АД в переходном процессе:

$$\begin{aligned} M(t) &= M_c + M_{\text{дин.0}} + e^{-\xi t} \left\{ (M_{\text{нач}} - M_{\text{дин.0}} - M_c) \cos \Omega_p t + \right. \\ &\left. + \left[\frac{\xi(M_{\text{нач}} - M_{\text{дин.0}} - M_c)}{\Omega_p} + \frac{\beta \Delta \omega_{\text{нач}} - M_{\text{нач}}}{T_s \Omega_p} \right] \sin \Omega_p t \right\}. \end{aligned} \quad (4.62)$$

Если к валу асинхронного двигателя приложен реактивный статический момент, то в начале разгона электропривода будет задержка движения на время

$$t_3 \approx \sqrt{\frac{\Delta \omega_c}{\xi \varepsilon_0}}, \quad (4.63)$$

где на интервале $0 \leq t' \leq t_3$ электромагнитный момент изменяется в соответствии с выражением

$$M(t') = \beta \varepsilon_0 \left[t' - T_s \left(1 - e^{-\frac{t'}{T_s}} \right) \right], \quad (4.64)$$

а скорость двигателя равна нулю.

При $t > t_0$ переходный процесс электропривода описывается уравнениями (4.57) и (4.62). Если переходный процесс начинается с установившегося состояния, когда $M_{\text{нач}} = M_c$, $\Delta\omega_{\text{нач}} = \Delta\omega_c$, $\beta\Delta\omega_{\text{нач}} = M_{\text{нач}}$, то уравнения (4.57) и (4.62) можно преобразовать к виду:

$$\omega(t) = \omega_{0\text{ нач}} - \Delta\omega_c - \Delta\omega_{\text{дин.}0} + \varepsilon_0 t - \frac{\varepsilon_0}{\Omega_p} e^{-\xi t} \sin(\Omega_p t - \varphi_1), \quad (4.65)$$

$$M(t) = M_c + M_{\text{дин.}0} - \frac{2M_{\text{дин.}0}}{\sqrt{4-m}} e^{-\xi t} \sin(\Omega_p t + \varphi_2), \quad (4.66)$$

где

$$\varphi_1 = \arctg \left(\frac{\sqrt{m(4-m)}}{2-m} \right), \quad (4.67)$$

$$\varphi_2 = \arctg \left(\sqrt{\frac{4-m}{m}} \right). \quad (4.68)$$

Электромагнитный момент достигает экстремальных значений

$$M_m(t_m) = M_c + M_{\text{дин.}0} (1 + e^{-\frac{n\pi\xi}{\Omega_p}}) \quad (4.69)$$

в моменты времени

$$t_m = \frac{n\pi}{\Omega_p}, \quad (4.70)$$

где $n = 1, 2, 3\dots$

После окончания линейного изменения скорости $\omega_0(t)$ магнитного поля, т. е. при $t > t_0$ происходит электромеханический переходный процесс при $\omega_0 = \omega_{0\text{ кон}} = \text{const}$ и ненулевых начальных условиях, которые определяются конечными значениями величин предыдущего интервала. Длительность переходного процесса при $t > t_0$ можно оценить величиной

$$0 \leq t'' = t - t_0 \leq 10T_s. \quad (4.71)$$

Выражения для скорости и электромагнитного момента АД на этом интервале переходного процесса можно получить на основании исходных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} T_s \frac{dM}{dt''} + M &= \beta(\omega_{0\text{ кон}} - \omega), \\ J \frac{dM}{dt''} &= M - M_c. \end{aligned} \right\} \quad (4.72)$$

Преобразуя (4.72), получим дифференциальные уравнения для скорости

$$T_3 T_m \frac{d^2 \omega}{dt''^2} + T_m \frac{d\omega}{dt''} + \omega = \omega_c \quad (4.73)$$

и электромагнитного момента

$$T_3 T_m \frac{d^2 M}{dt''^2} + T_m \frac{dM}{dt''} + M = M_c. \quad (4.74)$$

Решаем (4.73) при начальных условиях:

$$\left. \begin{array}{l} 1) \omega'_{\text{нач}} = \omega(t'' = 0) = \omega(t_0), \\ 2) \frac{d\omega}{dt''} \Big|_{t''=0} = \frac{M'_{\text{нач}} - M_c}{J} = \varepsilon'_{\text{нач}}, \end{array} \right\} \quad (4.75)$$

где $M'_{\text{нач}}$ вычисляется по (4.62) при $t = t_0$,

$\omega(t_0)$ — скорость, вычисляемая по (4.57) при $t = t_0$.

В результате получаем уравнение скорости АД на интервале $t > t_0$:

$$\omega(t'') = \omega_c + e^{-\xi t''} \left[(\omega'_{\text{нач}} - \omega_c) \cos \Omega_p t'' + \frac{\xi(\omega'_{\text{нач}} - \omega_c) + \varepsilon'_{\text{нач}}}{\Omega_p} \sin \Omega_p t'' \right]. \quad (4.76)$$

Дифференциальное уравнение (4.74) решаем при начальных условиях:

$$\left. \begin{array}{l} 1) M'_{\text{нач}} = M(t'' = 0) = M(t_0), \\ 2) \frac{dM}{dt''} \Big|_{t''=0} = \frac{\beta \Delta \omega'_{\text{нач}} - M'_{\text{нач}}}{T_3}, \end{array} \right\} \quad (4.77)$$

где

$$\Delta \omega'_{\text{нач}} = \omega_{\text{кон}} - \omega'_{\text{нач}}. \quad (4.78)$$

В результате решения получаем уравнение электромагнитного момента АД для $t > t_0$:

$$\begin{aligned} M(t'') = M_c + e^{-\xi t''} \left\{ (M'_{\text{нач}} - M_c) \cos \Omega_p t'' + \right. \\ \left. + \left[\frac{\xi(M'_{\text{нач}} - M_c)}{\Omega_p} + \frac{\beta \Delta \omega'_{\text{нач}} - M'_{\text{нач}}}{T_3 \Omega_p} \right] \sin \Omega_p t'' \right\}. \end{aligned} \quad (4.79)$$

Приведенные выше уравнения справедливы как для разгона ($\varepsilon_0 > 0$), так и для торможения ($\varepsilon_0 < 0$) электропривода.

На рис. 4.2 и рис. 4.3 показаны кривые скорости и электромагнитного момента при разгоне и торможении электропривода с асинхронным двигателем

лем типа 4A315S4У3 мощностью 160 кВт и частотным управлением по закону стабилизации потокосцепления статора. Электропривод имеет коэффициент инерции $K_J = J/J_d = 1,6$ и статический момент, равный номинальному моменту на валу двигателя, заданное время линейного изменения угловой скорости магнитного поля $t_0 = 0,8$ с и заданное угловое ускорение $\varepsilon_0 = 196,35$ рад/с, при этом $m = T_m/T_s = 0,13$.

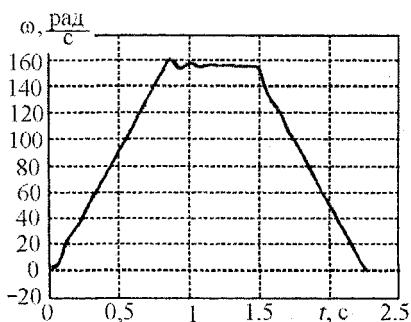


Рис. 4.2. Угловая скорость АД при линейном управляемом воздействии

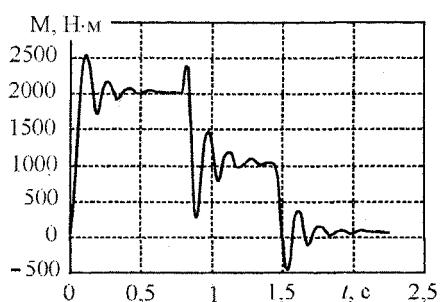


Рис. 4.3. Электромагнитный момент АД при линейном управляемом воздействии

В случае разных вещественных корней (4.46) характеристического уравнения (4.40), когда отношение постоянных времени $m > 4$, можно получить уравнение скорости

$$\omega(t) = \omega_{0\text{ нач}} - \Delta\omega_c - \Delta\omega_{\text{дин.}0} + \varepsilon_0 t + e^{-\xi t} \left\{ (\Delta\omega_c + \Delta\omega_{\text{дин.}0} - \Delta\omega_{\text{нач}}) \text{ch}vt + \right. \\ \left. + \left[\frac{\xi}{v} (\Delta\omega_c + \Delta\omega_{\text{дин.}0} - \Delta\omega_{\text{нач}}) + \frac{\varepsilon_{\text{нач}} - \varepsilon_0}{v} \right] \text{sh}vt \right\}$$

и электромагнитного момента

$$M(t) = M_c + M_{\text{дин.}0} + e^{-\xi t} \left\{ (M_{\text{нач}} - M_c - M_{\text{дин.}0}) \text{ch}vt + \right. \\ \left. + \left[\frac{\xi(M_{\text{нач}} - M_c - M_{\text{дин.}0})}{v} + \frac{\beta\Delta\omega_{\text{нач}} - M_{\text{нач}}}{T_s v} \right] \text{sh}vt \right\}$$

для интервала линейного изменения угловой скорости магнитного поля АД ($0 \leq t \leq t_0$). Эти уравнения упрощаются для переходного процесса, начинающегося с установившегося состояния ($\Delta\omega_{\text{нач}} = \Delta\omega_c$; $M_{\text{нач}} = M_c$):

$$\omega(t) = \Delta\omega_{0\text{ нач}} - \Delta\omega_c - \Delta\omega_{\text{дин.}0} + \varepsilon_0 t + \frac{2\Delta\omega_{\text{дин.}0}}{\sqrt{m(m-4)}} e^{-\xi t} \operatorname{sh}(vt + \varphi_3),$$

$$M(t) = M_c + M_{\text{дин.}0} - \frac{2M_{\text{дин.}0}}{\sqrt{m-4}} e^{-\xi t} \operatorname{sh}(vt + \varphi_4),$$

где φ_3 и φ_4 определяются по формулам:

$$\varphi_3 = \operatorname{Arth}\left(\frac{\sqrt{m(m-4)}}{m-2}\right), \quad (4.80)$$

$$\varphi_4 = \operatorname{Arth}\left(\sqrt{\frac{m-4}{m}}\right). \quad (4.81)$$

На интервале времени $0 \leq t'' = t - t_0 \leq 10T$, переходный процесс описывается уравнениями скорости

$$\omega(t'') = \omega_c + e^{-\xi t''} \left[(\omega'_{\text{нач}} - \omega_c) \operatorname{ch} vt + \frac{\xi(\omega'_{\text{нач}} - \omega_c) + \varepsilon'_{\text{нач}}}{v} \operatorname{sh} vt \right] \quad (4.82)$$

и электромагнитного момента

$$\begin{aligned} M(t'') = M_c + e^{-\xi t''} & \left\{ (M'_{\text{нач}} - M_c) \operatorname{ch} vt + \right. \\ & \left. + \left[\frac{\xi(M'_{\text{нач}} - M_c)}{v} + \frac{\beta\Delta\omega'_{\text{нач}} - M'_{\text{нач}}}{vT_3} \right] \operatorname{sh} vt \right\}, \end{aligned} \quad (4.83)$$

где

$$\omega'_{\text{нач}} = \omega(t_0),$$

$$\varepsilon'_{\text{нач}} = \frac{M'_{\text{нач}} - M_c}{J},$$

$$M'_{\text{нач}} = M(t_0); \Delta\omega_{\text{нач}} = \omega_{0\text{ кон}} - \omega'_{\text{нач}},$$

$\omega(t_0)$ – вычисляется по (4.76) при $t = t_0$,

$M(t_0)$ – вычисляется по (4.77) при $t = t_0$.

При равных корнях (4.48) характеристического уравнения (4.40) решение дифференциального уравнения (4.35) записывается в виде

$$\omega(t) = e^{-\xi t} (A_1 + B_1 t) + \omega_{0\text{ нач}} - \Delta\omega_c - \Delta\omega_{\text{дин.}0} + \varepsilon_0 t, \quad (4.84)$$

где A_1 и B_1 – постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий (4.54). Используя эти начальные условия в (4.84), находим уравнение для скорости в электромеханическом переходном процессе на интервале $t_s \leq t \leq t_0$ или $0 \leq t' = t - t_s \leq t'_0 = t_0 - t_s$:

$$\omega(t') = \omega_{0\text{ нач}} - \Delta\omega_c - \Delta\omega_{\text{дин.}0} + \varepsilon_0 t' + e^{-\xi t'} \left\{ \Delta\omega_c + \Delta\omega_{\text{дин.}0} - \Delta\omega_{\text{нач}} + \right. \\ \left. + [\xi(\Delta\omega_c + \Delta\omega_{\text{дин.}0} - \Delta\omega_{\text{нач}}) + \varepsilon_{\text{нач}} - \varepsilon_0] \cdot t' \right\} \quad (4.85)$$

Решение дифференциального уравнения (4.36) для электромагнитного момента записывается в виде

$$M(t) = M_c + M_{\text{дин.}0} + e^{-\xi t} (C_1 + D_1 t), \quad (4.86)$$

где C_1 и D_1 – постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий (4.59). Определив постоянные интегрирования C_1 и D_1 , находим уравнение электромагнитного момента АД для указанного временного интервала

$$M(t') = M_c + M_{\text{дин.}0} + e^{-\xi t'} \left\{ M_{\text{нач}} - M_c - M_{\text{дин.}0} + \right. \\ \left. + \left[\xi(M_{\text{нач}} - M_c - M_{\text{дин.}0}) + \frac{\beta \Delta\omega_{\text{нач}} - M_{\text{нач}}}{T_s} \right] t' \right\} \quad (4.87)$$

Если переходный процесс начинается с установившегося состояния, когда $\Delta\omega_{\text{нач}} = \Delta\omega_c$, $M_{\text{нач}} = M_c$ и $\beta\Delta\omega_{\text{нач}} = M_{\text{нач}}$, то уравнения (4.85) и (4.87) упрощаются:

$$\omega(t') = \omega_{0\text{ нач}} - \Delta\omega_c - \Delta\omega_{\text{дин.}0} + \varepsilon_0 t' + \\ + e^{-\xi t'} [\Delta\omega_{\text{дин.}0} + (\xi\Delta\omega_{\text{дин.}0} + \varepsilon_{\text{нач}} - \varepsilon_0) t'] \quad (4.88)$$

$$M(t') = M_c + M_{\text{дин.}0} + e^{-\xi t'} (1 - \xi t') \cdot M_{\text{дин.}0}. \quad (4.89)$$

На временном интервале

$$0 \leq t'' = t - t_0 \leq 10T_s$$

скорость и электромагнитный момент АД изменяются в соответствии с выражениями:

$$\omega(t'') = \omega_c + e^{-\xi t''} \left\{ \omega'_{\text{нач}} - \omega_c + [\xi(\omega'_{\text{нач}} - \omega_c) + \varepsilon'_{\text{нач}}] t'' \right\}, \quad (4.90)$$

$$M(t'') = M_c + e^{-\xi t''} \left\{ M'_{\text{нач}} - M_c + \right. \\ \left. + \left[\xi(M'_{\text{нач}} - M_c) + \frac{\beta \Delta\omega'_{\text{нач}} - M'_{\text{нач}}}{T_s} \right] t'' \right\}, \quad (4.91)$$

где

$$\omega'_{\text{нач}} = \omega(t'_0); \quad M'_{\text{нач}} = M(t'_0); \quad \Delta\omega'_{\text{нач}} = \omega_0 - \omega'_{\text{нач}};$$

$$\omega'_{\text{нач}} = \frac{M'_{\text{нач}} - M_c}{J}; \quad t'_0 = t_0 - t_3,$$

$\omega(t'_0)$ и $M(t'_0)$ вычисляются соответственно по (4.85) и (4.87) при $t' = t'_0$.

4.3. Электромеханические переходные процессы электропривода при экспоненциальном изменении частоты и постоянном статическом моменте

Данный вид переходного процесса определяется следующей системой исходных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \omega_0(t) &= \omega_0 + (\omega_0 - \omega_0) e^{-\frac{t}{T_y}}, \\ M + T_3 \frac{dM}{dt} &= \beta [\omega_0(t) - \omega], \\ M - M_c &= J \frac{d\omega}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (4.92)$$

где T_y – постоянная времени цепи управления.

Преобразуя (4.92), находим дифференциальные уравнения для скорости

$$T_3 T_m \frac{d^2 \omega}{dt^2} + T_m \frac{d\omega}{dt} + \omega = \omega_0 - \Delta\omega_c + (\omega_0 - \omega_0) e^{-\frac{t}{T_y}} \quad (4.93)$$

и электромагнитного момента

$$T_3 T_m \frac{d^2 M}{dt^2} + T_m \frac{dM}{dt} + M = M_c - M_{k1} e^{-\frac{t}{T_y}}, \quad (4.94)$$

где

$$\left. \begin{aligned} M_{k1} &= \beta_1 \Delta\omega_0, \\ \Delta\omega_0 &= \omega_0 - \omega_0; \quad \beta_1 = \frac{J}{T_y}. \end{aligned} \right\} \quad (4.95)$$

Характеристическое уравнение для дифференциальных уравнений (4.93) и (4.94) будет прежним, т. е. (4.40) и соответственно решение этих уравнений будет зависеть от вида корней.

Сначала получим уравнения скорости и электромагнитного момента для комплексно-сопряженных корней (4.44), соответствующих $m < 4$. Для дифференциального уравнения скорости (4.93) можно записать общее решение соответствующего однородного уравнения

$$\omega' = e^{-\xi t} (A_1 e^{j\Omega_p t} + B_1 e^{-j\Omega_p t}) \quad (4.96)$$

и частное решение неоднородного дифференциального уравнения

$$\omega'' = \omega_c + b e^{-\frac{t}{T_y}}, \quad (4.97)$$

где A_1 и B_1 – постоянные интегрирования;

b – коэффициент, определяемый по виду правой части неоднородного дифференциального уравнения;

$$\omega_c = \omega_{0\text{кон}} - \Delta\omega_c. \quad (4.98)$$

Найдем

$$\frac{d\omega''}{dt} = -\frac{b}{T_y} e^{-\frac{t}{T_y}}, \quad (4.99)$$

а затем подставляем (4.97) и (4.99) в (4.93) и приравниваем коэффициенты при соответствующих переменных. В результате получаем

$$b = \Delta\omega_0 \frac{n^2}{n^2 - nm + m}, \quad (4.100)$$

где

$$n = \frac{T_y}{T_s}; \quad m = \frac{T_m}{T_s}. \quad (4.101)$$

Для наглядности обозначим

$$b = \Delta\omega_1. \quad (4.102)$$

Общее решение дифференциального уравнения (4.93) запишем в виде

$$\omega = \omega' + \omega'' = e^{-\xi t} (A_1 e^{j\Omega_p t} + B_1 e^{-j\Omega_p t}) + \omega_c + \Delta\omega_1 e^{-\frac{t}{T_y}}. \quad (4.103)$$

Постоянные интегрирования A_1 и B_1 находим используя начальные условия (4.54) в (4.103):

$$A_1 = \frac{\omega_1}{2} + \frac{1}{2j} \cdot \frac{\varepsilon_1}{\Omega_p}, \quad (4.104)$$

$$B_1 = \frac{\omega_1}{2} - \frac{1}{2j} \cdot \frac{\varepsilon_1}{\Omega_p}, \quad (4.105)$$

где

$$\omega_1 = \omega_{\text{ нач }} - \omega_c - \Delta\omega_1. \quad (4.106)$$

Подставляем (4.104) и (4.105) в (4.103) и находим уравнение скорости

$$\omega = e^{-\xi t} (\omega_1 \cos \Omega_p t + \frac{\varepsilon_1}{\Omega_p} \sin \Omega_p t) + \omega_c + \Delta\omega_1 e^{-\frac{t}{T_y}}, \quad (4.107)$$

где

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{\text{ нач }} + \xi \omega_1 + \frac{\Delta\omega_1}{T_y}. \quad (4.108)$$

Уравнение (4.107) можно преобразовать к более удобному виду

$$\omega = \omega_c + \Delta\omega_1 e^{-\frac{t}{T_y}} + \Delta\omega_2 e^{-\xi t} \sin(\Omega_p t + \varphi_5), \quad (4.109)$$

где

$$\Delta\omega_2 = \sqrt{\omega_1^2 + \left(\frac{\varepsilon_1}{\Omega_p}\right)^2}, \quad (4.110)$$

$$\varphi_5 = \arctg \left(\frac{\omega_1 \Omega_p}{\varepsilon_1} \right). \quad (4.111)$$

Аналогичным образом записываем решение дифференциального уравнения (4.94) электромагнитного момента

$$M = e^{-\xi t} (C_1 e^{j\Omega_p t} + D_1 e^{-j\Omega_p t}) + M_c + M_{k2} e^{-\frac{t}{T_y}}, \quad (4.112)$$

где

$$M_{k2} = M_{k1} \frac{n^2}{n^2 - nm + m}, \quad (4.113)$$

C_1, D_1 – постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий (4.59):

$$C_1 = \frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{2j}, \quad (4.114)$$

$$D_1 = \frac{M_1}{2} - \frac{M_2}{2j}, \quad (4.115)$$

где

$$M_1 = M_{\text{нач}} - M_c + M_{k2}, \quad (4.116)$$

$$M_2 = \frac{1}{\Omega_p} \left[\xi M_1 - \frac{M_{k2}}{T_y} + \frac{\beta \Delta \omega_{\text{ нач}} - M_{\text{ нач}}}{T_s} \right], \quad (4.117)$$

$M_{\text{ нач}}$ – начальное значение электромагнитного момента в переходном процессе.

С учетом (4.114) и (4.115) уравнение (4.112) принимает вид

$$M = e^{-\xi t} (M_1 \cos \Omega_p t + M_2 \sin \Omega_p t) + M_c - M_{k2} e^{-\frac{t}{T_y}}. \quad (4.118)$$

Это уравнение можно преобразовать и представить таким образом

$$M = M_c - M_{k2} e^{-\frac{t}{T_y}} + \Delta M \sin(\Omega_p t + \varphi_6), \quad (4.119)$$

где

$$\Delta M = \sqrt{M_1^2 + M_2^2}, \quad (4.120)$$

$$\varphi_6 = \arctg \left(\frac{M_1}{M_2} \right). \quad (4.121)$$

При реактивном статическом моменте на интервале разгона электропривода, когда $M < M_c$, будет задержка движения, где $\omega = 0$, а электромагнитный момент определяется дифференциальным уравнением (4.92) при $\omega = 0$ и $\omega_{0 \text{ нач}} = 0$:

$$T_s \frac{dM}{dt} + M = \beta \omega_{0 \text{ кон}} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_y}} \right), \quad (4.122)$$

решая которое, находим

$$M = \beta \omega_{0 \text{ кон}} \left[1 + \frac{1}{T_y - T_s} \left(T_s e^{-\frac{t}{T_s}} - T_y e^{-\frac{t}{T_y}} \right) \right]. \quad (4.123)$$

При $M = M_c$ имеем $t = t_s$, т. е.

$$M_c = \beta \omega_{0 \text{ кон}} \left[1 + \frac{1}{T_y - T_s} \left(T_s e^{-\frac{t_s}{T_s}} - T_y e^{-\frac{t_s}{T_y}} \right) \right]. \quad (4.124)$$

Из этого уравнения численным решением можно определить время задержки движения t_3 . Для практических целей получим приближенную формулу для определения времени задержки t_3 . Для этого (4.124) запишем в виде

$$\frac{M_c - \beta \omega_{0\text{кон}}}{\beta \omega_{0\text{кон}}} (T_y - T_3) = T_3 e^{-\frac{T_3}{T_3}} - T_y e^{-\frac{T_3}{T_y}} \quad (4.125)$$

и разложим экспоненты в ряд, взяв три члена:

$$e^{-\frac{T_3}{T_3}} \approx 1 - \frac{T_3}{T_3} + \frac{1}{2T_3^2} T_3^2, \quad (4.126)$$

$$e^{-\frac{T_3}{T_y}} \approx 1 - \frac{T_3}{T_y} + \frac{1}{2T_y^2} T_3^2. \quad (4.127)$$

Подставляя (4.126) и (4.127) в (4.125) после соответствующих преобразований получим

$$t_3 \geq \sqrt{\frac{2T_3 T_y M_c}{\beta \omega_{0\text{кон}}}}. \quad (4.128)$$

По истечении времени экспоненциального изменения скорости в переходном процессе, которое мы принимаем равным с погрешностью (2–5) %

$$t_0 = 4T_y, \quad (4.129)$$

угловая скорость и электромагнитный момент двигателя будут определяться соответственно выражениями:

$$\omega(t'_0) = \omega_c + \Delta \omega_1 e^{-\frac{t'_0}{T_y}} + \Delta \omega_2 e^{-\xi t'_0} \sin(\Omega_p t'_0 + \varphi_5), \quad (4.130)$$

$$M(t'_0) = M_c - M_{k2} e^{-\frac{t'_0}{T_y}} + \Delta M_k e^{-\xi t'_0} \sin(\Omega_p t'_0 + \varphi_6), \quad (4.131)$$

где

$$t'_0 = t_0 - t_3. \quad (4.132)$$

Поскольку

$$e^{-\frac{t'_0}{T_y}} = e^{-4} \approx 0,$$

то

$$\omega(t'_0) = \omega_c + \Delta \omega_2 e^{-\xi t'_0} \sin(\Omega_p t'_0 + \varphi_5), \quad (4.133)$$

$$M(t'_0) = M_c + \Delta M \cdot e^{-\xi t'_0} \sin(\Omega_p t'_0 + \varphi_0). \quad (4.134)$$

После этого наступает переходный процесс электропривода при неизменном задании скорости идеального холостого хода ($\omega_{\text{окон}} = \text{const}$) и ненулевых начальных условиях:

$$\omega'_{\text{нач}} = \omega(t'_0), \quad \varepsilon'_{\text{нач}} = \frac{M'_{\text{нач}} - M_c}{J}, \quad (4.135)$$

$$M'_{\text{нач}} = M(t'_0), \quad \frac{dM}{dt''} \Big|_{t''=0} = \frac{\beta \Delta \omega'_{\text{нач}} - M'_{\text{нач}}}{T_s}, \quad (4.136)$$

где

$$\Delta \omega'_{\text{нач}} = \omega_{0\text{кон}} - \omega'_{\text{нач}}, \quad (4.137)$$

$$t'' = t - t'_0. \quad (4.138)$$

Длительность этого интервала оценивается величиной

$$0 \leq t'' \leq 10T_s.$$

На этом интервале времени исходными уравнениями являются:

$$\left. \begin{aligned} T_s \frac{dM}{dt''} + M &= \beta(\omega_{0\text{кон}} - \omega), \\ J \frac{d\omega}{dt''} &= M - M_c, \end{aligned} \right\} \quad (4.139)$$

которые дают два дифференциальных уравнения

$$\left. \begin{aligned} T_s T_M \frac{d^2\omega}{dt''^2} + T_M \frac{d\omega}{dt''} + \omega &= \omega_c, \\ T_s T_M \frac{d^2M}{dt''^2} + T_M \frac{dM}{dt''} + M &= M_c. \end{aligned} \right\} \quad (4.140)$$

Решение этих уравнений при указанных выше начальных условиях имеет вид:

$$\begin{aligned} \omega(t'') &= \omega_c + e^{-\xi t''} \times \\ &\times \left[(\omega'_{\text{нач}} - \omega_c) \cos \Omega_p t'' + \frac{\xi(\omega'_{\text{нач}} - \omega_c) + \varepsilon'_{\text{нач}}}{\Omega_p} \sin \Omega_p t'' \right], \end{aligned} \quad (4.141)$$

$$M(t'') = M_c + e^{-\xi t''} \left\{ (M'_{\text{наг}} - M_c) \cos \Omega_p t'' + \right. \\ \left. + \left[\frac{\xi(M'_{\text{наг}} - M_c)}{\Omega_p} + \frac{\beta \Delta \omega'_{\text{наг}} - M'_{\text{наг}}}{T_y \Omega_p} \right] \sin \Omega_p t'' \right\}. \quad (4.142)$$

В качестве иллюстрации изложенного на рис. 4.4–4.7 показаны расчетные кривые переходных процессов частотно управляемого асинхронного электропривода по закону $\Psi_i = \text{const}$ с АД типа 4A315S4 мощностью 160 кВт; $M_c = M_{\text{ном}} = 1033 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $K_j = 1,6$; $t_0 = 0,8 \text{ с}$; $T_y = 0,2 \text{ с}$ при экспоненциальном изменении угловой скорости вращающегося магнитного поля в переходных процессах. Можно видеть существенное влияние электромагнитных переходных процессов, несмотря на плавное изменение управляющего воздействия.

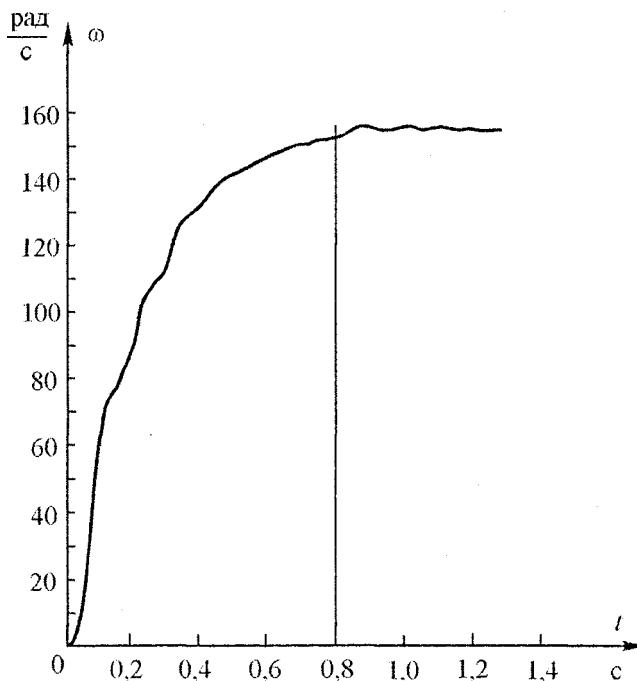


Рис. 4.4. Изменение скорости АД при пуске с экспоненциальным управляющим воздействием

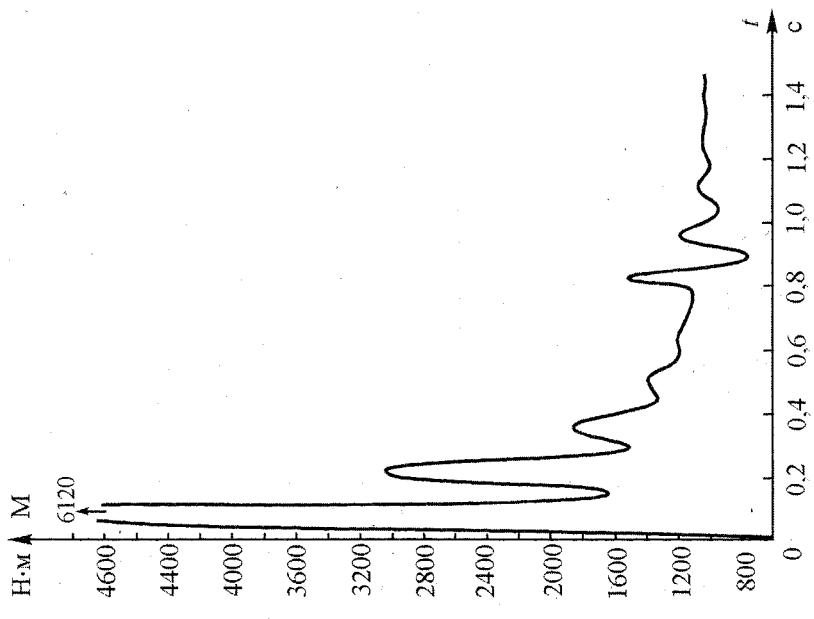


Рис. 4.5. Изменение электромагнитного момента АД при пуске с экспоненциальным управляющим воздействием

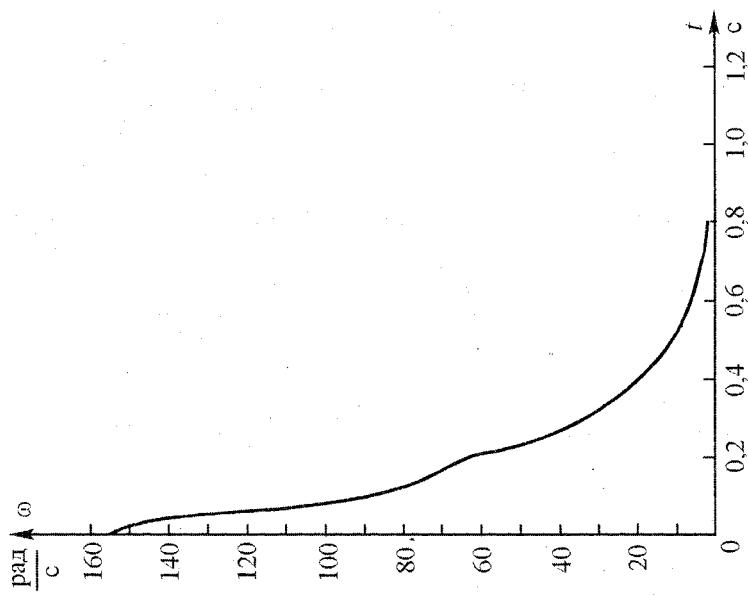


Рис. 4.6. Изменение скорости АД при торможении с экспоненциальным управляющим воздействием

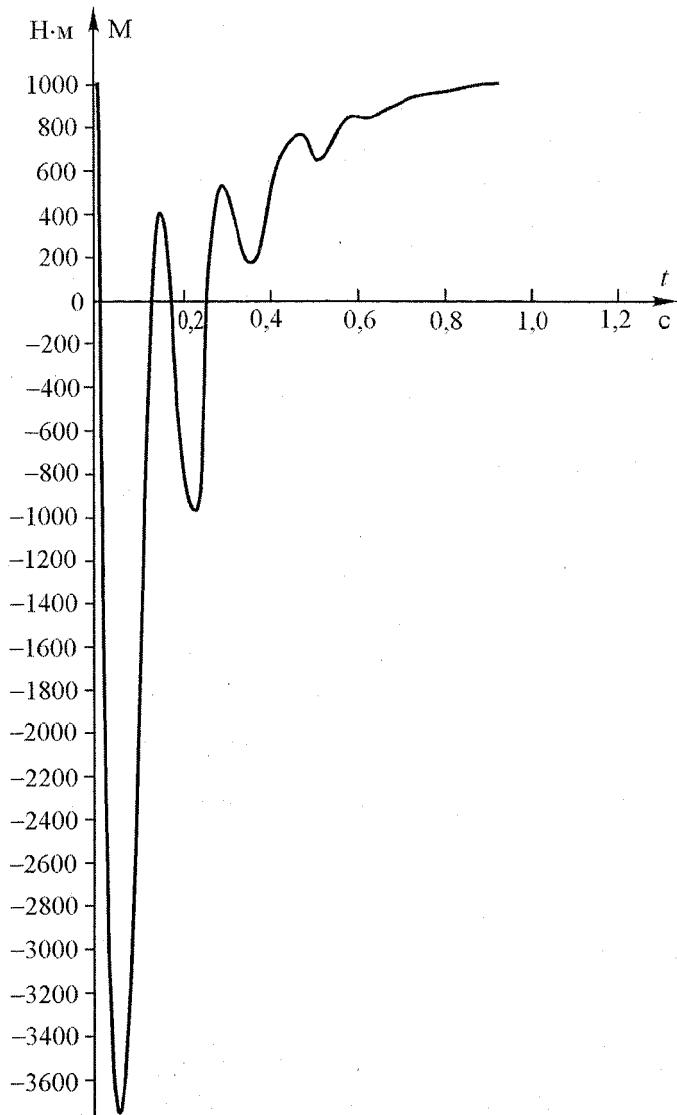


Рис. 4.7. Изменение электромагнитного момента АД при торможении с экспоненциальным управляющим воздействием

Теперь рассмотрим переходные процессы электропривода для вещественных корней (4.46) характеристического уравнения (4.40), когда $m > 4$.

В этом случае решение дифференциального уравнения скорости (4.93) можно записать в виде

$$\omega = e^{-\xi t} (A_2 e^{\nu t} + B_2 e^{-\nu t}) + \omega_c + \Delta \omega_1 e^{-\frac{t}{T_y}}, \quad (4.143)$$

где A_2, B_2 – постоянные интегрирования, определяемые на основании начальных условий (4.54), использование которых позволяет найти

$$A_2 = \frac{\omega_1 + \varepsilon_1}{2\nu}; \quad B_2 = \frac{\omega_1 - \varepsilon_1}{2\nu} \quad (4.144)$$

и выражение для угловой скорости двигателя

$$\omega = e^{-\xi t} (\omega_1 \operatorname{ch} \nu t + \frac{\varepsilon_1}{\nu} \operatorname{sh} \nu t) + \omega_c + \Delta \omega_1 e^{-\frac{t}{T_y}}. \quad (4.145)$$

Для электромагнитного момента решение дифференциального уравнения (4.94) имеет аналогичный вид

$$M = e^{-\xi t} (C_2 e^{\nu t} + D_2 e^{-\nu t}) + M_c - M_{k2} e^{-\frac{t}{T_y}}, \quad (4.146)$$

где C_2 и D_2 – постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий (4.59):

$$C_2 = \frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{2}; \quad D_2 = \frac{M_1}{2} - \frac{M_2}{2}. \quad (4.147)$$

Подстановка (4.147) в (4.146) позволяет найти уравнение для электромагнитного момента

$$M = e^{-\xi t} (M_1 \operatorname{ch} \nu t + M_2 \operatorname{sh} \nu t) + M_c - M_{k2} e^{-\frac{t}{T_y}}. \quad (4.148)$$

При $t' = t'_0 = t_0 - t_s$ имеем:

$$\omega(t'_0) = \omega'_{\text{нач}} = e^{-\xi t'_0} (\omega_1 \operatorname{ch} \nu t'_0 + \frac{\varepsilon_1}{\nu} \operatorname{sh} \nu t'_0) + \omega_c, \quad (4.149)$$

$$M(t'_0) = M'_{\text{нач}} = e^{-\xi t'_0} (M_1 \operatorname{ch} \nu t'_0 + M_2 \operatorname{sh} \nu t'_0) + M_c, \quad (4.150)$$

$$\frac{d\omega}{dt'} \Big|_{t'=t'_0} = \frac{d\omega}{dt''} \Big|_{t''=0} = \varepsilon'_{\text{нач}} = \frac{M'_{\text{нач}} - M_c}{J}, \quad (4.151)$$

$$\frac{dM}{dt'} \Big|_{t'=t'_0} = \frac{dM}{dt''} \Big|_{t''=0} = \frac{\beta \Delta \omega'_{\text{нач}} - M'_{\text{нач}}}{T_s}, \quad (4.152)$$

$$\Delta \omega'_{\text{нач}} = \omega_{0\text{кон}} - \omega'_{\text{нач}}.$$

На временном интервале

$$0 \leq t'' = t - t_0 \leq 10T_3$$

угловая скорость и электромагнитный момент двигателя изменяются в соответствии с выражениями:

$$\omega(t'') = \omega_c + e^{-\xi t''} \left[(\omega'_{\text{нач}} - \omega_c) \sin vt'' + \frac{\xi(\omega'_{\text{нач}} - \omega_c) + \varepsilon'_{\text{нач}}}{v} \sin vt'' \right], \quad (4.153)$$

$$\begin{aligned} M(t'') = M_c + e^{-\xi t''} \left\{ (M'_{\text{нач}} - M_c) \sin vt'' + \right. \\ \left. + \left[\frac{\xi(M'_{\text{нач}} - M_c)}{v} + \frac{\beta \Delta \omega'_{\text{нач}} - M'_{\text{нач}}}{v T_3} \right] \sin vt'' \right\}. \end{aligned} \quad (4.154)$$

Для случая кратных корней (4.48) характеристического уравнения (4.40), когда $m = 4$, решение дифференциального уравнения (4.93) для скорости записываем в виде

$$\omega = e^{-\xi t} (A_3 + B_3 t) + \omega_c + \Delta \omega_1 e^{-\frac{t}{T_y}}, \quad (4.155)$$

где A_3 и B_3 – постоянные интегрирования, определяем на основании (4.54):

$$A_3 = \omega_{\text{нач}} - \omega_c - \Delta \omega_1, \quad (4.156)$$

$$B_3 = \varepsilon_{\text{нач}} + \xi A_3 + \frac{\Delta \omega_1}{T_y}. \quad (4.157)$$

В результате получаем уравнение скорости

$$\omega = e^{-\xi t} (\omega_1 + \varepsilon_1 t) + \omega_c + \Delta \omega_1 e^{-\frac{t}{T_y}}. \quad (4.158)$$

Решение дифференциального уравнения (4.94) ищем в виде

$$M = e^{-\xi t} (C_3 + D_3 t) + M_c - M_{k2} e^{-\frac{t}{T_y}}. \quad (4.159)$$

Постоянные интегрирования C_3 и D_3 определяем на основании (4.59) и, подставляя их значения в (4.159), получаем уравнение электромагнитного момента

$$\begin{aligned} M = M_c - M_{k2} e^{-\frac{t}{T_y}} + \\ + e^{-\xi t} \left\{ M_1 + \left[\frac{\beta \Delta \omega_{\text{нач}} - M_{\text{нач}}}{T_3} + \xi M_1 - \frac{M_{k2}}{T_y} \right] \cdot t \right\}. \end{aligned} \quad (4.160)$$

При $t' = t'_0 = t_0 - t_s$ имеем:

$$\omega(t'_0) = \omega'_{\text{нач}} = \omega_c + e^{-\xi t'_0} (\omega_1 + \varepsilon_1 t'_0), \quad (4.161)$$

$$\begin{aligned} M(t'_0) &= M'_{\text{нач}} = M_c + \\ &+ e^{-\xi t'_0} \left\{ M_1 + \left[\frac{\beta \Delta \omega_{\text{нач}} - M_{\text{нач}}}{T_s} + \xi M_1 - \frac{M_{k2}}{T_y} \right] \cdot t'_0 \right\}. \end{aligned} \quad (4.162)$$

На временном интервале

$$0 \leq t'' \leq t - t_0 \leq 10T_s$$

начальные условия имеют вид:

$$\varepsilon'_{\text{нач}} = \frac{d\omega}{dt''} \Big|_{t''=0} = \frac{M'_{\text{нач}} - M_c}{J}; \quad \omega'_{\text{нач}} = \omega(t'_0); \quad (4.163)$$

$$\frac{dM}{dt''} \Big|_{t''=0} = \frac{\beta \Delta \omega'_{\text{нач}} - M'_{\text{нач}}}{T_s}; \quad M'_{\text{нач}} = M(t'_0), \quad (4.164)$$

где

$$\Delta \omega'_{\text{нач}} = \omega_{0\text{кон}} - \omega'_{\text{нач}}.$$

Угловая скорость и электромагнитный момент на этом интервале рассчитываются по уравнениям:

$$\omega(t'') = \omega_c + e^{-\xi t''} \{ \omega'_{\text{нач}} - \omega_c + [\xi(\omega'_{\text{нач}} - \omega_c) + \varepsilon'_{\text{нач}}] \cdot t'' \}, \quad (4.165)$$

$$\begin{aligned} M(t'') &= M_c + e^{-\xi t''} \{ M'_{\text{нач}} - M_c + \\ &+ \left[\xi(M'_{\text{нач}} - M_c) + \frac{\beta \Delta \omega'_{\text{нач}} - M'_{\text{нач}}}{T_s} \right] \cdot t'' \}. \end{aligned} \quad (4.166)$$

4.4. Электромеханические переходные процессы электропривода при S-образном изменении частоты и постоянном статическом моменте

Исходными уравнениями для анализа данного вида переходных процессов являются:

$$\left. \begin{aligned} \omega_0(t) &= \omega_{0\text{ нач}} + \varepsilon_0 t - q \sin \Omega t, \\ T_s \frac{dM}{dt} + M &= \beta [\omega_0(t) - \omega], \\ M - M_c &= J \frac{d\omega}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (4.167)$$

где

$$\Omega = \frac{2\pi}{t_0}, \quad (4.168)$$

$$q = \frac{\varepsilon_0}{\Omega}, \quad (4.169)$$

t_0 – заданное время изменения частоты (скорости идеального холостого хода) в переходном процессе;

ε_0 – заданное угловое ускорение, определяемое по (4.32).

На основании (4.167) получаем дифференциальное уравнение

$$T_s T_m \frac{d^2 \omega}{dt^2} + T_m \frac{d\omega}{dt} + \omega = \omega_{0\text{ нач}} + \varepsilon_0 t - q \sin \Omega t - \Delta \omega_c \quad (4.170)$$

относительно угловой скорости ω электродвигателя, где постоянная времени T_s определяется по (4.33), постоянная времени T_m – по (4.39), а статическое падение скорости $\Delta \omega_c$ – по (4.37).

Понятно, что уравнения, описывающие переходный процесс, будут зависеть от вида корней характеристического уравнения (4.40). Здесь мы рассмотрим наиболее интересный и важный случай, соответствующий комплексно-сопряженным корням (4.44). В этом случае общее решение ω' соответствующего однородного уравнения имеет вид (4.96). Учитывая правую часть уравнения (4.170), частное решение будем искать в виде

$$\omega'' = d + b + D \sin \Omega t + F \cos \Omega t. \quad (4.171)$$

Подставив (4.171) в левую часть дифференциального уравнения (4.170), находим неопределенные коэффициенты d, b, D, F , а затем представляем частное решение в такой форме:

$$\omega'' = \omega_{0\text{ нач}} - \Delta \omega_c - \omega_{дин.0} + \varepsilon_0 t - \omega_N \sin(\Omega t - \varphi_7), \quad (4.172)$$

где

$$\omega_N = \frac{q}{\sqrt{R}}, \quad (4.173)$$

$$R = (1 - mx^2)^2 + (mx)^2, \quad (4.174)$$

$$x = \Omega T_3, \quad (4.175)$$

$$\varphi_7 = \operatorname{arctg} \left(\frac{mx}{1 - mx^2} \right), \quad (4.176)$$

m – отношение постоянных времени, определяемое по (4.43);

$\Delta\omega_{\text{дин.} 0}$ – динамическое падение скорости, определяемое по (4.53).

Решение неоднородного дифференциального уравнения (4.170) представляется как сумма

$$\begin{aligned} \omega = \omega' + \omega'' = e^{-\xi t} (A e^{j\Omega_p t} + B e^{-j\Omega_p t}) + \\ + \omega_{0\text{ нач}} - \Delta\omega_c - \Delta\omega_{\text{дин.} 0} + \varepsilon_0 t - \omega_N \sin(\Omega t - \varphi_7). \end{aligned} \quad (4.177)$$

Постоянные интегрирования A и B находим из начальных условий (4.54), использование которых в (4.177) позволяет определить:

$$\begin{aligned} A = \frac{\Delta\omega_\Sigma - \omega_N \sin \varphi_7}{2} + \\ + \frac{1}{2j} \cdot \frac{\varepsilon_{\text{ нач}} - \varepsilon_0 + \xi(\Delta\omega_\Sigma - \omega_N \sin \varphi_7) + \omega_N \Omega \cos \varphi_7}{\Omega_p}, \end{aligned} \quad (4.178)$$

$$\begin{aligned} B = \frac{\Delta\omega_\Sigma - \omega_N \sin \varphi_7}{2} - \\ - \frac{1}{2j} \cdot \frac{\varepsilon_{\text{ нач}} - \varepsilon_0 + \xi(\Delta\omega_\Sigma - \omega_N \sin \varphi_7) + \omega_N \Omega \cos \varphi_7}{\Omega_p}, \end{aligned} \quad (4.179)$$

где

$$\Delta\omega_\Sigma = \Delta\omega_c + \Delta\omega_{\text{дин.} 0} - \Delta\omega_{\text{ нач}}, \quad (4.180)$$

$$\Delta\omega_{\text{ нач}} = \omega_{0\text{ нач}} - \omega_{\text{ нач}}, \quad (4.181)$$

$\omega_{\text{ нач}}$ – начальная угловая скорость двигателя;

$j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

При подстановке выражений (4.178), (4.179) в (4.177) и необходимых преобразованиях получаем уравнение скорости двигателя в переходном процессе электропривода с S -образным управляющим воздействием на временном интервале $0 \leq t \leq t_0$:

$$\omega = \omega_{\text{нач}} - \Delta\omega_c - \Delta\omega_{\text{дин.0}} + \varepsilon_0 t - \omega_N \sin(\Omega t - \varphi_7) + \\ + \omega_m e^{-\xi t} \sin(\Omega_p t + \varphi_8), \quad (4.182)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \omega_m &= \sqrt{V_1^2 + W_1^2}; \quad W_1 = \Delta\omega_\Sigma - \omega_N \sin \varphi_7, \\ V_1 &= \frac{\xi W_1 + \omega_N \Omega \cos \varphi_7 - \varepsilon_0 + \omega_{\text{нач}}}{\Omega_p}, \end{aligned} \right\} \quad (4.183)$$

$$\varphi_8 = \arctg \left(\frac{W_1}{V_1} \right). \quad (4.184)$$

Из исходных уравнений (4.167) можно получить дифференциальное уравнение для электромагнитного момента двигателя:

$$T_g T_M \frac{d^2 M}{dt^2} + T_M \frac{dM}{dt} + M = M_c + M_{\text{дин.0}} (1 - \cos \Omega t), \quad (4.185)$$

где $M_{\text{дин.0}}$ – заданное значение динамического момента, определяемое по (4.38).

Записываем общее решение соответствующего однородного уравнения

$$M' = e^{-\xi t} (C e^{j\Omega_p t} + D e^{-j\Omega_p t}) \quad (4.186)$$

и частное решение неоднородного уравнения (4.185)

$$M'' = K + P \sin \Omega t + Q \cos \Omega t, \quad (4.187)$$

где C и D – постоянные интегрирования,

K, P, Q – неопределенные коэффициенты, которые находятся для частного решения из (4.185):

$$\left. \begin{aligned} K &= M_c + M_{\text{дин.0}}, \quad P = Q \frac{mx}{1 - mx^2}, \\ Q &= -M_{\text{дин.0}} \frac{1 - mx^2}{(1 - mx^2)^2 + (mx)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4.188)$$

Подставив (4.188) в (4.187), после преобразований получим в окончательном виде частное решение дифференциального уравнения (4.185):

$$M'' = M_c + M_{\text{дин.0}} - \frac{M_{\text{дин.0}}}{\sqrt{(1 - mx^2)^2 + (mx)^2}} \sin(\Omega t + \varphi_9), \quad (4.189)$$

где

$$\varphi_9 = \operatorname{arctg} \left(\frac{1 - mx^2}{mx} \right) \quad (4.190)$$

Теперь можем записать общее решение неоднородного дифференциального уравнения (4.185)

$$M = e^{-\xi t} (Ce^{j\Omega_p t} + De^{-j\Omega_p t}) + M_c + \\ + M_{\text{дин.} 0} - \frac{M_{\text{дин.} 0}}{\sqrt{(1 - mx^2)^2 + (mx)^2}} \sin(\Omega t + \varphi_9), \quad (4.191)$$

в котором постоянные интегрирования C и D находятся из начальных условий (4.59):

$$C = \frac{W_2}{2} + \frac{V_2}{2j}, \quad (4.192)$$

$$D = \frac{W_2}{2} - \frac{V_2}{2j}, \quad (4.193)$$

где

$$W_2 = M_{\Sigma} + M_1 \sin \varphi_9,$$

$$M_{\Sigma} = M_{\text{нач}} - M_c - M_{\text{дин.} 0},$$

$$M_1 = \frac{M_{\text{дин.} 0}}{\sqrt{R}},$$

$$V_2 = \frac{1}{\Omega_p} \left(\xi W_2 + M_1 \Omega \cos \varphi_9 + \frac{\beta \Delta \omega_{\text{нач}} - M_{\text{нач}}}{T_0} \right).$$

При подстановке (4.192) и (4.193) в (4.191) получаем уравнение для электромагнитного момента двигателя в переходном процессе электропривода с S -образным управляемым воздействием на временном интервале $0 \leq t \leq t_0$:

$$M = M_c + M_{\text{дин.} 0} - M_1 \sin(\Omega t + \varphi_9) + \\ + M_{\sim m} e^{-\xi t} \sin(\Omega_p t + \varphi_{10}), \quad (4.194)$$

где

$$M_{\sim m} = \sqrt{V_2^2 + W_2^2}, \quad \varphi_{10} = \operatorname{arctg} \left(\frac{W_2}{V_2} \right). \quad (4.195)$$

При разгоне электропривода с реактивным статическим моментом будет задержка движения, пока $M < M_c$. На временном интервале $0 \leq t \leq t_s$, скорость равна нулю, а электромагнитный момент двигателя определяется дифференциальным уравнением

$$T_3 \frac{dM}{dt} + M = \beta \omega_0(t). \quad (4.196)$$

Принимая $\omega_{0\text{ нач}} = 0$, на основании (4.167) получаем

$$T_3 \frac{dM}{dt} + M = \beta \varepsilon_0 t - \frac{\beta \varepsilon_0}{\Omega} \sin \Omega t. \quad (4.197)$$

Частное решение неоднородного дифференциального уравнения (4.197) ищем в виде

$$M'' = A_1 + B_1 t + C_1 \cos \Omega t + D_1 \sin \Omega t. \quad (4.198)$$

Подставив (4.198) в (4.197), найдем неопределенные коэффициенты:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= -\beta \varepsilon_0 T_3; \quad B_1 = \beta \varepsilon_0; \\ C_1 &= \frac{\beta \varepsilon_0 x}{(1+x^2)\Omega}; \quad D_1 = \frac{-\beta \varepsilon_0 x}{(1+x^2)\Omega}. \end{aligned} \right\} \quad (4.199)$$

После этого получаем частное решение в виде

$$M'' = \beta \left[\varepsilon_0 t - qx - \frac{q}{\sqrt{1+x^2}} \sin(\Omega t - \arctgx) \right]. \quad (4.200)$$

Решение (4.197) будет состоять из общего решения соответствующего однородного уравнения и частного решения, т. е.

$$M = K_1 e^{-\frac{t}{T_3}} + M''. \quad (4.201)$$

Постоянную интегрирования K_1 находим из начального условия для электромагнитного момента двигателя: при $t = 0, M = 0$:

$$K_1 = \frac{q \beta x^3}{1+x^2}, \quad (4.202)$$

что позволяет записать уравнение для электромагнитного момента двигателя на интервале $0 \leq t \leq t_s$, когда $\omega = 0$:

$$M = \frac{q \beta x^3}{1+x^2} e^{-\frac{t}{T_3}} + \beta \left[\varepsilon_0 t - qx - \frac{q}{\sqrt{1+x^2}} \sin(\Omega t - \arctgx) \right]. \quad (4.203)$$

Из равенства $M = M_c$, т. е.

$$M_c = \frac{q\beta x^3}{1+x^2} e^{-\frac{t_3}{T_3}} + \beta \left[\varepsilon_0 t_3 - qx - \frac{q}{\sqrt{1+x^2}} \sin(\Omega t_3 - \arctgx) \right] \quad (4.204)$$

можно численными методами определить время t_3 задержки движения. Для практических целей расчета получим приближенную формулу для t_3 .

С этой целью представим:

$$e^{-\frac{t_3}{T_3}} \approx 1 - \frac{t_3}{T_3} + \frac{t_3^2}{2T_3^2}, \quad (4.205)$$

$$\sin(\Omega t_3 - \arctgx) = \frac{\Omega t_3 - x}{\sqrt{1+x^2}}. \quad (4.206)$$

Подставляя (4.205) и (4.206) в (4.204), после преобразований находим

$$t_3 \geq \sqrt{\frac{\Delta\omega_c \cdot 1+x^2}{\xi\varepsilon_0 \cdot x^2}}. \quad (4.207)$$

После t_3 , т. е. на интервале времени $0 \leq t' = t - t_3 \leq t'_0 = t_0 - t_3$ движение электропривода будет определяться уравнениями (4.182) и (4.194), в которые следует подставлять время t' .

После окончания S-образного задания частоты (синхронной скорости) в переходном процессе, т. е. при $t > t_0$ будет происходить электромеханический переходный процесс электропривода при $\omega_0 = \omega_{0\text{кон}}$ и ненулевых начальных условиях:

$$\left. \begin{array}{l} \omega'_{\text{нач}} = \omega(t'_0), \\ M'_{\text{нач}} = M(t'_0), \end{array} \right\} \quad (4.208)$$

где $\omega(t'_0)$ – значение скорости, определяемое по (4.182) при $t' = t'_0 = t_0 - t_3$,

$M(t'_0)$ – значение электромагнитного момента двигателя, определяемое по (4.194) при $t = t'_0$.

Длительность этого промежутка времени можно оценить величиной $0 \leq t'' = t - t_0 \leq 10T_3$.

Используя изложенную выше методику, можно для этого промежутка времени получить уравнения скорости

$$\omega(t'') = \omega_c + \omega_{m_1} e^{-\xi t''} \sin(\Omega_p t'' + \phi_{11}) \quad (4.209)$$

и электромагнитного момента

$$M(t'') = M_c + M_{\sim m_1} e^{-\xi t''} \sin(\Omega_p t'' + \varphi_{12}), \quad (4.210)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \omega_{\sim m_1} &= (\omega'_{\text{нач}} - \omega_c) D_1; \quad D_1 = \sqrt{1 + \left[\frac{\xi}{\Omega_p} + \frac{\varepsilon'_{\text{нач}}}{\Omega_p (\omega'_{\text{нач}} - \omega_c)} \right]^2}; \\ \varphi_{11} &= \arctg \left[\frac{\xi}{\Omega_p} + \frac{\varepsilon'_{\text{нач}}}{\Omega_p (\omega'_{\text{нач}} - \omega_c)} \right]^{-1}; \\ M_{\sim m_1} &= (M'_{\text{нач}} - M_c) G_1; \\ G_1 &= \sqrt{1 + \left[\frac{\xi}{\Omega_p} + \frac{\beta \Delta \omega'_{\text{нач}} - M'_{\text{нач}}}{(M'_{\text{нач}} - M_c) \Omega_p T_s} \right]^2}; \\ \varphi_{12} &= \arctg \left[\frac{\xi}{\Omega_p} + \frac{\beta \Delta \omega'_{\text{нач}} - M'_{\text{нач}}}{(M'_{\text{нач}} - M_c) \Omega_p T_s} \right]^{-1}; \\ \varepsilon'_{\text{нач}} &= \frac{M'_{\text{нач}} - M_c}{J}; \quad \Delta \omega'_{\text{нач}} = \omega_{\text{кон}} - \omega'_{\text{нач}}. \end{aligned} \right\} \quad (4.211)$$

На рис. 4.8 и 4.9 приведены расчетные кривые угловой скорости и электромагнитного момента асинхронного двигателя типа 4A315S4У3, управляемого по закону частотного управления $\Psi_1 = \text{const}$, при пуске и торможении конвейера и S-образном задании частоты в переходном процессе.

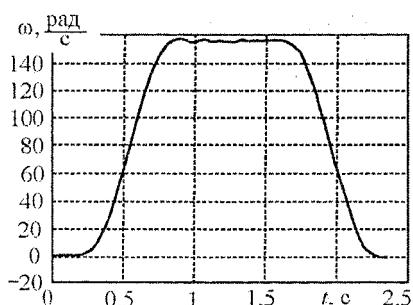


Рис. 4.8. Угловая скорость АД при S-образном управляющем воздействии

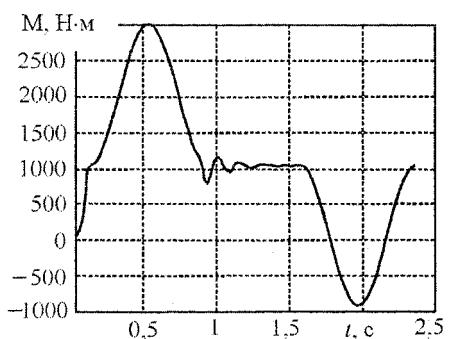


Рис. 4.9. Электромагнитный момент АД при S-образном управляющем воздействии

4.5. Электромеханические переходные процессы электропривода при U -образном (параболическом) изменении частоты и постоянном статическом моменте

При данном управляемом воздействии имеем следующую систему исходных уравнений:

$$\left. \begin{array}{l} \omega_0(t) = \omega_{0\text{ нач}} + kt^2, \\ T_e \frac{dM}{dt} + M = \beta[\omega_0(t) - \omega], \\ M - M_c = J \frac{d\omega}{dt}, \end{array} \right\} \quad (4.212)$$

где k – коэффициент, определяемый допустимым ускорением $\varepsilon_{\text{доп}}$ в конце t_0 плавного задания частоты (скорости вращения магнитного поля АД), когда достигается конечное значение частоты $f_{\text{кон}}$ и, следовательно, угловой скорости $\omega_{0\text{ кон}}$:

$$k = \frac{\varepsilon_{\text{доп}}}{2t_0}, \quad (4.213)$$

$$t_0 = \frac{2(\omega_{0\text{ кон}} - \omega_{0\text{ нач}})}{\varepsilon_{\text{доп}}}. \quad (4.214)$$

Если принять $\varepsilon_{\text{доп}} = \varepsilon_0$, то при параболическом задании скорости $\omega_0(t)$ длительность переходного процесса возрастает в два раза по сравнению с линейным заданием $\omega_0(t)$. Как преимущество данного вида управляемого воздействия, имеем нулевое заданное начальное ускорение, что характеризует плавное начало переходного процесса. Из системы уравнений (4.212) можно получить дифференциальное уравнение для угловой скорости

$$T_e T_m \frac{d^2\omega}{dt^2} + T_m \frac{d\omega}{dt} + \omega = \omega_{0\text{ нач}} - \Delta\omega + kt^2 \quad (4.215)$$

и электромагнитного момента

$$T_e T_m \frac{d^2M}{dt^2} + T_m \frac{dM}{dt} + M = M_c + M_{\text{доп}} \frac{t}{t_0} \quad (4.216)$$

электродвигателя, где

$$M_{\text{доп}} = J\varepsilon_{\text{доп}}, \quad (4.217)$$

$\Delta\omega_c$ – статическое падение скорости, определяемое по (4.37).

Как и в предыдущих случаях, решение неоднородного дифференциального уравнения (4.125) можно записать в виде суммы

$$\omega = \omega' + \omega'', \quad (4.218)$$

где общее решение для соответствующего однородного уравнения при комплексно-сопряженных корнях (4.44) характеристического уравнения (4.40) имеет вид

$$\omega' = e^{-\xi t} (A_1 e^{j\Omega_p t} + B_1 e^{-j\Omega_p t}), \quad (4.219)$$

а частное решение неоднородного дифференциального уравнения (4.125) представляется выражением

$$\omega'' = \omega_{0 \text{ нач}} - \Delta\omega_c + 2kT_m(T_m - T_s) - 2kT_m t + kt^2. \quad (4.220)$$

Подставляя (4.219) и (4.220) в (4.218) и используя начальные условия (4.54), находим постоянные интегрирования

$$A_1 = \frac{1}{2} [\Delta\omega_c - \Delta\omega_{\text{нач}} - 2kT_m(T_m - T_s)] + \\ + \frac{1}{2j} \left\{ \frac{\varepsilon_{\text{нач}} + \xi(\Delta\omega_c - \Delta\omega_{\text{нач}}) - 2kT_m[\xi(T_m - T_s) - 1]}{\Omega_p} \right\}, \quad (4.221)$$

$$B_1 = \frac{1}{2} [\Delta\omega_c - \Delta\omega_{\text{нач}} - 2kT_m(T_m - T_s)] - \\ - \frac{1}{2j} \left\{ \frac{\varepsilon_{\text{нач}} + \xi(\Delta\omega_c - \Delta\omega_{\text{нач}}) - 2kT_m[\xi(T_m - T_s) - 1]}{\Omega_p} \right\}, \quad (4.222)$$

подстановка которых в (4.218) приводит к окончательному виду уравнения скорости в переходном процессе:

$$\omega = \omega_{0 \text{ нач}} - \Delta\omega_c - 2kT_m(T_m - T_s) - 2kT_m \cdot t + kt^2 + \\ + \omega_{-m2} e^{-\xi t} \sin(\Omega_p t + \varphi_{13}), \quad (4.223)$$

где

$$\omega_{-m2} = \sqrt{V_3^2 + W_3^2}; \quad \varphi_{13} = \arctg \left(\frac{W_3}{V_3} \right); \quad V_3 = \Delta\omega_c - \Delta\omega_{\text{нач}} - 2kT_m(T_m - T_s), \\ \left. \begin{aligned} W_3 = & \varepsilon_{\text{нач}} + \xi(\Delta\omega_c - \Delta\omega_{\text{нач}}) - 2kT_m[\xi(T_m - T_s) - 1] \end{aligned} \right\} \quad (4.224)$$

$$V_3 = \frac{1}{\Omega_p} \left\{ \varepsilon_{\text{нач}} + \xi(\Delta\omega_c - \Delta\omega_{\text{нач}}) - 2kT_m[\xi(T_m - T_s) - 1] \right\}$$

Если переходный процесс начинается с установившегося состояния, то $\Delta\omega_c = \Delta\omega_{\text{нач}}$ и

$$\left. \begin{aligned} V_3 &= \frac{1}{\Omega_p} \left\{ \xi_{\text{нач}} - 2kT_m [\xi(T_m - T_3) - 1] \right\}, \\ W_3 &= -2kT_m (T_m - T_3). \end{aligned} \right\} \quad (4.225)$$

Дифференциальное уравнение (4.216) для комплексно-сопряженных корней имеет решение:

$$M = e^{-\xi t} (C_1 e^{j\Omega_p t} + D_1 e^{-j\Omega_p t}) + M_c - M_{\text{доп}} \frac{T_m}{t_0} + \frac{M_{\text{доп}}}{t_0} \cdot t, \quad (4.226)$$

где постоянные интегрирования C_1 и D_1 определяются из начальных условий (4.59):

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{2} \left(M_{\text{нач}} - M_c + M_{\text{доп}} \frac{T_m}{t_0} \right) + \\ &+ \frac{1}{2j} \left[\frac{\beta \Delta\omega_{\text{нач}} - M_{\text{нач}}}{T_3 \Omega_p} + \frac{\xi}{\Omega_p} \left(M_{\text{нач}} - M_c + M_{\text{доп}} \frac{T_m}{t_0} \right) - \frac{M_{\text{доп}}}{t_0 \Omega_p} \right], \end{aligned} \quad (4.227)$$

$$\begin{aligned} D_1 &= \frac{1}{2} \left(M_{\text{нач}} - M_c + M_{\text{доп}} \frac{T_m}{t_0} \right) - \\ &- \frac{1}{2j} \left[\frac{\beta \Delta\omega_{\text{нач}} - M_{\text{нач}}}{T_3 \Omega_p} + \frac{\xi}{\Omega_p} \left(M_{\text{нач}} - M_c + M_{\text{доп}} \frac{T_m}{t_0} \right) - \frac{M_{\text{доп}}}{t_0 \Omega_p} \right]. \end{aligned} \quad (4.228)$$

При подстановке (4.227) и (4.228) в (4.226) и необходимых преобразованиях получаем уравнение для электромагнитного момента двигателя в переходном процессе:

$$M = M_c - M_{\text{доп}} \frac{T_m}{t_0} + \frac{M_{\text{доп}}}{t_0} \cdot t + M_{\sim m2} e^{-\xi t} \sin(\Omega_p t + \varphi_{14}), \quad (4.229)$$

где

$$\left. \begin{aligned} M_{\sim m2} &= \sqrt{V_4^2 + W_4^2}; \quad \varphi_{14} = \arctg(W_4/V_4), \\ V_4 &= \frac{\beta \Delta\omega_{\text{нач}} - M_{\text{нач}}}{T_3 \Omega_p} + \frac{\xi}{\Omega_p} \left(M_{\text{нач}} - M_c + M_{\text{доп}} \frac{T_m}{t_0} \right) - \frac{M_{\text{доп}}}{t_0 \Omega_p}, \\ W_4 &= M_{\text{нач}} - M_c + M_{\text{доп}} (T_m / t_0). \end{aligned} \right\} \quad (4.230)$$

Если переходный процесс начинается с установившегося состояния, то $M_{\text{нач}} = M_c$, $\beta \Delta \omega_{\text{ нач}} = M_{\text{ нач}}$, что приводит к упрощению соотношений (4.230) и позволяет записать уравнение электромагнитного момента в виде

$$M = M_c - M_{\text{ доп}} \frac{T_m}{t_0} + \frac{M_{\text{ доп}}}{t_0} \cdot t + \frac{M_{\text{ доп}}}{\Omega_p t_0} e^{-\xi t} \sin \left[\Omega_p t + \arctg \left(\frac{\Omega_p T_m}{\xi T_m - 1} \right) \right]. \quad (4.231)$$

При действии реактивного статического момента на валу электродвигателя на интервале времени $0 \leq t \leq t_s$ возникает задержка движения, когда угловая скорость $\omega = 0$, а электромагнитный момент изменяется в соответствии с выражением

$$M = 2T_s^2 \beta k (1 - e^{-\frac{t}{T_s}}) - 2\beta k T_s t + \beta k t^2. \quad (4.232)$$

При $M = M_c$ из уравнения

$$M_c = 2T_s^2 \beta k (1 - e^{-\frac{t_s}{T_s}}) - 2\beta k T_s t_s + \beta k t_s^2 \quad (4.233)$$

численными методами можно найти время задержки t_s .

Для получения приближенной формулы раскладываем экспоненту в степенной ряд с двумя членами и находим, что

$$t_s \geq \sqrt{\frac{2t_0 \Delta \omega_c}{\varepsilon_{\text{ доп}}}}. \quad (4.234)$$

При $t > t_s$, т. е. при $0 \leq t' = t - t_s \leq t'_0 = t_0 - t_s$, скорость и момент двигателя вычисляются по уравнениям (4.223) и (4.229) при $t = t'$.

При $t = t_0$ плавное задание частоты достигает своего конечного значения, соответствующего конечному значению синхронной скорости, т. е. $\omega_0(t_0) = \omega_{0 \text{ кон}}$, однако, при этом значении управляющего воздействия скорость ротора

$$\omega'_{\text{ нач}} = \omega(t'_0)$$

и электромагнитный момент

$$M'_{\text{ нач}} = M(t'_0)$$

не принимают еще установившихся величин, что обусловливает электромеханический переходный процесс на временном интервале $0 \leq t'' = t - t_0 \leq 10 T_s$. Здесь скорость ротора и электромагнитный момент описываются уравнениями:

$$\begin{aligned} \omega(t'') &= \omega_c + e^{-\xi t''} \times \\ &\times \left[(\omega'_{\text{ нач}} - \omega_c) \cos \Omega_p t'' + \frac{\xi(\omega'_{\text{ нач}} - \omega_c) + \varepsilon'_{\text{ нач}}}{\Omega_p} \sin \Omega_p t'' \right], \end{aligned} \quad (4.235)$$

$$M(t'') = M_c + e^{-\xi t''} \left\{ (M'_{\text{нач}} - M_c) \cos \Omega_p t'' + \right. \\ \left. + \left[\frac{\xi(M'_{\text{нач}} - M_c)}{\Omega_p} + \frac{\beta \Delta \omega'_{\text{нач}} - M'_{\text{нач}}}{T_s \Omega_p} \right] \sin \Omega_p t'' \right\}, \quad (4.236)$$

где

$$\varepsilon'_{\text{нач}} = \frac{M'_{\text{нач}} - M_c}{J},$$

$$\Delta \omega'_{\text{нач}} = \omega_0 \text{кон} - \omega'_{\text{нач}}.$$

Для случая разных вещественных корней (4.46) характеристического уравнения (4.40) можно найти уравнение скорости

$$\omega = \omega_0 \text{ нач} - \Delta \omega_c + 2kT_m(T_m - T_s) - 2kT_m t' + kt'^2 + e^{-\xi t'} \times \\ \times \{ \Delta \omega_c - \Delta \omega_{\text{нач}} - 2kT_m(T_m - T_s) \} \text{ch} v t' + \\ + \frac{\varepsilon_{\text{нач}} + \xi(\Delta \omega_c - \Delta \omega_{\text{нач}}) - 2kT_m[\xi(T_m - T_s) - 1]}{v} \text{sh} v t' \} \quad (4.237)$$

и электромагнитного момента

$$M = M_c - M_{\text{доп}} \frac{T_m}{t_0} + \frac{M_{\text{доп}}}{t_0} \cdot t' + e^{-\xi t'} \times \\ \times \left\{ \left(M_{\text{нач}} - M_c + M_{\text{доп}} \frac{T_m}{t_0} \right) \text{ch} v t' + \right. \\ \left. + \left[\frac{\beta \Delta \omega_{\text{нач}} - M_{\text{нач}}}{T_s v} - \frac{M_{\text{доп}}}{t_0 v} + \frac{\xi}{v} \left(M_{\text{нач}} - M_c - M_{\text{доп}} \frac{T_m}{t_0} \right) \right] \text{sh} v t' \right\} \quad (4.238)$$

для переходного процесса электропривода на временном интервале $0 \leq t' = t - t_s \leq t'_0$, где t_s – время задержки движения.

При кратных корнях (4.48) характеристического уравнения (4.40) для временного интервала $0 \leq t' = t - t_s \leq t'_0$ можно получить следующие уравнения скорости

$$\omega = \omega_0 \text{ нач} - \Delta \omega_c + 2kT_m(T_m - T_s) - 2kT_m t' + kt'^2 + \\ + e^{-\xi t'} \{ \Delta \omega_c - \Delta \omega_{\text{нач}} - 2kT_m(T_m - T_s) + \\ + [\varepsilon_{\text{нач}} + \xi(\Delta \omega_c - \Delta \omega_{\text{нач}}) + 2kT_m[1 - \xi(T_m - T_s)]] \cdot t' \} \quad (4.239)$$

и электромагнитного момента

$$M = M_c - M_{\text{доп}} \frac{T_m}{t_0} + \frac{M_{\text{доп}}}{t_0} \cdot t' + e^{-\xi t'} \left\{ M_{\text{нач}} - M_c + M_{\text{доп}} \frac{T_m}{t_0} + \right. \\ \left. + \left[\frac{\beta \Delta \omega_{\text{нач}} - M_{\text{нач}}}{T_s} - \frac{M_{\text{доп}}}{t_0} + \xi \left(M_{\text{нач}} - M_c + M_{\text{доп}} \frac{T_m}{t_0} \right) \right] \cdot t' \right\}. \quad (4.240)$$

Если переходный процесс начинается с установившегося состояния, то

$$\Delta \omega_{\text{нач}} = \Delta \omega_c; \quad M_{\text{нач}} = M_c; \quad \beta \Delta \omega_{\text{нач}} = M_{\text{нач}}$$

и уравнения скорости и электромагнитного момента упрощаются:

$$\omega = \omega_{0\text{ нач}} - \Delta \omega_c + 2kT_m(T_s - T_m) - 2kT_m t' + k t'^2 + \\ + e^{-\xi t'} \{ 2kT_m(T_s - T_m) + [\varepsilon_{\text{нач}} + 2kT_m [1 - \xi(T_m - T_s)]] \cdot t' \}, \quad (4.241)$$

$$M = M_c - M_{\text{доп}} \frac{T_m}{t_0} + \frac{M_{\text{доп}}}{t_0} \cdot t' + e^{-\xi t'} M_{\text{доп}} \frac{T_m}{t_0} \left[1 + \frac{\xi T_m - 1}{T_m} \cdot t' \right]. \quad (4.242)$$

В качестве иллюстрации на рис. 4.10 и 4.11 приведены расчетные кривые скорости и электромагнитного момента асинхронного частотно-регулируемого электропривода ($\Psi_1 = \text{const}$) с АД типа 4А315С4У3 при U -образном управляемом воздействии.

4.6. Сопоставление переходных процессов

Анализируя электромеханические переходные процессы электропривода при главном управляемом воздействии, можно прийти к выводу, что электромагнитные процессы оказывают заметное влияние на общий характер переходного процесса электропривода, причем степень этого влияния зависит от вида управляющего воздействия и, естественно, от параметров электропривода. С точки зрения колебаний скорости наиболее благоприятным является S -образное управляющее воздействие, однако пики электромагнитного момента здесь больше (3-кратные от номинального), чем при линейном управляемом воздействии ($2,5 M_{\text{ном}}$). При экспоненциальном управляемом воздействии колебания скорости небольшие, но пики момента такие же, как и при параболическом управлении, хотя при экспоненциальном управлении пик момента (6-кратный от номинального) наблюдается в начале разгона, а при параболическом управлении – в конце разгона.

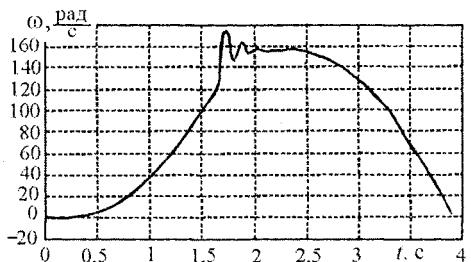


Рис. 4.10. Угловая скорость АД при U -образном управляемом воздействии

Можно видеть, что при таких параметрах электропривод характеризуется большой колебательностью и сделанное сопоставление отражает достаточно неблагоприятные условия работы разомкнутой по скорости системы электропривода со скалярным частотным управлением.

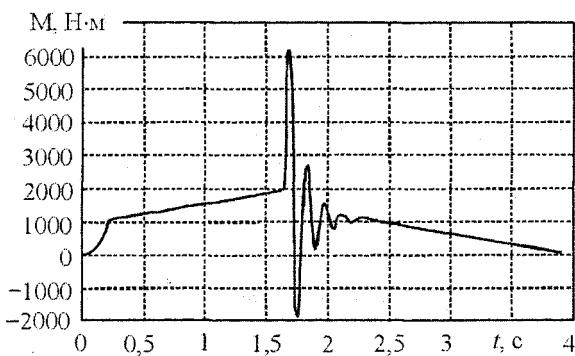


Рис. 4.11. Электромагнитный момент АД при U -образном управляемом воздействии

Полученные здесь уравнения скорости и электромагнитного момента электродвигателя при различных видах плавного изменения частоты в переходных процессах позволяют оценить все динамические свойства одномассовой системы электропривода без имитационного моделирования.

Проведенное рассмотрение переходных процессов электропривода показало возможность аналитического решения, когда механическая характеристика двигателя линейная (или может быть линеаризована в рабочем диапазоне), статический момент постоянный и дифференциальное уравнение не выше 140

Данное сопоставление характера переходных процессов сделано для частотно-регулируемого асинхронного электропривода при стабилизации потокосцепления статора ($\Psi_1 = \text{const}$), статическом моменте, равном номинальному моменту 1033 Н·м, коэффициенте инерции $K_J = 1,6$, отношению постоянных времени $m = T_m/T_s = 0,13$, логарифмическом декременте затухания $\lambda = 1,13$ и заданном (допустимом) ускорении $\varepsilon_0 = 196,35 \text{ рад}/\text{s}^2$.

второго порядка. При дифференциальном уравнении, описывающим переходный процесс, третьего и выше порядка, даже при линейной механической характеристике и постоянном статическом моменте, возникают большие трудности для аналитического рассмотрения переходного процесса. Это же относится и к случаям, когда динамический момент нелинейный.

Для рассмотрения таких переходных процессов применяется имитационное моделирование (симуляция), где используются математические модели электродвигателей, нагрузки (одно-, двух- и многомассовые модели) и системы управления электроприводом. При этом модели могут быть объектно-ориентированными с дифференциальными уравнениями, составленными в пространстве состояния переменных (в форме Коши) для выбранной системы координат, и необходимыми уравнениями связи. В этом случае для проведения компьютерного моделирования необходимо составлять свою программу на каком-либо языке высокого уровня. Преимущество такого подхода состоит в высоком быстродействии вычислительного эксперимента, а недостаток – в затруднительном изменении программы.

Второй подход состоит в использовании существующего прикладного программного обеспечения, например, Matlab/Simulink. В настоящее время это наиболее распространенный подход для анализа переходных процессов электропривода с конкретными параметрами, где можно учесть различные нелинейности, включая насыщение магнитной системы электрической машины.

Несмотря на наличие современных эффективных средств имитационного моделирования, разработка аналитических методов исследования переходных процессов электропривода не потеряла своего значения в связи с тем, что по мере усложнения моделей возникает проблема подтверждения правильности отображения моделью реальных процессов, происходящих в объекте. Физический эксперимент, результаты которого могли бы подтвердить или опровергнуть правильность работы модели, не всегда возможен или оправдан. И только аналитический, пусть даже приближенный, расчет может служить надежной опорой для идентификации результатов имитационного моделирования. Кроме того, аналитические методы позволяют получить обобщающие выводы, в то время, как при моделировании для получения достоверных выводов необходимо провести значительное количество численных экспериментов и всегда остается сомнение относительно объема взятых для экспериментов данных.

Так что имитационное моделирование не заменяет аналитические методы исследования переходных процессов, а служит хорошим дополнением к ним.

ГЛАВА 5. УСТАНОВИВШИЕСЯ И ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ ЧАСТОТНО-РЕГУЛИРУЕМОГО АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПРИ ПЕРЕМЕННОЙ ЧАСТОТЕ И ПОСТОЯННОЙ ВЕЛИЧИНЕ НАПРЯЖЕНИЯ

5.1. Установившиеся режимы

Современные системы частотного управления обычно предусматривают две зоны регулирования частоты (и, следовательно, скорости):

1) вниз от номинальной при соблюдении принятого закона частотного управления (стабилизация потокосцепления: статора Ψ_1 , взаимоиндукции Ψ_m ; ротора Ψ_2 или стабилизация абсолютного скольжения),

2) вверх от номинальной при неизменной величине напряжения на статоре $U_1 = U_{1\text{ном}}$ и $f_1 > f_{1\text{ном}}$.

Механические и электромеханические характеристики асинхронного двигателя, соответствующие первой зоне, рассмотрены в главе 3. Здесь мы рассмотрим характеристики и свойства АД при постоянной величине напряжения статора $U_1 = U_{1\text{ном}}$ и переменной частоте f_1 изменения этого напряжения в диапазоне частот $f_{1\text{ном}} \leq f_1 \leq f_{1\text{max}}$. При работе в этом диапазоне частот критический момент

$$M_{k,\alpha} = \frac{3U_{1\text{ном}}^2}{2\alpha\omega_{0\text{ном}} \left[R_1 + \sqrt{R_1^2 + (\alpha X_{k,\text{ном}})^2} \right]} \quad (5.1)$$

и абсолютное критическое скольжение

$$s_{a,k} = \frac{\alpha R'_2}{\sqrt{R_1^2 + (\alpha X_{k,\text{ном}})^2}} \quad (5.2)$$

являются функциями относительной частоты

$$\alpha = \frac{f_1}{f_{1\text{ nom}}} = \frac{\omega_0}{\omega_{0\text{ nom}}}, \quad (5.3)$$

где

$$X_{\kappa\text{ кон}} = 2\pi f_{1\text{ nom}} L_{\sigma\kappa}, \quad (5.4)$$

$$L_{\sigma\kappa} = L_{1\sigma} + L_{2\sigma}, \quad (5.5)$$

$$\omega_{0\text{ nom}} = \frac{2\pi f_{1\text{ nom}}}{P_n} \quad (5.6)$$

$\omega_{0\text{ nom}}$ – синхронная скорость АД при номинальной частоте $f_{1\text{ nom}}$,

$L_{1\sigma}$, $L_{2\sigma}$ – индуктивности рассеяния фаз статора и ротора,

$L_{\sigma\kappa}$ – индуктивность короткого замыкания АД,

$X_{\kappa\text{ nom}}$ – индуктивное сопротивление короткого замыкания при номинальной частоте.

Механические характеристики АД в рассматриваемом частотном диапазоне выражаются параметрическим уравнением [15]

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{2M_{\kappa a}(1+as_{a\kappa})}{\frac{s_a}{s_{a\kappa}} + \frac{s_{a\kappa}}{s_a} + 2as_{a\kappa}}, \\ \omega &= \omega_{0\text{ nom}}(\alpha - s_a), \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

которое после введения относительных безразмерных величин

$$v = \frac{\omega}{\omega_{0\text{ nom}}}; \quad \mu = \frac{M}{M_{\text{nom}}}; \quad \frac{M_{\kappa a}}{M_{\text{nom}}} = \lambda_{m a} \quad (5.8)$$

преобразуется к виду

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{2\lambda_{m a}(1+as_{a\kappa})}{\frac{s_a}{s_{a\kappa}} + \frac{s_{a\kappa}}{s_a} + 2as_{a\kappa}}, \\ v &= (\alpha - s_a), \end{aligned} \right\} \quad (5.9)$$

где

$$s_a = \alpha s_a = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_{0\text{ nom}}} = \frac{\Delta\omega}{\omega_{0\text{ nom}}} \quad (5.10)$$

является абсолютным скольжением.

На рис. 5.1 показаны механические характеристики асинхронного двигателя типа АИР132М4, рассчитанные по (5.9) при $1 \leq \alpha \leq 2$. По этим кривым можно видеть сложную зависимость критического момента двигателя от частоты. При этом ток ротора

$$I'_2 = \frac{U_{1\text{ном}}}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{\alpha R'_2}{s_a}\right)^2 + (\alpha X_{k\text{ном}})^2}} \quad (5.11)$$

и ток статора

$$I_1 = \frac{U_{1\text{ном}}}{\alpha Z'_{AD}} \quad (5.12)$$

асинхронного двигателя также зависят от частоты и абсолютного скольжения. Величина Z'_{AD} в (5.12) вычисляется по (3.47).

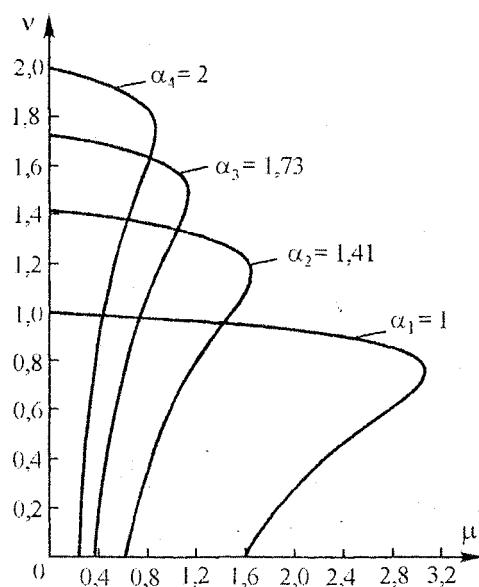


Рис. 5.1. Механические характеристики АД типа АИР132М4 при $U_1 = 220$ В и $\alpha = f_1/f_{1\text{ном}} \geq 1$

Для асинхронных двигателей средней и большой мощности во втором частотном диапазоне можно принять $R_1 = 0$ по сравнению с индуктивными сопротивлениями, которые пропорциональны частоте. В этом случае на основании (5.1) и (5.2) получаем, что критический момент АД будет изменяться обратно пропорционально квадрату относительной частоты α

$$M_{k,\alpha} = \frac{3U_{1\text{ном}}^2}{2\omega_{0\text{ном}} \cdot X_{k\text{ном}} \alpha^2} = \frac{M_{k\text{ном}}}{\alpha^2}, \quad (5.13)$$

а абсолютное критическое скольжение будет постоянным:

$$s_{a,k} = \frac{\alpha R'_2}{\alpha X_{k\text{ном}}} = \frac{\alpha s_{k\text{ном}}}{\alpha} = s_{k\text{ном}}, \quad (5.14)$$

где

$$M_{k, \text{ном}} = \frac{3U_{1, \text{ном}}^2}{2\omega_{0, \text{ном}} \cdot X_{k, \text{ном}}}, \quad (5.15)$$

$$s_{k, \text{ном}} = \frac{R'_2}{X_{k, \text{ном}}}, \quad (5.16)$$

$M_{k, \text{ном}}$, $s_{k, \text{ном}}$ – критический момент и критическое скольжение АД при номинальной частоте и $R_1 = 0$.

Параметрическое уравнение механических характеристик (5.9) преобразуется к виду:

$$\left. \begin{aligned} \mu &= \frac{2\lambda_m}{\left(\frac{s_a}{s_{a,k}} + \frac{s_{a,k}}{s_a} \right) \cdot \alpha^2}, \\ v &= \alpha - s_a, \end{aligned} \right\} \quad (5.17)$$

где

$$\lambda_m = \frac{M_{k, \text{ном}}}{M_{\text{ном}}}, \quad (5.18)$$

$M_{\text{ном}}$ – номинальный момент АД,

λ_m – перегрузочная способность двигателя при номинальной частоте и номинальном напряжении.

Электромеханические характеристики АД применительно к току статора I_1 можно также выразить в виде параметрического уравнения:

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{I_1}{I_{1, \text{ном}}} = \frac{R_{\text{ном}}}{\alpha \sqrt{R_{b,a}^2 + (X_{1, \text{ном}} + X_{b,a})^2}}, \\ v &= (\alpha - s_a), \end{aligned} \right\} \quad (5.19)$$

где

$$R_{\text{ном}} = \frac{U_{1, \text{ном}}}{I_{1, \text{ном}}}, \quad (5.20)$$

$I_{1, \text{ном}}$ – номинальный ток статора,

$R_{b,a}$, $X_{b,a}$ – внутренние сопротивления эквивалентной схемы АД (см. рис. 3.4), которые зависят от абсолютного скольжения s_a и вычисляются соответственно по (3.32) и (3.33),

$R_{\text{ном}}$ – номинальное сопротивление АД.

Механические характеристики (5.17) имеют жесткость

$$\beta^* = \frac{\partial \mu}{\partial v} = \frac{-\partial \mu}{\partial s_a} = -\frac{2\lambda_m s_{a,k}}{\alpha^2} \cdot \frac{s_{a,k}^2 - s_a^2}{(s_{a,k}^2 + s_a^2)^2}, \quad (5.21)$$

следовательно, при постоянном значении электромагнитного момента ($s_a = \text{const}$) модуль жесткости механических характеристик будет уменьшаться обратно пропорционально квадрату увеличения относительной частоты. Заметим, что при $R_1 = 0$ падение скорости $\Delta\omega_k$ при критическом скольжении $s_{a,k}$ будет одинаковым для всех механических характеристик:

$$\Delta\omega_k = s_{a,k}\omega_{0,\text{ном}} = \frac{R'_2}{X_{k,\text{ном}}} \omega_{0,\text{ном}} = \text{const}. \quad (5.22)$$

При $s_a \ll s_{a,k}$ механические характеристики (5.17) можно линеаризовать

$$\mu = \frac{2\lambda_m}{s_{a,k}\alpha^2} s_a = \frac{\beta_e^*}{\alpha^2} s_a, \quad (5.23)$$

где

$$\beta_e^* = \frac{2\lambda_m}{s_{a,k}}, \quad (5.24)$$

β_e^* – жесткость линеаризованной естественной механической характеристики, выраженной в безразмерных относительных величинах.

Выразив

$$s_a = \frac{\alpha^2 \mu}{\beta_e^*} \quad (5.25)$$

и подставив в

$$v = \alpha - s_a,$$

получим уравнение для линеаризованных механических характеристик, записанных в безразмерных величинах:

$$v = \alpha - \frac{\mu}{\beta_e^*} \alpha^2. \quad (5.26)$$

Эти механические характеристики в абсолютных величинах имеют вид:

$$\omega = \alpha\omega_{0,\text{ном}} - \frac{M}{\beta_e} \alpha^2, \quad (5.27)$$

где

$$\beta_e = \frac{2M_{k,\text{ном}}}{\omega_{0,\text{ном}} s_{k,\text{ном}}}, \quad (5.28)$$

β_e – модуль жесткости линеаризованной естественной механической характеристики АД.

При данном электромагнитном моменте M падение скорости

$$\Delta\omega = \frac{M}{\beta_e} \alpha^2 \quad (5.29)$$

возрастает в квадрате с увеличением относительной частоты α .

Изменение магнитного потока двигателя при $R_1 = 0$ можно оценить из равенства:

$$U_1 = U_{1\text{ном}} = E_s = C_1 f_1 \Phi_1 \quad (5.30)$$

откуда видно, что магнитный поток Φ_1 статора АД

$$\Phi_1 = \frac{U_{1\text{ном}}}{C_1 f_1} = \frac{f_{1\text{ном}}}{f_1} \cdot \frac{U_{1\text{ном}}}{C_1 f_{1\text{ном}}} = \frac{\Phi_{1\text{ном}}}{\alpha} \quad (5.31)$$

изменяется обратно пропорционально относительной частоте, где E_s – ЭДС, индукированная магнитным потоком статора Φ_1 , C_1 – коэффициент.

Допустимый по условиям нагрева момент АД в рассматриваемом частотном диапазоне определим из условия постоянства перегрузочной способности двигателя:

$$\lambda_m = \frac{M_{k\text{ном}}}{M_{\text{ном}}} = \frac{M_k}{M_{\text{доп}}}, \quad (5.32)$$

откуда

$$M_{\text{доп}} = \frac{M_k}{\lambda_m} = \frac{M_{k\text{ном}}}{\alpha^2} \cdot \frac{M_{\text{ном}}}{M_{k\text{ном}}} = \frac{M_{\text{ном}}}{\alpha^2}, \quad (5.33)$$

т. е. допустимый по условиям нагрева момент изменяется обратно пропорционально квадрату частоты в отличие от обратно пропорциональной зависимости для двигателя постоянного тока независимого возбуждения (ДПТ НВ), хотя магнитные потоки в АД и ДПТ НВ изменяются обратно пропорционально скорости идеального холостого хода.

5.2. Переходные процессы

В связи с нелинейностью механических характеристик АД и зависимостью модуля жесткости от частоты и нагрузки не представляется возможным провести аналитическое исследование переходных процессов асинхронного электропривода во втором частотном диапазоне. Учитывая, что этот частотный диапазон используется часто для малых нагрузок (подъем и опускание

крюка с двойной номинальной скоростью в грузоподъемных механизмах, обратный ход стола продольно-строгального станка и т. п.) рассмотрим механические переходные процессы электропривода при использовании линеаризованной механической характеристики (5.27) и постоянном статическом моменте M_c .

На основании (5.27) выражаем электромагнитный момент

$$M = \frac{\beta_e \omega_{0\text{ном}}}{\alpha} - \frac{\beta_e}{\alpha^2} \omega \quad (5.34)$$

и подставляем его в основное уравнение движения электропривода

$$M - M_c = J \frac{d\omega}{dt}, \quad (5.35)$$

где J – момент инерции электропривода, приведенный к валу АД.

В результате получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{\alpha^2 J}{\beta_e} \cdot \frac{d\omega}{dt} + \omega = \alpha \omega_{0\text{ном}} - \alpha^2 \frac{M_c}{\beta_e}, \quad (5.36)$$

которое удобнее представить в виде

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega}{\alpha^2 T_{m.e}} = \frac{\omega_{0\text{ном}}}{\alpha T_{m.e}} - \varepsilon_c, \quad (5.37)$$

где

$$T_{m.e} = \frac{J}{\beta_e}, \quad (5.38)$$

$$\varepsilon_c = \frac{M_c}{J}, \quad (5.39)$$

$T_{m.e}$ – электромеханическая постоянная времени электропривода при работе на естественной линеаризованной механической характеристике, ε_c – коэффициент, имеющий размерность углового ускорения.

Вид дифференциального уравнения (5.37) будет зависеть от функции, по которой будет изменяться частота в переходном процессе. Рассмотрим наиболее часто применяемый линейный закон изменения относительной частоты в переходном процессе (рис. 5.2)

$$\alpha = 1 + \varepsilon_0 t, \quad (5.40)$$

где

$$\varepsilon_0 = \frac{\alpha_{\text{кон}} - 1}{t_0}, \quad (5.41)$$

t_0 – время линейного изменения частоты в переходном процессе,
 $\alpha_{\text{кон}}$ – конечное значение относительной частоты в переходном процессе.

Подставляя (5.40) в (5.37), получаем линейное дифференциальное уравнение

$$\frac{d\omega}{dt} + P(t)\omega = Q(t), \quad (5.42)$$

где

$$\left. \begin{aligned} P(t) &= \frac{1}{T_{\text{м.э}}(1+\varepsilon_0 t)^2}, \\ Q(t) &= \frac{\omega_0 \text{кон}}{T_{\text{м.э}}(1+\varepsilon_0 t)}. \end{aligned} \right\} \quad (5.43)$$

Общий интеграл линейного дифференциального уравнения (5.42) записывается в виде

$$\omega = e^{-\int P(t)dt} \left[\int Q(t)e^{\int P(t)dt} dt + C \right], \quad (5.44)$$

где C – постоянная интегрирования.

Для функций (5.43) можно получить решение (5.44) в замкнутой форме, однако, вид этого решения сложный, но самое главное состоит в том, что значения скорости в переходном процессе вычисляются как разности больших чисел, что при обычных вычислительных средствах не позволяет воспользоваться этим аналитическим решением. Поэтому для вычисления скорости ω и электромагнитного момента M в механическом переходном процессе электропривода воспользуемся методом конечных разностей. С этой целью систему исходных уравнений

$$\left. \begin{aligned} J \frac{d\omega}{dt} &= M - M_c; \quad M = \frac{\beta_e \omega_0 \text{ном}}{\alpha(t)} - \frac{\beta_e}{\alpha^2(t)} \cdot \omega(t), \\ \alpha(t) &= 1 + \varepsilon_0 t, \end{aligned} \right\} \quad (5.45)$$

записываем в конечных разностях

$$\left. \begin{aligned} J \frac{\Delta\omega}{\Delta t} &= M_{\text{cp}} - M_c; \quad M_{\text{cp}} = \frac{\beta_e \omega_0 \text{ном}}{\alpha_{\text{cp}}} - \frac{\beta_e}{\alpha_{\text{cp}}^2} \cdot \omega_{\text{cp}}, \\ \alpha_{\text{cp}} &= 1 + \varepsilon_0 t_{\text{cp}}; \quad \omega_{\text{cp}} = \omega_{\text{нач}} + \Delta\omega. \end{aligned} \right\} \quad (5.46)$$

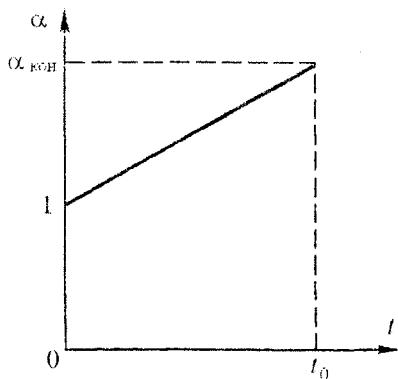


Рис. 5.2. Линейное изменение относительной частоты α в переходном процессе

В (5.46) среднюю скорость ω_{cp} на временном интервале Δt можно выразить в виде:

$$\omega_{cp} = \frac{J\omega_{\text{нач}} + \left(\frac{\beta_e \omega_{\text{0nom}}}{\alpha_{cp}} - M_c \right) \Delta t}{J + \frac{\beta_e \Delta t}{\alpha_{cp}^2}}, \quad (5.47)$$

где $\omega_{\text{нач}}$ — угловая скорость АД в начале переходного процесса.

Для расчета переходного процесса целесообразно выбрать шаг интегрирования

$$\Delta t = \frac{t_0}{15 \div 20} = \text{const},$$

а затем на каждом i -м интервале проводить вычисления в такой последовательности:

$$\left. \begin{array}{l} 1. t_i = i \Delta t, \\ 2. \alpha_i = 1 + \varepsilon_0 t_i, \\ 3. \omega_i = \frac{J\omega_{\text{нач}} + \left(\frac{\beta_e \omega_{\text{0ном}}}{\alpha_i} - M_c \right) \Delta t}{J + \frac{\beta_e \Delta t}{\alpha_i^2}}, \\ 4. \Delta \omega_i = \omega_i - \omega_{i-1}, \\ 5. M_i = J \frac{\Delta \omega_i}{\Delta t_i} + M_c. \end{array} \right\} \quad (5.48)$$

Заметим, что для первого участка

$$\omega_{i-1} = \omega_{1-1} = \omega_{\text{нач}}.$$

В результате последовательных вычислений по (5.48) получаем кривую скорости

$$\omega(t) = \sum_{i=1}^N \omega_i(t_i)$$

и электромагнитного момента АД

$$M(t) = \sum_{i=1}^N M_i(t_i)$$

на временном интервале $0 \leq t \leq t_0$,

где N – число интервалов с $\Delta t = \text{const}$:

$$N = \frac{t_0}{15 \div 20} = \frac{t_0}{\Delta t}.$$

В конце N -го интервала переходный процесс не заканчивается, хотя на этом интервале частота достигает конечного значения $f_1 = f_{1\text{кон}}$ (или $\alpha = \alpha_{\text{кон}}$), из-за ненулевых начальных условий. Далее происходит переходный процесс по механической характеристике, соответствующей частоте $f_{1\text{кон}}$, на временном интервале $0 \leq t' = t - t_0 \leq 4T_m$:

$$\omega(t') = \omega_c + [\omega(t_0) - \omega_c] \cdot e^{-\frac{t'}{T_m}}, \quad (5.49)$$

$$M(t') = M_c + [M(t_0) - M_c] \cdot e^{-\frac{t'}{T_m}}, \quad (5.50)$$

где

$$T_m = \alpha_{\text{кон}}^2 T_{m,e}, \quad (5.51)$$

$\omega(t_0)$, $M(t_0)$ – угловая скорость и электромагнитный момент АД в конце линейного задания частоты.

На рис. 5.3 приведены расчетные кривые разгона электропривода с АД типа 4АИР132М4 во втором частотном диапазоне ($2 \geq \alpha \geq 1$) при $U_1 = U_{1\text{ном}}$, $M_c = 0,6 M_{\text{ном}}$, $K_J = 1,4$, $t_0 = 0,5$ с и линейном задании частоты по закону $\alpha(t) = 1 + 2t$.

Во втором частотном диапазоне АД работает с переменным магнитным потоком. Поэтому для проверки двигателя по нагреву нельзя применять широко используемый способ эквивалентного момента. Возможно применение для этой цели метода средних потерь или метода эквивалентного тока. Потери мощности в АД, работающем при $U_1 = U_{1\text{ном}}$ и $f_1 > f_{1\text{ном}}$, для установившегося режима работы можно рассчитать по следующим выражениям [15]:

$$\Delta P = \Delta P_{\text{пост}} + \Delta P_{\text{пер}}, \quad (5.52)$$

где

$$\Delta P_{\text{пост}} = \Delta P_{\text{ст.1ном}} \alpha^{1,5} + \Delta P_{\text{мх.ном}} \alpha^2 + \frac{\Delta P_{\mu\text{ном}}}{\alpha^2}, \quad (5.53)$$

$$\Delta P_{\text{пер}} = \left(1 + \frac{R_1}{R'_2}\right) \cdot \frac{M_c^2}{\beta_e} \alpha^2, \quad (5.54)$$

$$\Delta P_{\text{ст.1ном}} = (0,015 \div 0,025) \frac{P_{\text{ном}}}{\eta_{\text{ном}}}, \quad (5.55)$$

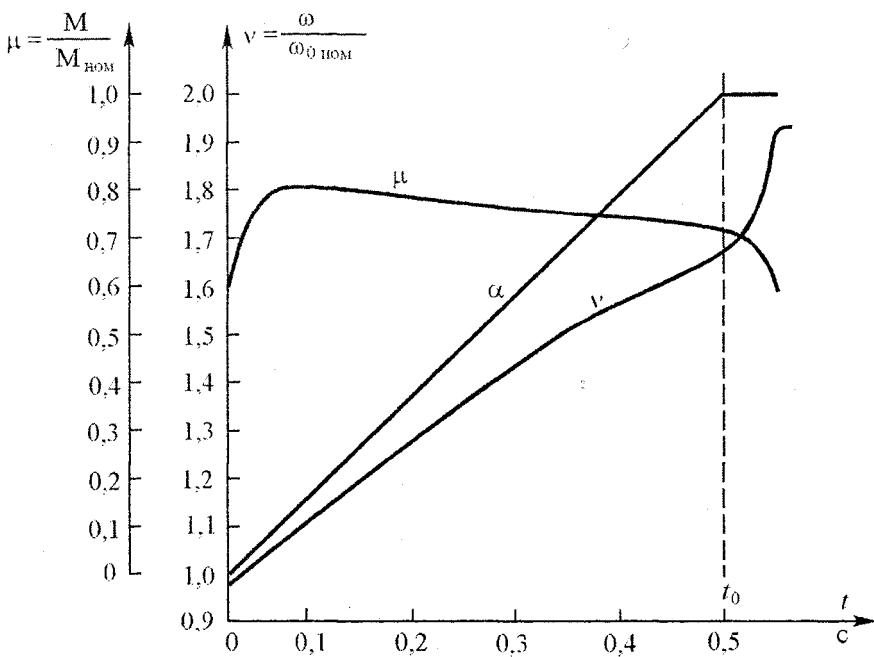


Рис. 5.3. Разгон электропривода с АД типа 4АИР132М4 при $U_{\text{ном}} = 220$ В, линейном возрастании частоты от 50 до 100 Гц и $K_J = 1,4$; $M_c = 0,6 M_{\text{ном}}$; $t_0 = 0,5$ с

$$\Delta P_{\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}}(1 - \eta_{\text{ном}})}{\eta_{\text{ном}}}, \quad (5.56)$$

$$\Delta P_{\text{мх.ном}} = (0,02 \div 0,15) \Delta P_{\text{ном}}, \quad (5.57)$$

$$\Delta P_{\mu \text{ном}} = 3I_{\mu \text{ном}}^2 R_1, \quad (5.58)$$

$$I_{\mu \text{ном}} \approx I_{1 \text{ном}} \sqrt{1 - \cos \varphi_{\text{ном}}}, \quad (5.59)$$

где $\Delta P_{\text{ст.1ном}}$ — номинальные потери мощности в стали статора,

$\Delta P_{\text{мх.ном}}$ — номинальные механические потери мощности (включая и вентиляционные),

$P_{\text{ном}}$ — номинальная мощность АД,

$\eta_{\text{ном}}$ — номинальный к. п. д. двигателя,

$\Delta P_{\mu \text{ nom}}$ – потери мощности от протекания номинального намагничивающего тока $I_{\mu \text{ nom}}$ по обмотке статора,

$\cos\varphi_{\text{ном}}$ – номинальный коэффициент мощности,

R_1, R_2 – активные сопротивления одной фазы обмотки статора и ротора (приведенное сопротивление).

В переходном процессе при линейном изменении частоты потери мощности будут определяться как:

$$\begin{aligned}\Delta P_{\text{пост}}(t) = & \Delta P_{\text{ст. 1 nom}}(1 + \varepsilon_0 t)^{1.5} + \\ & + \Delta P_{\text{мх. nom}}(1 + \varepsilon_0 t)^2 + \frac{\Delta P_{\mu \text{ nom}}}{(1 + \varepsilon_0 t)^2},\end{aligned}\quad (5.60)$$

$$\Delta P_{\text{неп}}(t) = \left(1 + \frac{R_1}{R'_2}\right) \frac{M^2(t)}{\beta_e} \cdot (1 + \varepsilon_0 t)^2, \quad (5.61)$$

$$\Delta P(t) = \Delta P_{\text{пост}}(t) + \Delta P_{\text{неп}}(t). \quad (5.62)$$

Средние потери мощности за время переходного процесса $t_{\text{п.п.}}$:

$$\Delta P_{\text{ср. п.}} = \frac{1}{t_{\text{п.п.}}} \left[\int_0^{t_{\text{п.п.}}} \Delta P_{\text{пост}}(t) dt + \int_0^{t_{\text{п.п.}}} \Delta P_{\text{неп}}(t) dt \right]. \quad (5.63)$$

Для проверки АД по нагреву методом средних потерь рассчитывают средние потери мощности в двигателе за время цикла (в предположении цикличности нагрузки):

$$\Delta P_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta P_{\text{п.и.}} t_i + \sum_{j=1}^Q \Delta P_{\text{T.ж.}} t_j + \sum_{k=1}^L \Delta P_k t_k}{\sum_{i=1}^N \beta_{\text{ox.} i} t_i + \sum_{j=1}^Q \beta_{\text{ox.} j} t_j + \sum_{k=1}^L \beta_{\text{ox.} k} t_k + \beta_0 \sum_{s=1}^R t_{0s}}, \quad (5.64)$$

где

$$\beta_{\text{ox.}} = \beta_0 + (1 - \beta_0) \sqrt{\frac{\omega}{\omega_{\text{ном}}}}, \quad (5.65)$$

β_0 – коэффициент ухудшения теплоотдачи самовентилируемого АД при не-подвижном роторе; для закрытых двигателей $\beta_0 = 0,3 \div 0,6$;

$\Delta P_{\text{п.и.}}$ – средние потери мощности на i -м интервале разгона электропривода;

t_i – время i -го интервала, где $\Delta P_{\text{п.и.}} = \text{const}$;

$\Delta P_{\text{T.ж.}}$ – средние потери мощности на j -м интервале торможения;

t_j – время j -го интервала, где $\Delta P_{t_j} = \text{const}$;

ΔP_k – средние потери мощности на k -м интервале в установившемся режиме;

t_k – время k -го интервала, где $\Delta P_k = \text{const}$;

$t_{0,s}$ – время паузы на s -м интервале;

R – число пауз в цикле.

Асинхронный двигатель удовлетворяет условиям нагрева, если

$$\Delta P_{cp} \leq \Delta P_{nom} (\Pi B = 100\%), \quad (5.66)$$

где ΔP_{nom} ($\Pi B = 100\%$) – номинальные потери мощности АД для длительного режима работы.

ГЛАВА 6. ПОТЕРИ МОЩНОСТИ, КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ И ДОПУСТИМЫЙ МОМЕНТ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ ПРИ ЧАСТОТНОМ УПРАВЛЕНИИ

6.1. Вводная часть

Развитие современного регулируемого электропривода идет в направлении расширенного использования асинхронных короткозамкнутых двигателей (АД). Применяемые системы частотного управления разделяются на скалярные и векторные. По реализации скалярные системы частотного управления АД проще и дешевле векторных систем. Рационально спроектированные и построенные скалярные системы частотного управления АД обеспечивают диапазон частотного регулирования скорости до 50 : 1 без обратной связи по скорости [32] при высокой жесткости механических характеристик двигателей, что во многих практических применениях является вполне достаточным. В некоторых случаях скалярные системы частотного управления по своим показателям даже превосходят бездатчиковые векторные системы [33]. В связи с возрастающим использованием АД в регулируемых электроприводах по техническим и энергетическим соображениям актуальной является задача оценки к. п. д. частотно-регулируемого асинхронного электропривода на основе закона М. П. Костенко экономичного регулирования электродвигателей при различных видах статического момента. Ниже излагается решение этой задачи [34–36].

6.2. Основные теоретические положения

К. п. д. асинхронного двигателя определяется отношением

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P}, \quad (6.1)$$

где

$$P_2 = M_2 \omega, \quad (6.2)$$

$$\Delta P = \Delta P_{\text{пост}} + \Delta P_{\text{пер}}, \quad (6.3)$$

M_2 – вращающий момент на валу АД,

ω – угловая скорость вала двигателя,

$\Delta P_{\text{пост}}$ – «постоянные» потери мощности в АД,

$\Delta P_{\text{пер}}$ – переменные потери мощности в АД.

Постоянные потери мощности, состоящие из потерь в стали $\Delta P_{\text{ст}}$, механических потерь $\Delta P_{\text{мех}}$ и потерь ΔP_{μ} от протекания намагничивающего тока I_{μ} по обмотке статора, в регулируемом электроприводе не остаются постоянными, а изменяются по сложным законам [12, 13, 15, 19]. Потери в стали АД определяются выражением [31]:

$$\Delta P_{\text{ст}} = \Delta P_{\text{ст, nom}} \left(\frac{\Phi}{\Phi_{\text{ном}}} \right)^2 \left(\frac{f_1}{f_{1 \text{ nom}}} \right)^q, \quad (6.4)$$

где Φ , $\Phi_{\text{ном}}$ – текущее и номинальное значение магнитного потока двигателя,

f_1 , $f_{1 \text{ nom}}$ – текущая и номинальная частота изменения напряжения АД,

q – показатель, зависящий от сорта электротехнической стали и находящийся в пределах 1,3–1,5.

Механические потери, куда включают и потери мощности на вентиляцию, имеют составляющие, пропорциональные первой степени, квадрату и кубу скорости, но из-за преобладающего влияния вентиляционных потерь их принимают пропорциональными квадрату скорости:

$$\Delta P_{\text{мех}} = \Delta P_{\text{мех, nom}} \left(\frac{\omega}{\omega_{\text{ном}}} \right)^2. \quad (6.5)$$

Потери мощности от протекания намагничивающего тока I_{μ} по обмотке статора трехфазного АД можно выразить таким образом

$$\Delta P_{\mu} = 3I_{\mu}^2 R_1 = \Delta P_{\mu \text{ nom}} \left(\frac{\Phi}{\Phi_{\text{ном}}} \right)^2, \quad (6.6)$$

где

$$\Delta P_{\mu \text{ nom}} = 3I_{\mu \text{ nom}}^2 R_1. \quad (6.7)$$

Закон М. П. Костенко частотного управления АД (1.18) запишем применительно не к идеализированному, а к реальному двигателю, тогда вместо напряжения U_1 в него входит ЭДС статора E_s :

$$\frac{E_s}{E_{s \text{ nom}}} = \frac{f_1}{f_{1 \text{ nom}}} \cdot \sqrt{\frac{M_c}{M_{c \text{ nom}}}}, \quad (6.8)$$

где $M_c, M_{c \text{ nom}}$ – текущее и номинальное значение статического момента,

$f_1, f_{1 \text{ nom}}$ – текущее и номинальное значение частоты,

$E_{s \text{ nom}}$ – номинальное значение ЭДС статора, определяемое по (3.72).

Так как отношение ЭДС статора E_s к частоте f_1 пропорционально магнитному потоку статора Φ_1 , то

$$\frac{\Phi}{\Phi_{\text{ном}}} = \sqrt{\frac{M_c}{M_{c \text{ nom}}}}. \quad (6.9)$$

Статический момент M_c на валу двигателя можно записать в общем виде [37]:

$$M_c = M_{c \text{ nom}} \left(\frac{\omega}{\omega_{\text{ном}}} \right)^n, \quad (6.10)$$

где $n = -1; 0; 1; 2$.

Вводя относительные безразмерные величины:

$$\alpha = \frac{f_1}{f_{1 \text{ nom}}}; \quad v = \frac{\omega}{\omega_{\text{ном}}}; \quad \mu_c = \frac{M_c}{M_{c \text{ nom}}} \quad (6.11)$$

и принимая

$$v = \frac{\omega_0(1-s)}{\omega_{0 \text{ nom}}(1-s_{\text{ном}})} \approx \frac{\omega_0}{\omega_{0 \text{ nom}}} = \frac{f_1}{f_{1 \text{ nom}}} = \alpha, \quad (6.12)$$

получим выражение для суммарных потерь мощности в частотно-регулируемом АД:

$$\Delta P = \Delta P_{\text{пер. nom}} \mu_c^2 + \Delta P_{\text{ст. nom}} \alpha^{n+q} + \Delta P_{\text{мх. nom}} \alpha^2 + \Delta P_{\mu \text{ nom}} \alpha^n, \quad (6.13)$$

где

$$\Delta P_{\text{пер. nom}} = \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) M_{\text{э. nom}} (\omega_{0 \text{ nom}} - \omega_{\text{ном}}), \quad (6.14)$$

$$\Delta P_{\text{мх. nom}} = (0,05 - 0,15) \Delta P_{\text{ном}}, \quad (6.15)$$

$$\Delta P_{\text{ст. nom}} = (0,015 - 0,025) \frac{\Delta P_{\text{ном}}}{\eta_{\text{ном}}}, \quad (6.16)$$

$$\Delta P_{\text{ном}} = \frac{\Delta P_{\text{ном}}(1 - \eta_{\text{ном}})}{\eta_{\text{ном}}}, \quad (6.17)$$

$$\Delta P_{\mu \text{ном}} = 3I_{\mu \text{ном}}^2 R_1,$$

$$I_{\mu \text{ном}} \approx I_{1\text{ном}} \sqrt{1 - \cos \varphi_{\text{ном}}}, \quad (6.18)$$

$$M_{\vartheta \text{ном}} = M_{\text{ном}} + \frac{\Delta P_{\text{мех.ном}}}{\omega_{\text{ном}}}, \quad (6.19)$$

$$M_{\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{\omega_{\text{ном}}}, \quad (6.20)$$

$P_{\text{ном}}$, $\eta_{\text{ном}}$, $\cos \varphi_{\text{ном}}$, $I_{1\text{ном}}$, $\omega_{\text{ном}}$ – номинальные значения мощности, к. п. д., коэффициента мощности, тока статора и угловой скорости АД,

$\Delta P_{\text{ном}}$ – номинальные потери мощности в АД,

$\Delta P_{\text{мех.ном}}$, $\Delta P_{\text{ст.ном}}$, $\Delta P_{\mu \text{ном}}$ – номинальные значения механических потерь, потеря в стали и потеря в обмотке статора от протекания номинального намагничивающего тока $I_{\mu \text{ном}}$,

$M_{\vartheta \text{ном}}$, $M_{\text{ном}}$ – номинальные значения электромагнитного момента и момента на валу двигателя,

$\Delta P_{\text{пер.ном}}$ – переменные номинальные потери мощности в АД,

R_1 , R_2' – активные сопротивления: фазы статора R_1 и ротора R_2' (приведенное к статору).

В установившемся режиме работы, для которого определяется к. п. д., $M_2 = M_c$, что с учетом (6.11) позволяет выразить механическую мощность P_2 на валу АД таким образом:

$$P_2 = M_2 \omega = \mu_c \alpha P_{\text{ном}}. \quad (6.21)$$

Подставляем (6.13) и (6.21) в (6.1) и получаем общее выражение для к. п. д. АД при частотном регулировании по экономичному закону:

$$\eta = \frac{\mu_c \alpha P_{\text{ном}}}{\mu_c \alpha P_{\text{ном}} + \Delta P_{\text{пер.ном}} \mu_c^2 + \Delta P_{\text{мех.ном}} \alpha^2 + \Delta P_{\text{ст.ном}} \alpha^{n+q} + \Delta P_{\mu \text{ном}} \alpha^n}. \quad (6.22)$$

Введем безразмерные коэффициенты:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{\Delta P_{\text{мех.ном}}}{\Delta P_{\text{пер.ном}}}, \quad a_2 = \frac{\Delta P_{\text{ст.ном}}}{\Delta P_{\text{пер.ном}}}, \quad a_3 = \frac{\Delta P_{\mu \text{ном}}}{\Delta P_{\text{пер.ном}}}, \end{aligned} \right\} \quad (6.23)$$

$$A_p = \Delta P_{\text{пер.ном}} / P_{\text{ном}}, \quad (6.24)$$

тогда выражение (6.22) преобразуется к виду:

$$\eta = \left[1 + A_p \left(\frac{\mu_c}{\alpha} + a_1 \frac{\alpha}{\mu_c} + a_2 \frac{\alpha^{(n+q-1)}}{\mu_c} + a_3 \frac{\alpha^{n-1}}{\mu_c} \right) \right]^{-1}. \quad (6.25)$$

В этом выражении к. п. д. относительный статический момент μ_c является коэффициентом загрузки K_3 , т. е.

$$\mu_c = K_3. \quad (6.26)$$

Обычно к. п. д. электродвигателя выражается в зависимости от коэффициента загрузки. Максимум к. п. д. наступает, когда переменные потери мощности равны «постоянным» потерям [12, 13, 15]:

$$\Delta P_{\text{пер.ном}} K_{3,\text{опт}}^2 = \Delta P_{\text{ст.ном}} \alpha^{n+q} + \Delta P_{\text{мх.ном}} \alpha^2 + \Delta P_{\mu,\text{ном}} \alpha^n. \quad (6.27)$$

Из (6.27) с учетом (6.23) находим оптимальный коэффициент загрузки

$$K_{3,\text{опт}} = \mu_{c,\text{опт}} = \sqrt{a_1 \alpha^2 + a_2 \alpha^{n+q} + a_3 \alpha^n}, \quad (6.28)$$

при котором достигается максимум к. п. д. АД с $\Phi = \Phi_{\text{ном}}$.

6.3. Частные случаи нагрузок

6.3.1. Постоянный статический момент: $n = 0$;

$$M_c = \text{const}; \quad \Phi_1 = \Phi_{1,\text{ном}}$$

В этом случае оптимальный коэффициент загрузки имеет выражение

$$K_{3,\text{опт}} = \sqrt{a_1 \alpha^2 + a_2 \alpha^q + a_3} = \mu_{c,\text{опт}}. \quad (6.29)$$

При $q = 1,5$, что соответствует современным электротехническим сталим, на основании (6.25) с учетом (6.29) находим выражение для максимального к. п. д. при $M_c = \text{const}$:

$$\eta_{\max} = \left\{ 1 + A_p \left[\frac{K_{3,\text{опт}}}{\alpha} + \frac{1}{K_{3,\text{опт}}} \left(a_1 \alpha + a_2 \sqrt{\alpha} + \frac{a_3}{\alpha} \right) \right] \right\}^{-1}. \quad (6.30)$$

Анализ (6.29) и (6.30) показывает, что оптимальный коэффициент загрузки и максимальный к. п. д. являются функциями относительной частоты α , с уменьшением которой максимум к. п. д. смещается в сторону меньших нагрузок и величина его уменьшается. Вследствие того, что для обычных АД коэф-

фициент a_2 в несколько раз превышает сумму коэффициентов ($a_1 + a_3$) [26], оптимальный коэффициент загрузки практически линейно зависит от относительной частоты α (рис. 6.1). Максимальные значения к. п. д. в широком диапазоне изменений α изменяются незначительно, начиная заметно уменьшаться при $\alpha < 0,2$ (кривая 1 на рис. 6.2). Можно найти, что при $\alpha = 1$ выражение (6.30) преобразуется в известную формулу максимума к. п. д. нерегулируемого электропривода [12, 13, 15, 19]:

$$\eta_{\max}(\alpha = 1) = \left(1 + 2\sqrt{a} \frac{\Delta P_{\text{пер. ном}}}{P_{\text{ном}}} \right)^{-1}, \quad (6.31)$$

где

$$a = \frac{\Delta P_{\text{пост. ном}}}{\Delta P_{\text{пер. ном}}} = a_1 + a_2 + a_3, \quad (6.32)$$

a – коэффициент постоянных потерь.

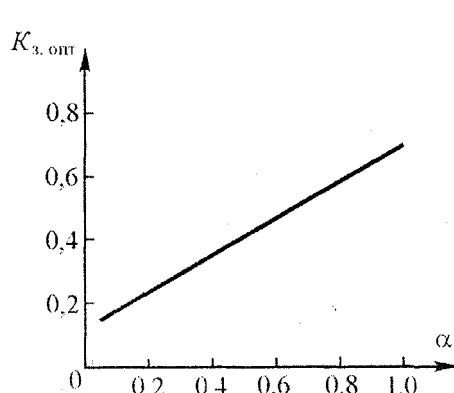


Рис. 6.1. Зависимость оптимального коэффициента загрузки $K_{3, \text{опт}}$ от относительной частоты α для АД типа 4А315С4 при $M_c = \text{const}$

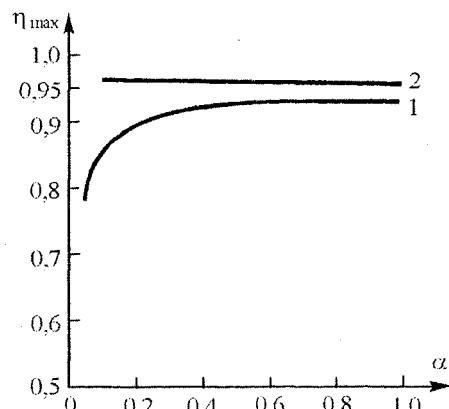


Рис. 6.2. Зависимость максимального значения к. п. д. АД типа 4А315С4 от относительной частоты α для:
1) $n = 0, \Phi = \Phi_{\text{ном}}$,
2) $n = 0, \Phi = \Phi_{\text{ном}} \sqrt{K_3}$

Оптимальный коэффициент загрузки, как это следует из (6.29), для нерегулируемого электропривода определяется выражением:

$$K_{3, \text{опт}}(\alpha = 1) = \sqrt{a}. \quad (6.33)$$

Зависимость к. п. д. асинхронного двигателя от коэффициента загрузки при фиксированных частотах показана на рис. 6.3, из которого видно, что с уменьшением частоты максимум к. п. д. заметнее проявляется и сужается область нагрузок, при которых двигатель имеет высокий к. п. д. Это имеет значение, например, для настройки системы управления электроприводом для работы по критерию максимума к. п. д.

Кроме рассмотренного случая частотного управления АД с постоянным магнитным потоком (например, подъемные механизмы, где требуется высокая перегрузочная способность), возможно в соответствии с (6.8) использовать управление, когда магнитный поток изменяется с изменением нагрузки в соответствии с зависимостью, вытекающей из (6.9)

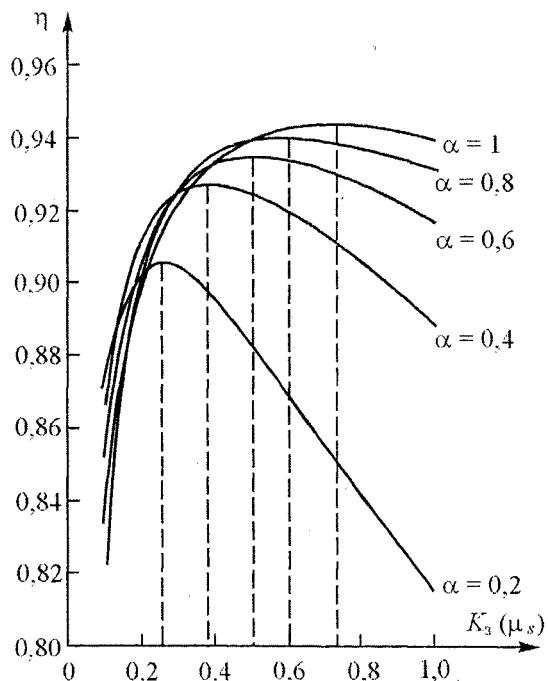


Рис. 6.3. Зависимость к. п. д. АД типа 4А315С4 от коэффициента загрузки при разных относительных частотах для $n = 0$, $\Phi = \Phi_{\text{ном}}$

$$\Phi_1 = \Phi_{1\text{ном}} \sqrt{\mu_c}. \quad (6.34)$$

Такое управление целесообразно применять для механизмов, работающих значительное время при малых нагрузках. При таком управлении потери в стали

$$\Delta P_{\text{ст}} = \Delta P_{\text{ст.ном}} \alpha^q \mu_c \quad (6.35)$$

и в обмотке статора от протекания намагничивающего тока

$$\Delta P_\mu = \Delta P_{\mu\text{ном}} \mu_c \quad (6.36)$$

будут уменьшаться с уменьшением нагрузки, т. е. относительного статического момента μ_c , способствуя повышению к. п. д. электродвигателя, который теперь можно представить в виде

$$\eta = \left[1 + A_p \left(\frac{a_1 \alpha}{\mu_c} + a_2 \sqrt{\alpha} + \frac{a_3 + \mu_c}{\alpha} \right) \right]^{-1} \quad (6.37)$$

Если относительную частоту α взять за параметр, то можно, взяв производную от (6.37) по μ_c и приравняв ее нулю, найти оптимальный коэффициент загрузки

$$K_{3,\text{опт}} = \mu_{c,\text{опт}} = \alpha \sqrt{a_1}, \quad (6.38)$$

при котором будет максимум к. п. д.

$$\eta_{\max} = \left[1 + A_p \left(2\sqrt{a_1} + a_2 \sqrt{\alpha} + \frac{a_3}{\alpha} \right) \right]^{-1}. \quad (6.39)$$

Однако в этом случае максимальные значения к. п. д. достигаются при очень малых коэффициентах загрузки, причем с уменьшением частоты максимум к. п. д. смещается в сторону меньших нагрузок. Поэтому в зоне низких частот $K_{3,\text{опт}}$ и η_{\max} не представляют практического интереса. В рабочей области частот ($0,1 < \alpha \leq 1$) величина η_{\max} весьма незначительно уменьшается с увеличением частоты (рис. 6.2, кривая 2).

На рис. 6.4 представлены зависимости к. п. д. (6.37) от коэффициента загрузки при фиксированных частотах для АД типа 4A315S4У3, которые показывают, что в области рабочих частот с увеличением нагрузки к. п. д. уменьшается, но величина к. п. д. в соотношении со значениями, приведенными на рис. 6.3, выше, кроме точек, соответствующих $K_3 = 1$, где они равны, что свидетельствует о целесообразности такого управления. Следует отметить, что при номинальной частоте ($\alpha = 1$, рис. 6.4) максимум к. п. д. достигается в области рабочих частот АД.

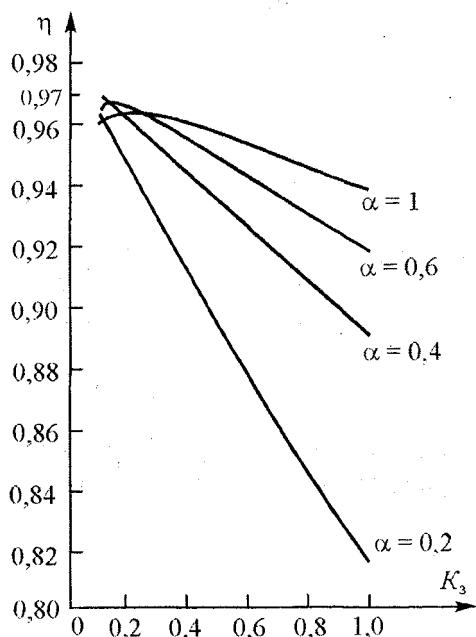


Рис. 6.4. Зависимость к. п. д. АД типа 4A315S4 от коэффициента загрузки при разных относительных частотах для $n = 0$, $\Phi = \Phi_{\text{ном}} \sqrt{K_3}$

6.3.2. Статический момент, линейно зависящий от скорости:

$$n = 1; M_c = \alpha M_{c, \text{ном}}$$

В данном случае

$$K_3 = \mu_c = \frac{\alpha M_{c, \text{ном}}}{M_{c, \text{ном}}} = \alpha, \quad (6.40)$$

т. е. коэффициент загрузки K_3 , относительный статический момент μ_c и относительная частота α равны между собой.

Характер нагрузки, соответствующей $n = 1$ довольно близок к нагрузкам транспортеров (конвейеров) и центробежных насосов, работающих при противодавлении больше 10 м водяного столба. Диапазон регулирования скорости этих механизмов обычно не превышает 5 : 1.

Для $n = 1$ и $q = 1,5$ выражение (6.25) можно преобразовать к виду

$$\eta = [1 + A_p \left(1 + a_1 + \left(a_2 \sqrt{\alpha} + \frac{a_3}{\alpha} \right) \right)^{-1}] \quad (6.41)$$

Как видно из (6.41), к. п. д. является функцией относительной частоты α . Однако, вследствие того, что $a_3 \ll (1 + a_1 + a_2)$, зависимость к. п. д. от α слабая (рис. 6.5). Следует заметить, что, если пренебречь коэффициентом a_3 , то к. п. д. при данном виде нагрузки будет почти постоянным, близким к номинальному значению. Из (6.41) можно найти оптимальный коэффициент загрузки:

$$K_{3, \text{опт}} = \alpha_m = \sqrt[3]{(2a_3/a_2)^2},$$

при котором к. п. д. достигает максимума.

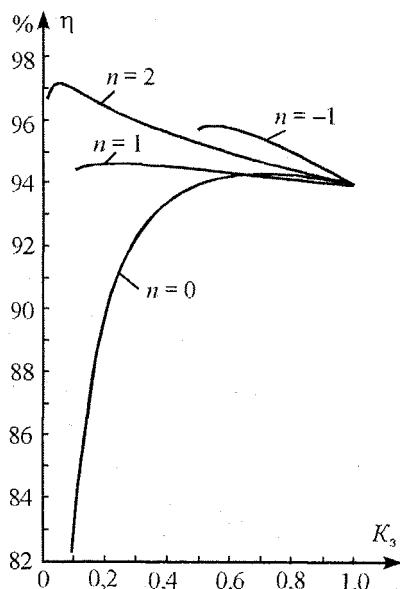


Рис. 6.5. Зависимость к. п. д. АД типа 4A315S4 от коэффициента загрузки при различных видах нагрузки: $n = 0$, $M_c = \text{const}$, $\Phi = \Phi_{\text{ном}}$; $\alpha = 1$; $n = 1$, $M_c = c\omega$, $K_3 = \alpha$; $n = 2$, $M_c = c\omega^2$, $K_3 = \alpha^2$; $n = -1$, $P_c = \text{const}$, $K_3 = \alpha^{-1}$

из (6.41) можно найти оптимальный коэффициент загрузки:

6.3.3. Квадратичный статический момент:

$$n = 2; M_c = \alpha^2 M_{c, \text{ном}}; K_3 = \mu_c = \alpha^2$$

Нагрузку такого вида имеют центробежные насосы и вентиляторы, работающие без противовоздавления. При $n = 2, q = 1,5$ и $\mu_c = \alpha^2$ на основании (6.25) получаем выражение к. п. д. для данного вида нагрузки:

$$\eta = \left[1 + A_p \left(\alpha + \frac{a_1 + a_3}{\alpha} + a_2 \sqrt{\alpha} \right) \right]^{-1}. \quad (6.42)$$

Уравнение для частоты α_m , соответствующей максимуму к. п. д., находим из (6.42), взяв производную по α и приравняв ее к нулю:

$$\alpha_m^2 - \frac{a_2}{2} \alpha_m^{3/2} - (a_1 + a_3) = 0. \quad (6.43)$$

Из-за невозможности явного выражения α_m из (6.43), оценку области частот, в пределах которых находится α_m , можно сделать по неравенству

$$\frac{\sqrt{a_2^2 + 16(a_1 + a_3)} - a_2}{4} < \alpha_m < \sqrt{a_1 + a_3}. \quad (6.44)$$

6.3.4. Постоянная статическая мощность: $P_c = \text{const}$:

$$M_c = \frac{M_{c, \text{ном}}}{\alpha}, \quad K_3 = \mu_c = \alpha^{-1}$$

Данный характер нагрузки имеют механизмы, работающие с постоянной мощностью. Промышленные электроприводы с двухзонным регулированием скорости такую нагрузку имеют при скоростях $\omega_{\text{ном}} \leq \omega \leq \omega_{\text{max}}$, когда $1 \leq \alpha \leq \alpha_{\text{max}}$.

Преобразуя (6.25) при $n = -1, q = 1,5$ и $\mu_c = \alpha^{-1}$, получаем выражение к. п. д.

$$\eta = \left[1 + A_p \left(a_2 \sqrt{\alpha} + a_1 \alpha^2 + \frac{a_3}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2} \right) \right]^{-1} \quad (6.45)$$

для АД, работающего с постоянной мощностью при различных частотах.

Зависимость к. п. д. (6.45) от относительного статического момента в рабочем диапазоне частот (обычно $\alpha \leq 2$) очень слабая. При таком характере нагрузки к. п. д. асинхронного двигателя выше, хотя и незначительно, чем при других видах нагрузки (рис. 6.5, $n = -1$).

Коэффициент A_p , который находится по (6.24) и входит в выражения к. п. д. при различных видах нагрузки, можно определить также через номинальный к. п. д. двигателя $\eta_{\text{ном}}$ и коэффициент α постоянных потерь:

$$A_p = \frac{1}{\alpha+1} \left(\frac{1}{\eta_{\text{ном}}} - 1 \right). \quad (6.46)$$

Сделанный анализ и полученные выражения для к. п. д. асинхронного двигателя, управляемого по экономичному закону частотного регулирования, могут быть использованы при технико-экономическом обосновании регулируемых электроприводов, работающих при различных видах нагрузки.

6.4. Допустимый по условиям нагрева момент частотно-регулируемого самовентилируемого асинхронного двигателя

При регулировании скорости АД вниз от основной ухудшаются условия охлаждения и возникает проблема определения допустимой нагрузки двигателя с соблюдением предельных температур. Если статический момент зависит от скорости (турбомеханизмы), то такая проблема обычно не появляется. Но при постоянном статическом моменте уменьшение скорости вала АД непосредственно влияет на теплоотдачу и, следовательно, на допустимый момент нагрузки. Некоторые фирмы, выпускающие преобразователи частоты и электродвигатели, в своих каталогах дают зависимость длительно допустимого момента на валу самовентилируемого двигателя от скорости [7]. Однако эти кривые относятся к электродвигателям, которые фирма рекомендует.

В связи с этим представляет интерес найти аналитическую зависимость допустимого момента АД от скорости и параметров электропривода при учете различной температуры окружающей (точнее охлаждающей) среды.

Теплоотдача АД как однородного тела определяется выражением, широко используемом при анализе и проектировании электрических машин [63]:

$$A = \alpha_0 (1 + k\sqrt{\nu}) \cdot S, \quad (6.47)$$

где ν – скорость воздуха, м/с;

α_0 – удельная теплоотдача при $\nu = 0$, Дж/ $^{\circ}\text{C}\cdot\text{кг}$;

S – площадь поверхности охлаждения, м^2 ;

k – коэффициент, принимаемый для электрических машин, равным 0,8.

Коэффициент ухудшения теплоотдачи АД при отклонении скорости от номинальной можно представить в виде

$$\beta_{\text{ox}} = \frac{A(\omega)}{A(\omega_{\text{ном}})} = \frac{1 + k_1 \sqrt{\omega}}{1 + k_1 \sqrt{\omega_{\text{ном}}}}, \quad (6.48)$$

$\omega, \omega_{\text{ном}}$ – текущее и номинальное значения угловой скорости АД.

k_1 – коэффициент.

При $\omega = 0$ на основании (6.48) имеем

$$\beta_{\text{ox}} = \beta_0 = \frac{1}{1 + k_1 \sqrt{\omega_{\text{ном}}}}, \quad (6.49)$$

где β_0 – коэффициент ухудшения теплоотдачи для неподвижного АД.

Используя (6.48) и (6.49), находим

$$k_1 = \frac{1 - \beta_0}{\beta_0 \sqrt{\omega_{\text{ном}}}} \quad (6.50)$$

и

$$\beta_{\text{ox}} = \beta_0 + (1 - \beta_0) \sqrt{b v}, \quad (6.51)$$

где

$$v = \frac{\omega}{\omega_{0 \text{nom}}}; \quad b = \frac{\omega_{0 \text{ном}}}{\omega_{\text{ном}}}. \quad (6.52)$$

Значения коэффициента β_0 в зависимости от габарита, исполнения двигателя, числа полюсов и способа охлаждения приводятся в некоторых книгах, например, в [64]. В среднем можно принять для закрытых самовентилируемых АД мощностью до 200 кВт $\beta_0 = 0,2-0,5$, а для самовентилируемых АД защищенного исполнения $\beta_0 = 0,15-0,3$, причем меньшие значения β_0 относятся к двигателям большей мощности и меньшего числа полюсов.

Длительно допустимый по условиям нагрева момент регулируемого самовентилируемого АД рассчитывается, исходя из уравнения теплового равновесия для данной угловой скорости ω [65]:

$$\beta_{\text{ox}} \Delta P_{\text{доп}} \geq \Delta P_{\text{пост}} + \Delta P_{\text{пер}}, \quad (6.53)$$

где $\Delta P_{\text{доп}}$ – допустимые потери мощности в двигателе, которые при данной температуре θ окружающей среды позволяют двигателю длительно работать, не перегреваясь; $\Delta P_{\text{пост}}$, $\Delta P_{\text{пер}}$ – постоянные и переменные потери мощности в двигателе.

Суммарные потери мощности ΔP в АД можно записать через составляющие:

$$\begin{aligned} \Delta P = \Delta P_{\text{пост}} + \Delta P_{\text{пер}} &= \Delta P_{\text{мх}} + \Delta P_{\text{ст}} + \Delta P_{\mu} + \\ &+ \Delta P_{\text{пер.1}} + \Delta P_{\text{пер.2}} + \Delta P_{\text{доб}}, \end{aligned} \quad (6.54)$$

где $\Delta P_{\text{мх}}$ – механические потери, включая и вентиляционные;

$\Delta P_{\text{ст}}$ – потери в стали статора и ротора;

ΔP_{μ} – потери в обмотке статора от протекания намагничивающего тока I_{μ} ;

$\Delta P_{\text{пер.1}}$, $\Delta P_{\text{пер.2}}$ – переменные (электрические) потери мощности в обмотках статора и ротора.

Все эти потери превращаются в тепло и нагревают двигатель. Основными потерями, определяющими нагрев изоляции обмотки статора, являются электрические потери и потери в стали. Их иногда называют греющими потерями. Исходя из сказанного, допустимые греющие потери можно рассчитать по выражению:

$$\Delta P_{\text{доп. гр}} = \Delta P_{\text{доп}} - (\Delta P_{\text{мк}} + \Delta P_{\text{доб}})_{\text{ном}}, \quad (6.55)$$

где

$$\Delta P_{\text{доп}} = \Delta P_{\text{ном}} \left(1 - \frac{\Delta \tau}{\tau_{\text{ном}}} \right), \quad (6.56)$$

$$\Delta \tau = \theta_0 - 40^\circ, \quad (6.57)$$

$$\tau_{\text{ном}} = \theta_{\text{доп}} - 40^\circ, \quad (6.58)$$

$$\Delta P_{\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}} (1 - \eta_{\text{ном}})}{\eta_{\text{ном}}}, \quad (6.59)$$

$\Delta P_{\text{доб. ном}}$ – номинальные добавочные потери;

$\theta_0, 40^\circ$ – реальная и расчетная температура окружающей среды;

$\theta_{\text{доп}}$ – максимально допустимая температура для данного класса изоляции;

$P_{\text{ном}}, \eta_{\text{ном}}$ – номинальные значения мощности и к. п. д. АД.

Переменные потери мощности в АД можно выразить через электромагнитный момент

$$\Delta P_{\text{пер}} = \Delta P_{\text{пер. ном}} \mu^2, \quad (6.60)$$

где

$$\Delta P_{\text{пер. ном}} = \left(1 + \frac{R_1}{R'_2} \right) M_{\text{ном}} \Delta \omega_{\text{ном}}, \quad (6.61)$$

$$\mu = \frac{M}{M_{\text{ном}}}, \quad (6.62)$$

$M, M_{\text{ном}}$ – значения текущего и номинального электромагнитного момента АД;

$\Delta \omega_{\text{ном}}$ – номинальное падение скорости двигателя;

R_1, R'_2 – активные сопротивления фаз обмотки статора и ротора.

При частотном управлении АД по закону $\Psi_1 = \text{const}$ потери в стали можно записать в виде [31]:

$$\Delta P_{\text{ст}} = \Delta P_{\text{ст. ном}} \alpha^{1.5}, \quad (6.63)$$

а потери от протекания намагничивающего тока [65]:

$$\Delta P_{\mu} = \Delta P_{\mu \text{ nom}} = 3I_{\mu \text{ nom}}^2 R_1, \quad (6.64)$$

где

$$\alpha = \frac{f_1}{f_{1 \text{ nom}}}.$$

С учетом изложенного можно найти уравнение теплового равновесия частотно-регулируемого АД, управляемого по закону стабилизации потокосцепления статора:

$$[\beta_0 + (1 - \beta_0)\sqrt{b\nu}] \Delta P_{\text{доп. гр}} \geq \Delta P_{\text{ст. ном}} \alpha^{1.5} + \\ + \Delta P_{\text{пер. ном}} \mu^2 + \Delta P_{\mu \text{ nom}}. \quad (6.65)$$

Уравнение (6.65) удобнее представить в таком виде

$$\sqrt{1 - g\mu} \geq q_1 + q_2 \mu^2 + q_3, \quad (6.66)$$

где

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \frac{\Delta P_{\text{ст. ном}}}{\Delta P_{\text{доп. гр}}} \cdot \frac{\alpha}{\sqrt{b(1 - \beta_0)}}, \\ q_2 &= \frac{\Delta P_{\text{пер. ном}}}{\Delta P_{\text{доп. гр}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{b\alpha(1 - \beta_0)}}, \\ q_3 &= \left(\frac{\Delta P_{\mu \text{ nom}}}{\Delta P_{\text{доп. гр}}} - \beta_0 \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{b\alpha(1 - \beta_0)}}, \\ g &= \frac{S_{\text{ном}}}{\alpha}, \end{aligned} \right\} \quad (6.67)$$

$S_{\text{ном}}$ — номинальное скольжение АД.

Поскольку $\mu \leq 1$ и $\omega_0 > \Delta\omega_{\text{ном}}$, то для двигательного режима

$$g\mu = \frac{\Delta\omega_{\text{ном}}}{\omega_0} \mu < 1, \quad (6.68)$$

что позволяет левую часть уравнения (6.66) разложить в степенной ряд, взяв первых три члена:

$$\sqrt{1 - g\mu} \approx 1 - (g/2)\mu - (g^2/8)\mu^2. \quad (6.69)$$

Подставляя (6.69) в (6.66), получаем квадратное уравнение, решение которого дает величину относительного допустимого момента АД:

$$\mu_{\text{доп}} = \frac{\sqrt{B^2 - 4DC} - B}{2D}, \quad (6.70)$$

где

$$\left. \begin{array}{l} D = 0.125g^2 + q_2; \\ B = 0.5g, \\ C = q_1 + q_3 + 1. \end{array} \right\} \quad (6.71)$$

Для неподвижного АД, когда $v = 0$, уравнение (6.65) преобразуется к виду:

$$\beta_0 \geq a_1 \alpha_{\min}^{1.5} + a_2 \mu_{\min}^2 + a_3, \quad (6.72)$$

где

$$a_1 = \frac{\Delta P_{\text{ст. ном}}}{\Delta P_{\text{доп. гр}}}, \quad a_2 = \frac{\Delta P_{\text{пер. ном}}}{\Delta P_{\text{доп. гр}}}, \quad a_3 = \frac{\Delta P_{\mu \text{ ном}}}{\Delta P_{\text{доп. гр}}}, \quad (6.73)$$

α_{\min} – минимальное значение относительной частоты, при которой возможен допустимый относительный момент μ_{\min} .

Учитывая незначительную величину α_{\min} , ее можно пренебречь в уравнении (6.72), тогда

$$\mu_{\min} \approx \sqrt{\frac{\beta_0 - a_3}{a_2}}. \quad (6.74)$$

В связи с тем, что определение коэффициентов в уравнении теплового равновесия связано с параметрами, которые не всегда точно известны, для непротиворечивых результатов решения уравнения относительно μ необходимо проверить условие для номинального режима при $\theta_0 = +40^\circ\text{C}$, т. е. при $\mu = 1$ и $\alpha = 1$ необходимо, чтобы соблюдалось равенство

$$1 = a_1 + a_2 + a_3, \quad (6.75)$$

из которого целесообразно найти

$$a_3 = 1 - (a_1 + a_2)$$

при уже известных коэффициентах a_1 и a_2 .

На основании разработанной методики были рассчитаны длительно допустимые моменты частотно-управляемых АД по закону $\Psi_1 = \text{const}$ мощностью 3 кВт (рис. 6.6), 55 кВт (рис. 6.7) и 160 кВт (рис. 6.8) при исполнениях

двигателя IP44 и IP23 и синхронной частоте вращения 1500 об/мин для температуры окружающей среды $+40^{\circ}\text{C}$ и $+20^{\circ}\text{C}$. При этом оказалось, что в неподвижном состоянии эти двигатели могут развивать относительные моменты соответственно:

для $\theta_0 = +40^{\circ}\text{C}$: 0,5; 0,34; 0,51;

для $\theta_0 = +20^{\circ}\text{C}$: 0,54; 0,40; 0,58.

Очевидно, что двигатель защищенного исполнения (IP23) имеет меньшее значение β_0 и, следовательно, меньший допустимый момент.

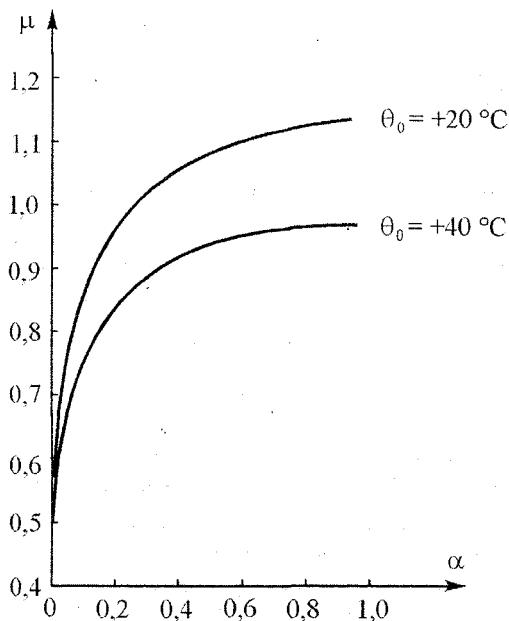


Рис. 6.6. Зависимость относительного момента μ от относительной частоты α для АД типа 4А100С4 мощностью 3 кВт, IP44, $\beta_0 = 0,3$

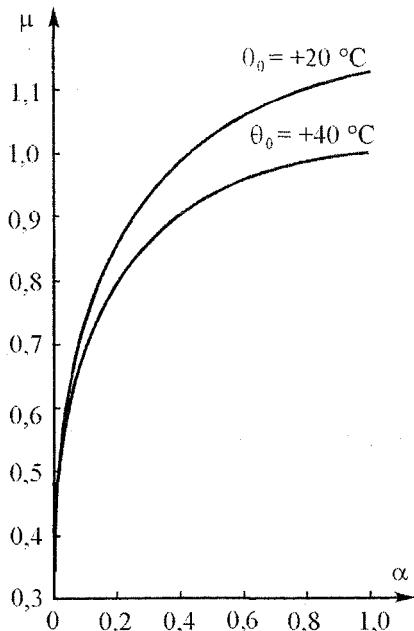


Рис. 6.7. Зависимость относительного момента μ от относительной частоты α для АД типа 4АН200Л4 мощностью 55 кВт, IP23, $\beta_0 = 0,15$

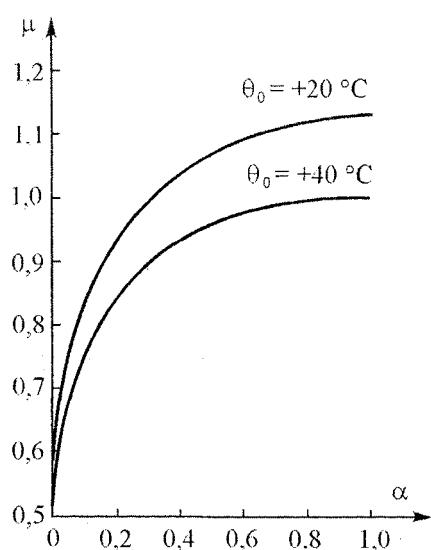


Рис. 6.8. Зависимость относительного момента μ от относительной частоты α для АД типа 4А315С4 мощностью 160 кВт, IP44, $\beta_0 = 0,25$

Разработанная методика может быть использована для расчета допустимых моментов частотно-регулируемых АД, управляемых по законам стабилизации потокосцепления взаимоиндукции ($\Psi_m = \text{const}$) и ротора ($\Psi_2 = \text{const}$).

ГЛАВА 7. ЧАСТОТНО-РЕГУЛИРУЕМЫЙ ЭЛЕКТРОПРИВОД ТУРБОМЕХАНИЗМОВ ПРИ СТАБИЛИЗАЦИИ НАПОРА

7.1. Состояние проблемы

Около 25 % всей вырабатываемой электроэнергии потребляется электроприводами турбомеханизмов, которые пока что в своем большинстве являются нерегулируемыми. Традиционные способы регулирования производительности турбомеханизмов включают дросселирование напорных линий и изменение общего числа работающих агрегатов по одному из технологических параметров. Энергетические показатели такого регулирования являются низкими. Применение частотно-регулируемого электропривода позволяет обеспечить требуемые технологические показатели при существенном сокращении затрат электроэнергии. Примерами использования турбомеханизмов могут служить насосные станции водоснабжения производственных процессов и жилых домов, где при переменном расходе воды, требуется поддерживать постоянное давление (напор) на определенном, чаще всего, номинальном уровне.

Изменение расхода Q воды у потребителя осуществляется главным образом за счет дросселирования линии, то есть изменения гидравлического сопротивления R . При этом для стабилизации напора $H = H_{\text{ном}}$ необходимо изменять угловую скорость ω насоса (рис. 7.1). В большинстве своем стабилизация напора H при переменном расходе Q происходит при наличии противодавления H_c в гидравлической сети.

Регулирование скорости насоса для поддержания постоянного напора лучше всего реализовывать за счет изменения частоты питающего асинхронный двигатель напряжения. Но это можно сделать с помощью различных законов частотного управления, дающих разные технико-экономические показатели.

Широко распространенное мнение, что статический момент турбомеханизмов пропорционален квадрату скорости, справедливо только при отсутствии противодавления, что является частным случаем. Более распространены системы при наличии противодавления, когда статический момент является сложной функцией скорости, что, в свою очередь, выдвигает задачу формирования экономичного закона частотного регулирования скорости асинхронного электропривода. Здесь ставится задача исследовать асинхронный частотно-регулируемый электропривод турбомеханизмов при использовании экономичного закона регулирования электрических машин и обеспечения оптимального пуска турбомеханизмов, работающих в режиме стабилизации напора при переменном расходе и данном противодавлении [38, 39].

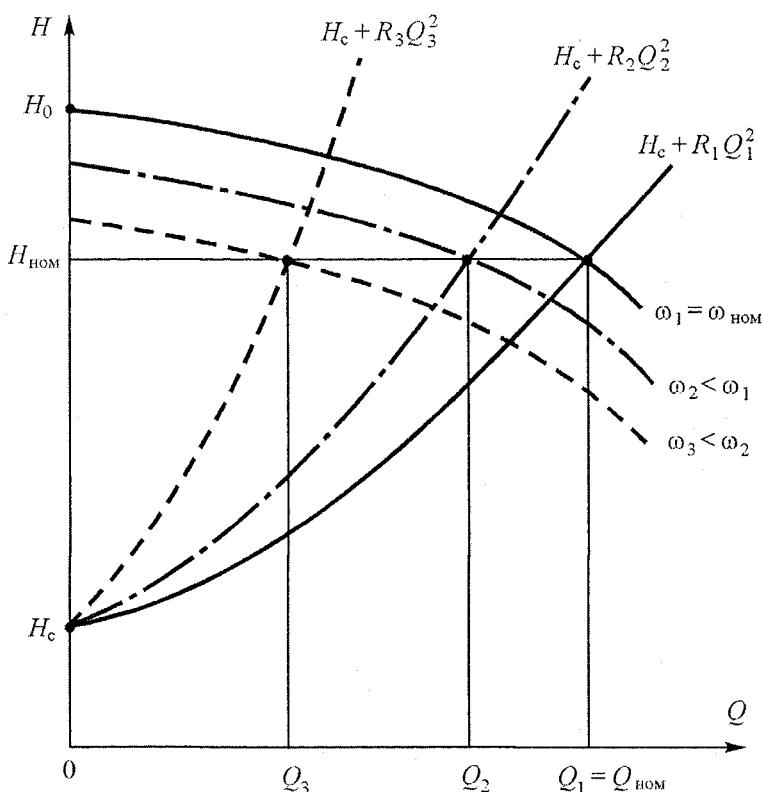


Рис. 7.1. Стабилизация давления на уровне $H_{\text{ном}}$ при переменном расходе за счет регулирования скорости турбомеханизма

7.2. Управление асинхронным двигателем электропривода

При работе турбомеханизма с противодавлением H_c статический момент M_c на валу выражается зависимостью [40]:

$$M_c = M_0 v^2 + (M_{c,\text{ном}} - M_0) v \sqrt{\frac{H_0 v^2 - H_c}{H_0 - H_c}}, \quad (7.1)$$

которую можно представить в относительных безразмерных единицах, приняв относительную скорость v примерно равной относительной частоте α :

$$\mu_c = \mu_0 \alpha^2 + (1 - \mu_0) \alpha \sqrt{\frac{\alpha^2 - h_c}{1 - h_c}}, \quad (7.2)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \mu_c &= \frac{M_c}{M_{c,\text{ном}}} ; \quad \mu_0 = \frac{M_0}{M_{c,\text{ном}}} = \frac{P_0}{P_{c,\text{ном}}} , \\ h_c &= \frac{H_c}{H_0} ; \quad v = \frac{\omega}{\omega_{\text{ном}}} ; \quad \alpha = \frac{f_1}{f_{1,\text{ном}}} , \end{aligned} \right\} \quad (7.3)$$

$P_{c,\text{ном}}$ – номинальная механическая мощность турбомеханизма,

P_0 – мощность на валу турбомеханизма при расходе $Q = 0$ и угловой скорости $\omega = \omega_{\text{ном}}$,

$f_1, f_{1,\text{ном}}$ – текущее и номинальное значение частоты питающего асинхронный двигатель напряжения,

H_0 – напор турбомеханизма, соответствующий расходу $Q = 0$ (закрытая задвижка) и $\omega = \omega_{\text{ном}}$,

M_0 – момент, определяемый мощностью P_0 :

$$M_0 = \frac{P_0}{\omega_{\text{ном}}}, \quad (7.4)$$

$$M_{c,\text{ном}} = \frac{P_{c,\text{ном}}}{\omega_{\text{ном}}}. \quad (7.5)$$

На рис. 7.2 и рис. 7.3 приведены зависимости (7.2) для различных значений h_c относительного статического напора и двух значений относительного момента μ_0 холостого хода, из которых видно, что статический момент турбомеханизма при наличии противодавления (статического напора) существенно отличается от параболической зависимости, характерной для $h_c = 0$. Это необходимо учитывать при формировании закона частотного регулирования.

асинхронного электропривода. При этом минимальная относительная частота α_{\min} напряжения асинхронного двигателя, при которой турбомеханизм начинает преодолевать противодавление, определяется выражением

$$\alpha_{\min} = \sqrt{h_c}. \quad (7.6)$$

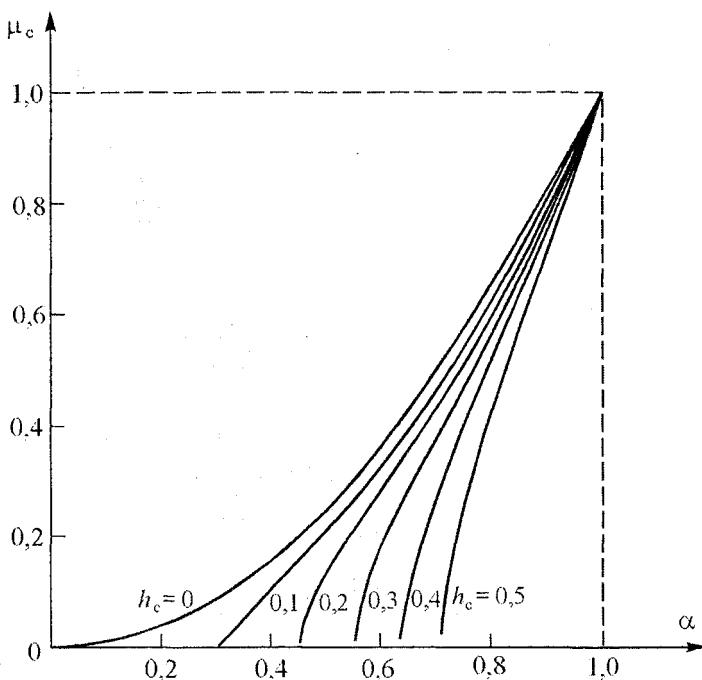


Рис. 7.2. Зависимость статического момента μ_c турбомеханизма от относительной частоты α при различных значениях противодавления h_c и $\mu_0 = 0,05$

Соответственно рабочий диапазон частотного регулирования равен

$$D = \frac{1}{\alpha_{\min}}. \quad (7.7)$$

Характеристика турбомеханизма при регулировании скорости определяется уравнением

$$H = H_0 v^2 - c Q^2, \quad (7.8)$$

где H – напор,

$$c = \frac{H_0 - H_{\text{ном}}}{Q_{\text{ном}}^2}, \quad (7.9)$$

$H_{\text{ном}}$ – номинальный напор, соответствующий номинальному расходу $Q_{\text{ном}}$ турбомеханизма.

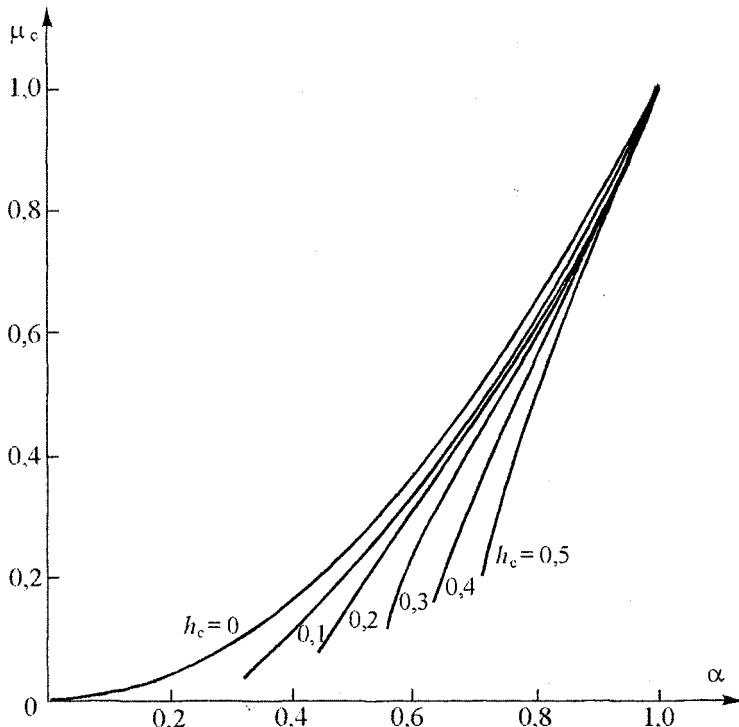


Рис. 7.3. Зависимость статического момента μ_c турбомеханизма от относительной частоты α при различных значениях противодавления и $\mu_0 = 0,4$

Для стабилизации напора H на заданном уровне H_3 при переменном расходе Q турбомеханизма, как следует из (7.8), необходимо изменять относительную скорость v в соответствии с зависимостью

$$v = \sqrt{h_3 + (1 - h_{\text{ном}})q^2}, \quad (7.10)$$

где

$$h_{\text{ном}} = \frac{H_{\text{ном}}}{H_0}; \quad h_3 = \frac{H_3}{H_0}; \quad q = \frac{Q}{Q_{\text{ном}}}. \quad (7.11)$$

При частотном регулировании скольжение s АД составляет очень незначительную величину, поэтому можно в (7.10) относительную скорость v заменить относительной частотой α :

$$v = \frac{\omega}{\omega_{\text{ном}}} = \frac{\omega_0(1-s)}{\omega_{0\text{ном}}(1-s_{\text{ном}})} \approx \frac{\omega_0}{\omega_{0\text{ном}}} = \frac{f_1}{f_{1\text{ном}}} = \alpha, \quad (7.12)$$

где ω , $\omega_{\text{ном}}$ – синхронные угловые скорости АД при текущей f_1 и номинальной $f_{1\text{ном}}$ частоте.

Тогда уравнение

$$\alpha = \sqrt{h_3 + (1-h_{\text{ном}})q^2}, \quad (7.13)$$

позволяет определить относительную частоту α , при которой обеспечивается стабилизация напора на заданном уровне h_3 при переменном расходе q (рис. 7.4).

Из различных возможных законов частотного управления асинхронными двигателями для регулирования производительности турбомеханизмов целесообразно применять закон М. П. Костенко, который, как показал А. А. Булгаков [16], является законом экономичного регулирования любых электрических машин. Применительно не к идеализированному, а к реальному АД этот закон на основании (6.8) и (6.11) можно записать в относительных безразмерных единицах:

$$e = \alpha \sqrt{\mu_c}, \quad (7.14)$$

где

$$e = \frac{E_s}{E_{s\text{ном}}}, \quad (7.15)$$

E_s – ЭДС статора АД при текущей частоте f_1 и статическом моменте M_c , $E_{s\text{ном}}$ – номинальное действующее значение ЭДС статора АД, определяемое по (3.72).

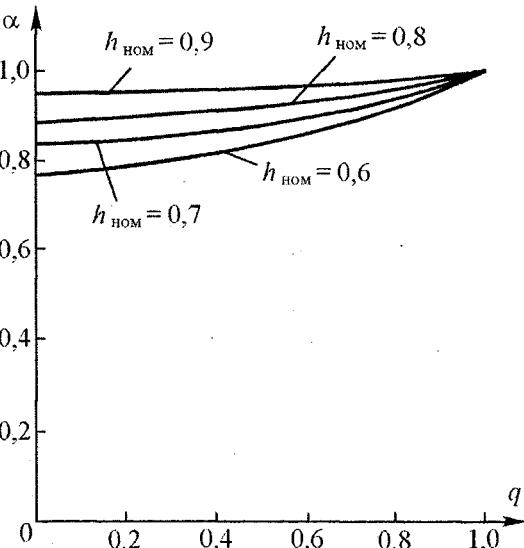


Рис. 7.4. Зависимость относительной частоты α от относительного расхода q при поддержании постоянства давления $h_3 = h_{\text{ном}}$

В этом случае магнитный поток Φ_1 статора и статический момент M_c в относительных единицах связаны между собой соотношением

$$\varphi = \sqrt{\mu_c}, \quad (7.16)$$

где

$$\varphi = \frac{\Phi_1}{\Phi_{1\text{ном}}}. \quad (7.17)$$

При использовании закона (7.14) для управления АД с уменьшением статического момента (переменных потерь мощности) одновременно уменьшается ЭДС статора и магнитный поток (постоянные потери мощности), что обуславливает работу электродвигателя в области, близкой к максимальному к. п. д. На рис. 7.5 показана зависимость относительной ЭДС e статора от относительной частоты α при выражении относительного статического момента μ_c через (7.2) для стабилизации напора на номинальном уровне $h_{\text{ном}}$.

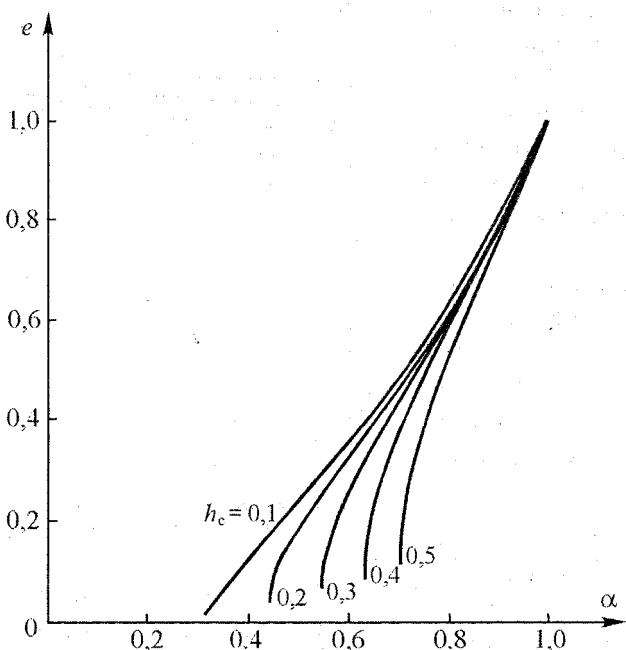


Рис. 7.5. Зависимость ЭДС статора АД от частоты при реализации закона М. П. Костенко для частотного управления АД для турбомеханизма при различных значениях противодавления h_c и $h_{\text{ном}} = \text{const}$

7.3. К. п. д. и механические характеристики асинхронного двигателя

К.п.д. асинхронного двигателя определяется выражением (6.1), где

$$P_2 = \alpha \mu_c P_{\text{ном}}, \quad (7.18)$$

$$\Delta P = P_{\text{пер.ном}} \mu_c^2 + \Delta P_{\text{мх.ном}} \alpha^2 + \Delta P_{\text{ст.ном}} \alpha^{1,5} \mu_c + \Delta P_{\mu \text{ном}} \mu_c. \quad (7.19)$$

Использование (7.18) и (7.19) в (6.1) позволяет получить выражения для к. п. д.

$$\eta = \left[1 + A_p \left(\frac{\mu_c}{\alpha} + a_1 \frac{\alpha}{\mu_c} + a_2 \alpha^{0,5} + \frac{a_3}{\alpha} \right) \right]^{-1}, \quad (7.20)$$

где коэффициенты $a_1 - a_3$ определяются по (6.23), а коэффициенты A_p – по (6.24).

На основании (7.20) были проведены расчеты к. п. д. частотно-регулируемого АД типа 4А315С4 мощностью 160 кВт при применении закона частотного управления (7.14) и определении статического момента по (7.2) для разных значений противодавления (рис. 7.6). Как видно из рис. 7.6, в рабочем диапазоне частот $\alpha_{\min} < \alpha < 1$ к. п. д. АД выше номинального, причем с повышением противодавления максимум к.п.д. смещается в сторону более высоких частот, а его величина немножко уменьшается. Относительная частота α_m , при которой достигается максимум к. п. д., находится из решения уравнения:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \left[\frac{\mu_c(\alpha)}{\alpha} + a_1 \frac{\alpha}{\mu_c(\alpha)} + a_2 \sqrt{\alpha} + \frac{a_3}{\alpha} \right] = 0. \quad (7.21)$$

Механическая характеристика асинхронного двигателя при $R_1 = 0$, что соответствует частотному управлению идеализированного АД по закону М. П. Костенко (3.12) или частотному управлению по закону (6.8), определяются выражением [15]:

$$M = \frac{2M_k}{\frac{s_a}{s_{a,k}} + \frac{s_{a,k}}{s_a}}, \quad (7.22)$$

где M_k – критический момент АД, определяемый зависимостью от частоты приложенного напряжения,

$s_{a,k}$ – абсолютно критическое скольжение,

s_a – абсолютное скольжение.

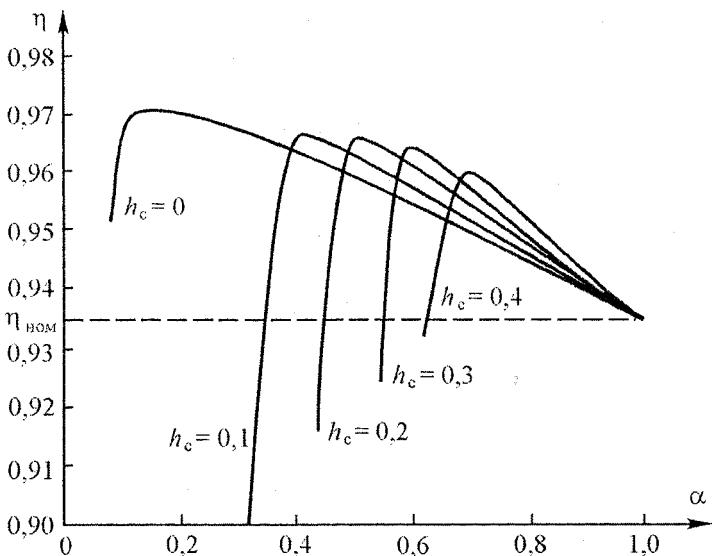


Рис. 7.6. Зависимость к. п. д. от относительной частоты α для АД типа 4A315S4 при различных значениях противодавления h_c

При частотном управлении АД по закону (6.8) имеем отношение

$$\mu_c = \frac{M_c}{M_{c, \text{ном}}} = \frac{M_k}{M_{k, \text{ном}}}, \quad (7.23)$$

где $M_{c, \text{ном}}$, $M_{k, \text{ном}}$ – соответственно номинальные значения статического и критического моментов.

Из (7.23) можно выразить критический момент

$$M_k = \mu_c M_{k, \text{ном}}. \quad (7.24)$$

Если учесть, что

$$\lambda_m = M_{k, \text{ном}} / M_{\text{ном}}; \quad \mu = M / M_{\text{ном}}, \quad (7.25)$$

то на основании (7.22) можно записать в относительных единицах параметрическое уравнение механических характеристик АД при частотном управлении по закону (7.14):

$$\left. \begin{aligned} \mu &= \frac{2\lambda_m \mu_c}{\frac{S_a}{S_{a,k}} + \frac{S_{a,k}}{S_a}}, \\ v &= \alpha - S_a, \end{aligned} \right\} \quad (7.26)$$

где

$$v = \frac{\omega}{\omega_{0\text{ном}}}, \quad (7.27)$$

$$s_{a,k} = \frac{R''_2}{X'_{k,\text{ном}}}, \quad (7.28)$$

$$X'_{k,\text{ном}} = \sigma_1 X_{1\text{ном}} + \sigma_1^2 X'_{2\text{ном}}, \quad (7.29)$$

$$R''_2 = \sigma_1^2 R'_2, \quad (7.30)$$

$$\sigma_1 = 1 + \frac{X_{1\text{ном}}}{X_{\mu\text{ном}}}, \quad (7.31)$$

λ_m – перегрузочная способность АД,

$M_{\text{ном}}$ – номинальный момент электродвигателя,

$X_{1\text{ном}}, X'_{2\text{ном}}, \left. \begin{array}{l} X'_{k,\text{ном}}, R'_2 \end{array} \right\}$ – параметры эквивалентной схемы АД при номинальной частоте (см. п. 3.3.1).

Заметим, что в (7.27) относительная скорость v двигателя определяется в долях от синхронной угловой скорости $\omega_{0\text{ном}}$ при номинальной частоте, а не от номинальной угловой скорости $\omega_{\text{ном}}$, как это сделано в (7.3).

Механические характеристики (7.26) могут быть построены только для фиксированных значений относительных частот α (рис. 7.7), так как относительный статический момент μ_c является функцией α . В установившемся режиме работы электромагнитный момент двигателя равен статическому моменту. Тогда подставляя в левую часть (7.26) $\mu = \mu_c$, получим уравнение

$$\frac{s_a}{s_{a,k}} + \frac{s_{a,k}}{s_a} = 2\lambda_m, \quad (7.32)$$

из которого находим абсолютное скольжение двигателя

$$s_a = s_{a,k} (\lambda_m - \sqrt{\lambda_m^2 - 1}). \quad (7.33)$$

Следовательно, при частотном управлении АД по закону М. П. Костенко (6.8) применительно к реальному двигателю ($R_1 > 0$) абсолютное скольжение s_a будет постоянным.

При стабилизации напора турбомеханизма асинхронный двигатель работает при меняющейся относительной частоте α и, следовательно, изменяющимся относительным статическим моментом μ_c , который определяется по

(7.2). Поэтому в таком режиме работы более информативными являются характеристики $v = F(\mu_c)$:

$$\left. \begin{aligned} \mu_c &= \mu_0 \alpha^2 + (1 - \mu_0) \alpha \sqrt{\frac{\alpha^2 - h_c}{1 - h_c}}, \\ v &= \alpha - s_a, \end{aligned} \right\} \quad (7.34)$$

где абсолютное скольжение s_a определяется по (7.33).

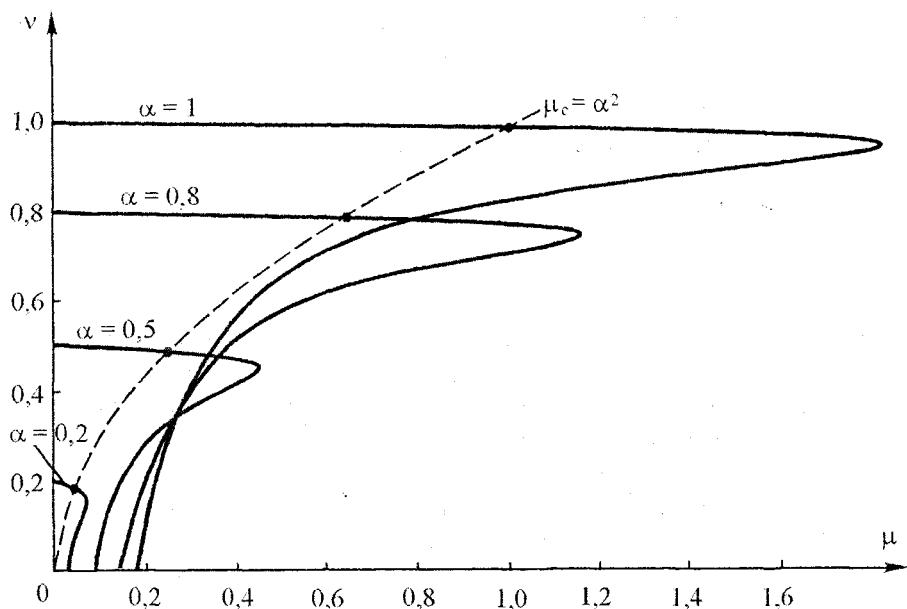


Рис. 7.7. Механические характеристики АД типа 4A315S4
при частотном управлении по закону $e = \alpha \sqrt{\mu_c}$
для $h_c = 0$ и фиксированных значениях частоты

Характеристики (7.34) приведены на рис. 7.8 для АД типа 4A315S4 при различных значений противодавления h_c и $\mu_0 = 0,05$. Можно видеть существенное влияние противодавления на вид этих характеристик.

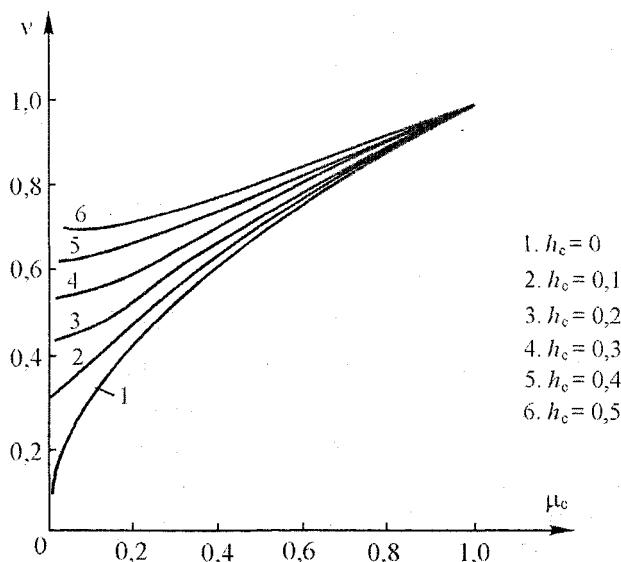


Рис. 7.8. Зависимость относительной скорости v АД типа 4A315S4 от относительного статического момента μ_c , выражаемого по (7.2), при $\mu_0 = 0,05$ и управлении по закону (7.14)

7.4. Разгон электропривода

Важным вопросом надежной работы турбомеханизмов, особенно мощных и высоконерционных, как например, большие вентиляторы, является пуск. Оптимальным считается такой пуск турбомеханизма, при котором скорость в переходном процессе изменяется по линейному закону. Это возможно, если динамический момент в процессе пуска будет постоянным. Статический момент турбомеханизмов, как это видно из изложенного выше, изменяется с изменением скорости, поэтому постоянный динамический момент можно обеспечить, если электродвигатель с помощью системы управления будет развивать электромагнитный момент μ , равный сумме переменного статического μ_c и постоянного динамического $\mu_{\text{дин}}$:

$$\mu = \mu_c + \mu_{\text{дин}}. \quad (7.35)$$

Как отмечается в [40], требуемый при пуске турбомеханизмов динамический момент не превышает 50 % от номинального момента электродвигателя. Исходя из сказанного, для пуска частотно-регулируемого электропривода турбомеханизмов следует использовать закон

$$e_n = \alpha(t) \sqrt{\mu_c + \mu_{\text{дин}}}, \quad (7.36)$$

где

$$\alpha(t) = \frac{f_1(t)}{f_{1\text{ном}}} = \frac{t}{t_0}, \quad (7.37)$$

t_0 – заданное время линейного изменения частоты при пуске,

e_n – относительное значение ЭДС при пуске,

t – текущее значение времени.

На основании (7.36) рассчитаны значения e_n при $\mu_{\text{дин}} = 0,5$ и различных значениях противодавления h_c ($1 \geq \alpha \geq \alpha_{\min} = \sqrt{h_c}$), при которых обеспечивается равнousкоренный разгон электропривода (рис. 7.9). Оптимальный разгон электропривода турбомеханизмов важен не только по технологическим условиям, но также и с точки зрения уменьшения потерь электроэнергии при пуске. Рассмотрим потери энергии при пуске от переменных потерь мощности, составляющих основную часть потерь [12, 13, 15, 19, 37], приняв для упрощения время пуска $t_n = t_0$:

$$\Delta A = \int_0^{t_0} [M_c(t) + M_{\text{дин}}] \Delta \omega(t) dt = \Delta A_1 + \Delta A_2, \quad (7.38)$$

$$\Delta A_1 = \int_0^{t_0} M_c(t) \Delta \omega(t) dt, \quad (7.39)$$

$$\Delta A_2 = M_{\text{дин}} \int_0^{t_0} \Delta \varepsilon t dt = \frac{1}{2} J \omega_{\text{ном}} \Delta \omega_{\text{ном}}, \quad (7.40)$$

$$\varepsilon = \frac{M_{\text{дин}}}{J}; \quad \Delta \varepsilon = \varepsilon \frac{\Delta \omega_{\text{ном}}}{\omega_{\text{ном}}}, \quad (7.41)$$

J – суммарный момент инерции электропривода, приведенный к валу АД,

$\Delta \omega_{\text{ном}}$ – номинальное падение скорости АД,

$\Delta \omega(t)$ – падение скорости в текущий момент времени t :

$$\Delta \omega(t) = \alpha(t) \omega_{0\text{ном}} - \omega(t) = \Delta \varepsilon t. \quad (7.42)$$

Поскольку статический момент M_c имеет различную зависимость для частотных интервалов $0 \leq \alpha \leq \alpha_{\min}$ и $\alpha_{\min} \leq \alpha \leq 1$, то составляющую потерю энергии ΔA_1 представим суммой

$$\Delta A_1 = \Delta A'_1 + \Delta A''_1, \quad (7.43)$$

где

$$\Delta A'_1 = M_{c, \text{ном}} \int_0^{t_{\min}} [\mu_0 + (1 - \mu_0)\alpha^2] \Delta \omega(t) dt, \quad (7.44)$$

$$\Delta A''_1 = M_{c, \text{ном}} \int_{t_{\min}}^{t_0} \left[\mu_0 \alpha^2 + (1 - \mu_0) \alpha \sqrt{\frac{\alpha^2 - h_c}{1 - h_c}} \right] \Delta \omega(t) dt, \quad (7.45)$$

$$t_{\min} = \sqrt{h_c} \frac{J \omega_{\text{ном}}}{M_{\text{дин}}} \quad (7.46)$$

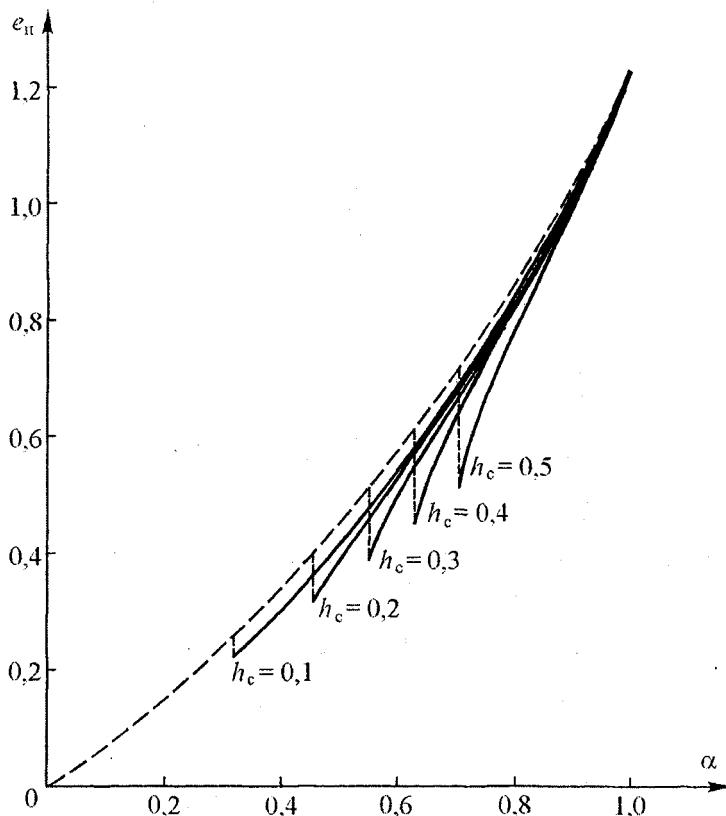


Рис. 7.9. Зависимость ЭДС статора АД от частоты при разгоне турбомеханизма с постоянным динамическим моментом $\mu_{\text{дин}} = 0,5$

С учетом (7.37) и (7.42) составляющая потерь энергии $\Delta A'_1$ принимает вид

$$\Delta A'_1 = M_{c, \text{ном}} \frac{\Delta \varepsilon t_{\min}^2}{2} \left[\mu_0 + \frac{1 - \mu_0}{2} \left(\frac{t_{\min}}{t_0} \right)^2 \right]. \quad (7.47)$$

В силу сложной зависимости подынтегрального выражения в (7.45) аппроксимируем статический момент μ_c на интервале относительных частот $\alpha_{\min} \leq \alpha \leq 1$, используя разложение функции

$$F(\alpha) = \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha_{\min}}{\alpha} \right)^2} \quad (7.48)$$

в степенной ряд в виде

$$\mu_c = A_1 \alpha^2 - B_1, \quad (7.49)$$

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \mu_0 + \frac{1 - \mu_0}{\sqrt{1 - h_c}}, \\ B_1 &= \frac{h_c (1 - \mu_0)}{\sqrt{1 - h_c}}. \end{aligned} \right\} \quad (7.50)$$

При подстановке (7.49) в (7.45) после преобразований получаем

$$\Delta A''_1 = \frac{M_{c, \text{ном}} \Delta \varepsilon (t_0^2 - t_{\min}^2)}{2} \left[\frac{A_1}{2t_0^2} (t_0^2 + t_{\min}^2) - B_1 \right]. \quad (7.51)$$

Выразим составляющие потерь энергии $\Delta A'_1$, $\Delta A''_1$, ΔA_2 через базовые потери энергии

$$\Delta A_6 = \frac{1}{2} M_{c, \text{ном}} \omega_{0, \text{ном}} t_0; \quad (7.52)$$

$$\frac{\Delta A'_1}{\Delta A_6} = \frac{\Delta \omega_{\text{ном}}}{\omega_{\text{ном}}} \left(\frac{t_{\min}}{t_0} \right)^2 \left[\mu_0 + \frac{1 - \mu_0}{2} \left(\frac{t_{\min}}{t_0} \right)^2 \right], \quad (7.53)$$

$$\frac{\Delta A''_1}{\Delta A_6} = \frac{\Delta \omega_{\text{ном}}}{\omega_{\text{ном}}} \left[1 - \left(\frac{t_{\min}}{t_0} \right)^2 \right] \cdot \left[\frac{A_1}{2} \left(1 - \frac{t_{\min}^2}{t_0^2} \right) - B_1 \right], \quad (7.54)$$

$$\frac{\Delta A_2}{\Delta A_6} = \frac{\Delta \omega_{\text{ном}}}{\omega_{\text{ном}}} \cdot \mu_{\text{дин}}. \quad (7.55)$$

Обозначив

$$\Delta v = \frac{\Delta \omega_{\text{ном}}}{\omega_{\text{ном}}}, \quad (7.56)$$

представим суммарные потери энергии при пуске турбомеханизма в относительных единицах

$$\begin{aligned} \Delta A^* = \frac{\Delta A'_1 + \Delta A''_1 + \Delta A_2}{\Delta A_6} &= \Delta v \left\{ h_c \left[\mu_0 + \frac{(1-\mu_0)h_c}{2} \right] + \right. \\ &+ (1-h_c) \left[\frac{1-h_c}{2} \left(\mu_0 + \frac{1-\mu_0}{\sqrt{1-h_c}} \right) - \frac{h_c(1-\mu_0)}{\sqrt{1-h_c}} \right] \left. + \mu_{\text{дин}} \right\}. \end{aligned} \quad (7.57)$$

Проведенные расчеты для пуска электропривода турбомеханизма на основе АД типа 4А315С4У3 показали, что с увеличением противодавления потери энергии при пуске уменьшаются. В частности, для $h_c = 0$, $\mu_0 = 0,05$, $\mu_{\text{дин}} = 0,5$, $\Delta v = 0,05$ относительные потери энергии составляют 0,05, а при $h_c = 0,4$ и тех же остальных величинах они составляют 0,027.

7.5. Структура управления электроприводом турбомеханизма

Рассмотренную систему асинхронного частотно-регулируемого электропривода турбомеханизмов можно реализовать на основе функциональной схемы, показанной на рис. 7.10. Здесь используются датчик давления ДД, регулятор давления РД, регуляторы частоты РЧ и напряжения РН преобразователя частоты ПЧ, который питает асинхронный двигатель АД, приводящий в движение турбомеханизм ТМ. Функциональный преобразователь F_1 на основе входной информации (α , h_c , μ_0) рассчитывает статический момент μ_c , а функциональный преобразователь F_2 формирует заданное значение ЭДС статора e_s , обеспечивающее выполнение закона частотного управления (7.14). Требуемое значение сигнала задающего напряжения u_s получается суммированием ЭДС e_s и падения напряжения $i_1\rho$ на активном сопротивлении обмотки статора АД. Здесь i_1 – относительная величина действующего значения тока статора, а ρ – относительная величина активного сопротивления статора, e_s и μ_c – тоже относительные величины.

Ток статора i_1 измеряется с помощью датчика тока ДТ. Функционирование системы в пусковом и рабочем режиме разделено с помощью переключающих функций:

$$\left. \begin{aligned} K &= \left\lfloor \frac{\alpha}{\alpha_{\text{кон}}} \right\rfloor = \text{integer}, \\ K_1 &= \left\lfloor \frac{\alpha}{\alpha_{\min}} \right\rfloor = \text{integer}. \end{aligned} \right\} \quad (7.58)$$

где $\alpha_{\text{кон}}$ – конечное значение относительной частоты при пуске,
 α_{\min} – минимальное значение относительной частоты, определяемое по (7.6).

Динамические свойства рассматриваемого электропривода в рабочем диапазоне частот можно исследовать с помощью структурной схемы, приведенной на рис. 7.11. Это нелинейная система, которую можно использовать при имитационном моделировании. Линеаризуем эту систему для синтеза регулятора W_p , приняв передаточную функцию АД в виде

$$W_D = \frac{\beta}{1 + pT_s}, \quad (7.59)$$

а статический момент M_c линейно зависящим от скорости

$$M_c = M_{\min} + \beta_c (\omega - \omega_{\min}), \quad (7.60)$$

где

$$\beta_c = \frac{M_{c,\text{ном}} - M_{\min}}{\omega_{\text{ном}} - \omega_{\min}}, \quad (7.61)$$

$$\omega_{\min} = \omega_{\text{ном}} \sqrt{\frac{H_c}{H_0}}, \quad (7.62)$$

$$M_{\min} = [\mu_0 + (1 - \mu_0)h_c] \cdot M_{c,\text{ном}}, \quad (7.63)$$

$$T_s = \frac{1}{2\pi f_{1\text{ном}} s_{k,e}}, \quad (7.64)$$

$$\beta = \frac{2M_k}{\omega_0 s_k}, \quad (7.65)$$

β – модуль жесткости механической характеристики АД при данном статическом моменте,

β_c – модуль жесткости механической характеристики турбомеханизма,
 $s_{k,e}$ – критическое скольжение на естественной механической характеристике АД,
 T_s – электромагнитная постоянная времени АД.

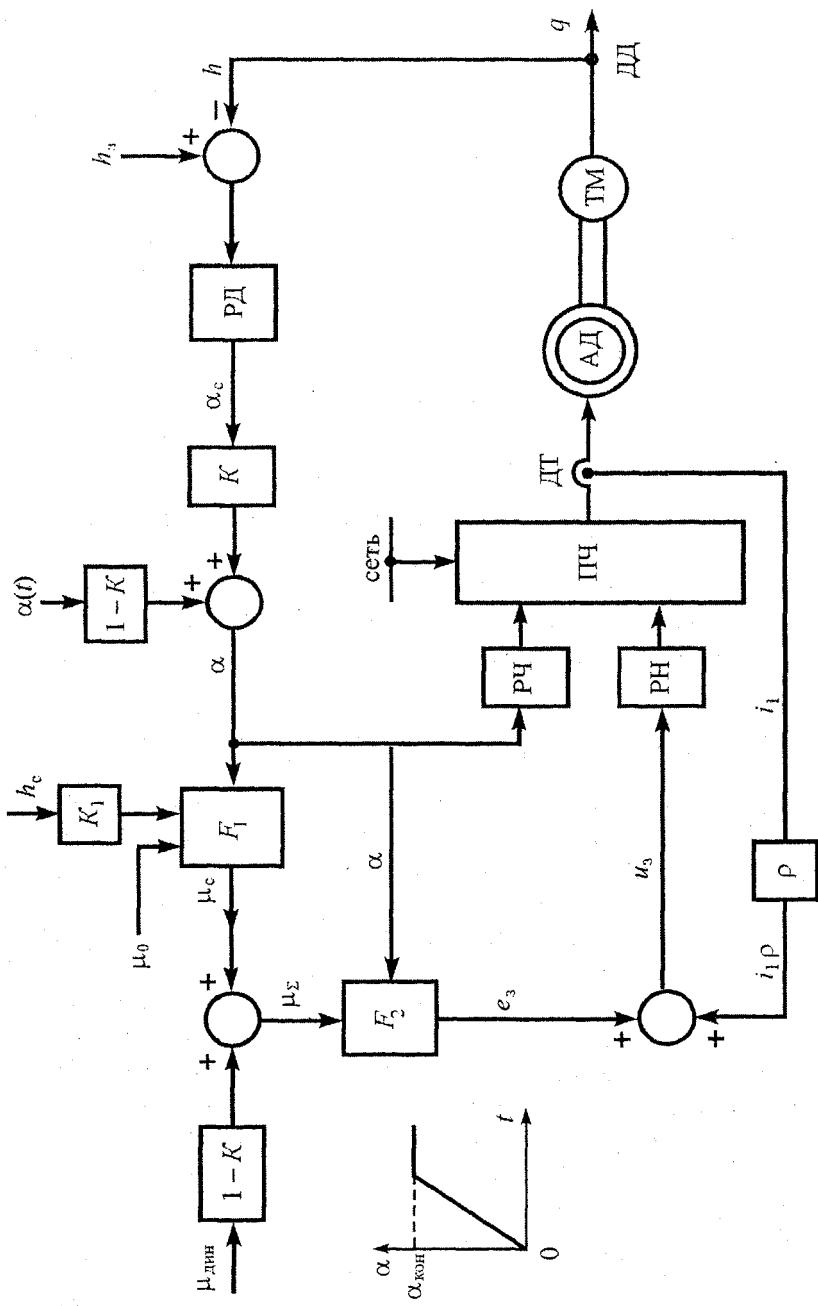


Рис. 7.10. Функциональная схема частотно-регулируемого электропривода турбомеханизма при стабилизации давления

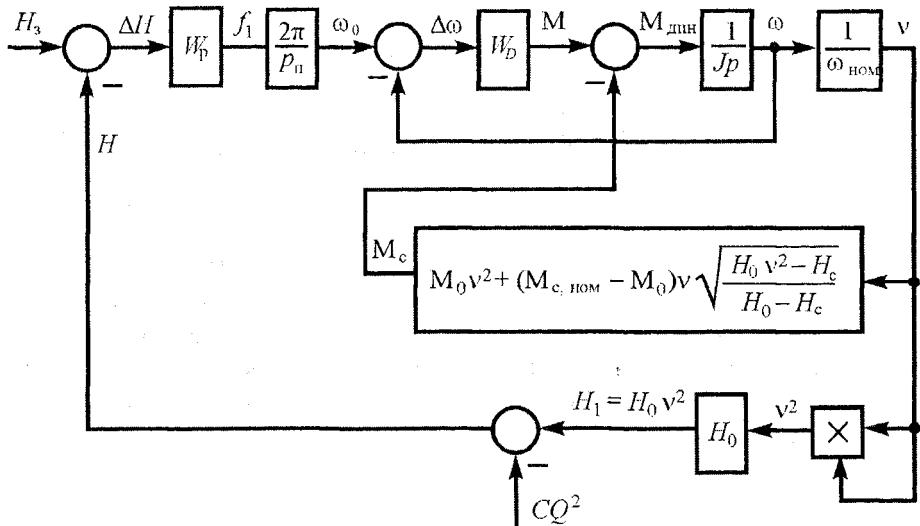


Рис. 7.11. Структурная схема электропривода при стабилизации напора в рабочем диапазоне частот: W_p – передаточная функция регулятора, W_D – передаточная функция АД

В результате получаем линеаризованную структурную схему, приведенную на рис. 7.12, где

$$H_1 = H_0 v = \frac{H_0}{\omega_{\text{ном}}} \cdot \omega, \quad (7.66)$$

H_1 – напор турбомеханизма при $Q = 0$ и данной скорости ω .

Структурную схему рис. 7.12 можно преобразовать к более удобному виду (рис. 7.13).

Для структурной схемы рис. 7.14, полученной из рис. 7.13, рассмотрим передаточную функцию от возмущающего воздействия Q'_L :

$$\frac{H(p)}{Q'_L(p)} = \frac{1}{W_0 + 1} \text{ при } H_3(p) = 0, \quad (7.67)$$

где

$$W_0 = W_p k_f W_2 k_H, \quad (7.68)$$

$$W_2 = \frac{\omega(p)}{\omega_0(p)} = \frac{k_\beta}{k_\beta + (1 + pT_s)(1 + pT_c)}, \quad (7.69)$$

$$\left. \begin{aligned} k_{\beta} &= \frac{\beta}{\beta_c}; T_c = \frac{J}{\beta_c}, \\ k_H &= \frac{H_0}{\omega_{\text{ном}}}; Q'_L = cQ^2 - k_H k_{\beta} \Delta\omega', \\ k_H k_{\beta} \Delta\omega' &= k_H \left(\omega_{\min} - \frac{M_{\min}}{\beta} \right). \end{aligned} \right\} \quad (7.70)$$

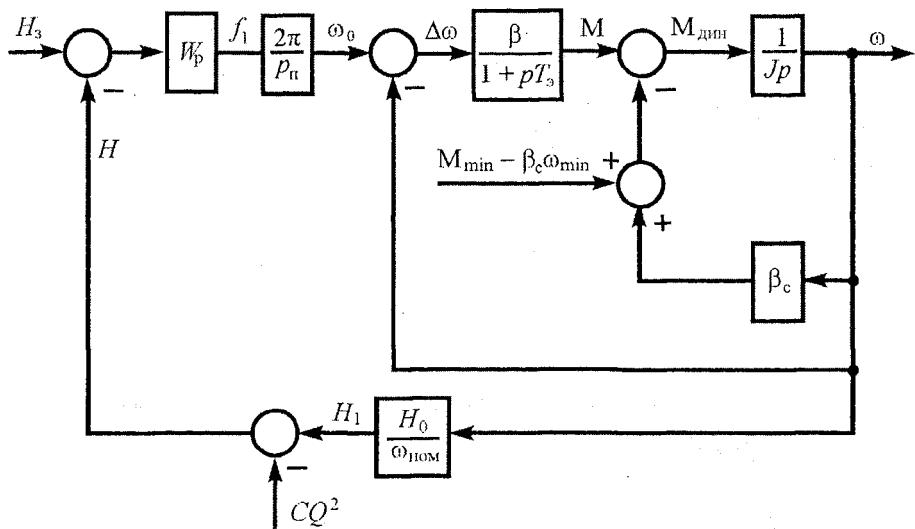


Рис. 7.12. Линеаризованная структурная схема электропривода при стабилизации напора в рабочем диапазоне

Обычно в электроприводе турбомеханизма предусматривается ПИ-регулятор давления с передаточной функцией

$$W_p = k_p + \frac{k_p}{T_{II} p}. \quad (7.71)$$

Подставляем (7.71) в (7.68) и с учетом (7.69) находим

$$W_0 = \frac{k_p T_{II} p + k_p}{T_{II} p} \cdot \frac{k_1}{k_{\beta} + (1 + pT_c)(1 + pT_c)}, \quad (7.72)$$

где

$$k_1 = k_f k_H k_{\beta}. \quad (7.73)$$

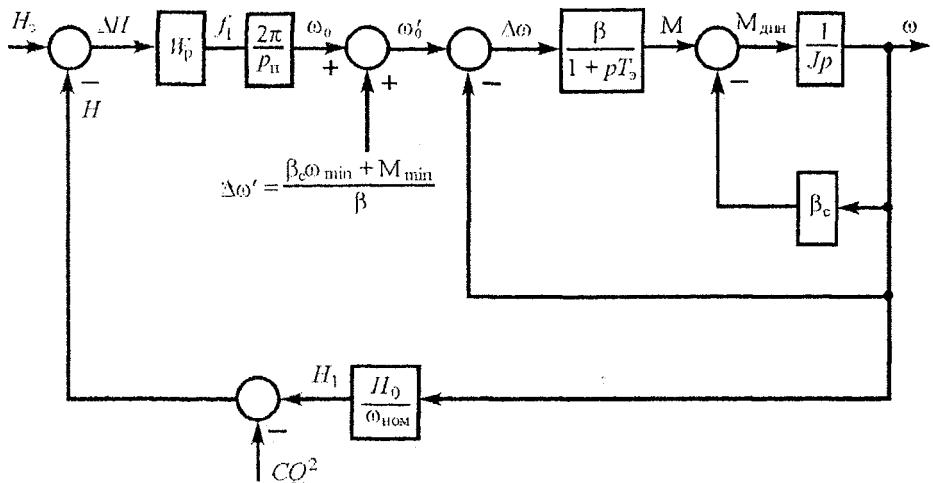


Рис. 7.13. Преобразованная линеаризованная структурная схема электропривода

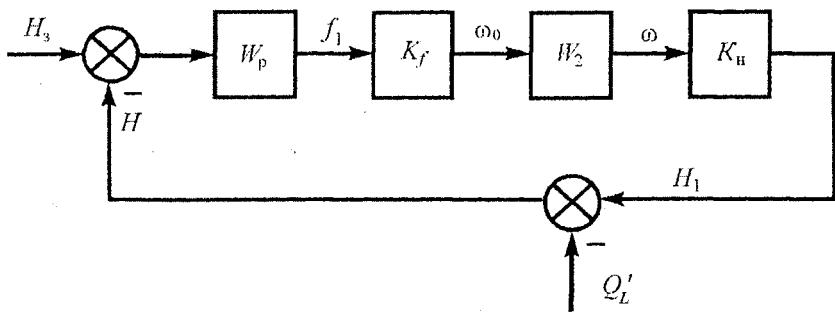


Рис. 7.14. Окончательный вид линеаризованной структурной схемы

Принимая

$$k_\beta + (1 + pT_s)(1 + pT_c) = 1 + pT_1,$$

получаем

$$W_0 = \frac{k_1 k_p (1 + pT_H)}{T_H p} \cdot \frac{1}{1 + pT_1}, \quad (7.74)$$

где

$$T_1 = T_s + T_c. \quad (7.75)$$

Постоянную интегрирования T_I регулятора давления принимаем равной

$$T_I = T_1 = T_s + T_c, \quad (7.76)$$

тогда

$$W_0 = \frac{k_1 k_p}{T_I p}, \quad (7.77)$$

и

$$\frac{H(p)}{Q'_L(p)} = \frac{1}{W_0 + 1} = \frac{T_I p}{T_I p + k_1 k_p}. \quad (7.78)$$

Коэффициент усиления регулятора давления находим из условия

$$H_3 = k_p f_{1\text{ном}}, \quad (7.79)$$

откуда

$$k_p = \frac{H_3}{f_{1\text{ном}}}. \quad (7.80)$$

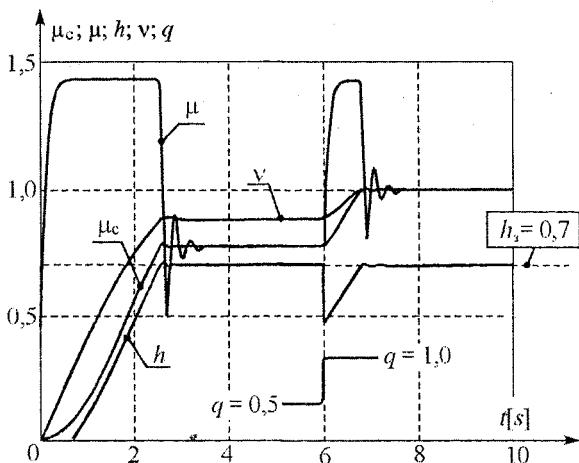


Рис. 7.15. Кривые основных величин электропривода при разгоне турбомеханизма с постоянным электромагнитным моментом и при скачкообразном изменении расхода

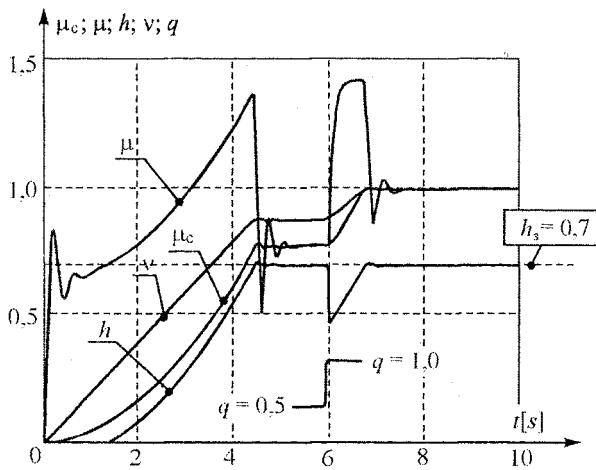


Рис. 7.16. Кривые основных величин электропривода при разгоне турбомеханизма с постоянным ускорением и при скачкообразном изменении расхода

Для полной структурной схемы рис. 7.11 было проведено имитационное моделирование с помощью программы Matlab/Simulink. На рис. 7.15 показаны кривые относительной скорости v , относительного электромагнитного момента μ , относительного статического момента μ_c , относительного напора h и относительного расхода q в процессе разгона электропривода и при скачкообразном изменении расхода. Рис. 7.16 показывает аналогичные кривые для случая стабилизации ускорения при разгоне турбомеханизма (оптимальный пуск) и затем изменении расхода q .

ГЛАВА 8. РЕГУЛИРОВАНИЕ СКОРОСТИ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ В КАСКАДНЫХ СИСТЕМАХ

8.1. Принцип регулирования скорости

Принцип регулирования скорости АД в каскадных схемах основан на введении добавочной ЭДС E_d частоты скольжения $f_2 = f_1 s$ в цепь ротора. В этом случае ток в цепи ротора определяется выражением

$$I_2 = \frac{E_2 s \pm E_d}{\sqrt{R_2^2 + (X_2 s)^2}}, \quad (8.1)$$

а электромагнитный момент

$$M = C_m \Phi_m I_2 \cos \psi_2 \approx C'_m I_2, \quad (8.2)$$

где R_2, X_2 – активное и индуктивное сопротивление фазы ротора;

E_d – ЭДС фазы при разомкнутой цепи ротора;

s – скольжение;

C'_m – коэффициент.

Если статический момент постоянный ($M_c = \text{const}$), то введение добавочной ЭДС со знаком минус приводит к уменьшению тока ротора и момента, а следовательно, к возрастанию скольжения до значения, при котором наступает равновесие электромагнитного и статического моментов. При согласованном введении добавочной ЭДС E_d (знак плюс в (8.1)) скольжение уменьшается и равновесие моментов наступает при более высокой скорости. При этом возможна работа АД в двигательном режиме при отрицательном скольжении. Проблема каскадного регулирования состоит в том, чтобы добавочная ЭДС имела такую же частоту, как и ток ротора. В зависимости от способов созда-

ния добавочной ЭДС и введения ее в цепь ротора АД существует много разновидностей каскадных схем. В настоящее время основными являются две каскадные схемы: 1) машинно-вентильный (электромеханический) каскад, 2) асинхронно-вентильный (электрический) каскад.

Электромеханический каскад с промежуточным звеном постоянного тока в виде одноякорного преобразователя был предложен Кремером в 1904 году, а электрический каскад с непосредственным электромашинным коллекторным преобразователем частоты предложил Шербиус в 1905 году [28]. Современные преобразовательные устройства в роторной цепи АД являются полупроводниковыми. Если поток энергии в роторной цепи АД односторонний, то имеем каскад с однозонным регулированием скорости, главным образом, вниз от основной. При возможности передачи энергии в роторной цепи в двух направлениях получаем каскад с двухзонным регулированием скорости: вниз и вверх от основной. В каскадных системах мощность скольжения

$$P_{\text{ск}} = P_{\text{эм}} s = M \omega_0 s \quad (8.3)$$

полезно используется. Она за вычетом потерь возвращается на вал электродвигателя в электромеханическом каскаде или возвращается в сеть в электрическом каскаде.

В электромеханическом каскаде регулирование скорости осуществляется при постоянной мощности. Эти каскады имеют сравнительно ограниченное применение. Они применяются в основном в установках большой мощности при диапазоне регулирования скорости $D \leq 2$. С их свойствами и характеристиками можно подробнее познакомиться в [12, 13, 15, 37]. Более распространенными являются электрические каскады, которые получили название асинхронно-вентильные каскады (АВК).

8.2. Асинхронно-вентильный каскад

Асинхронно-вентильные каскады (АВК) обычно создаются для однозонного регулирования скорости вниз от основной. Каскад включает неуправляемый (диодный) выпрямитель НВ в роторной цепи АД, ведомый сетью инвертор ВИ с системой управления СУ, согласующий трансформатор Тр (рис. 8.1). Для сглаживания выпрямленного тока используется дроссель Др. Добавочная ЭДС в цепи выпрямленного тока создается ведомым сетью инвертором ВИ. На рис. 8.2 показана эквивалентная схема АВК для цепи выпрямленного тока. На этой схеме обозначены:

E_{d0} – максимальное значение выпрямленной ЭДС обмотки ротора при разомкнутой цепи ($I_2 = 0$), которое для трехфазного мостового выпрямителя составляет

$$E_{d0} = 2,34 E_2 = 1,35 E_{2\text{л}}, \quad (8.4)$$

где E_2 , $E_{2\pi}$ – соответственно действующее значение фазной и линейной ЭДС обмотки ротора;

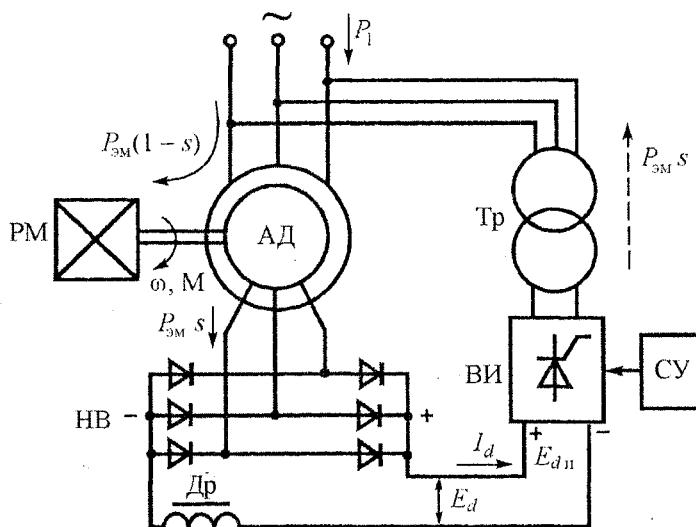


Рис. 8.1. Асинхронно-вентильный каскад

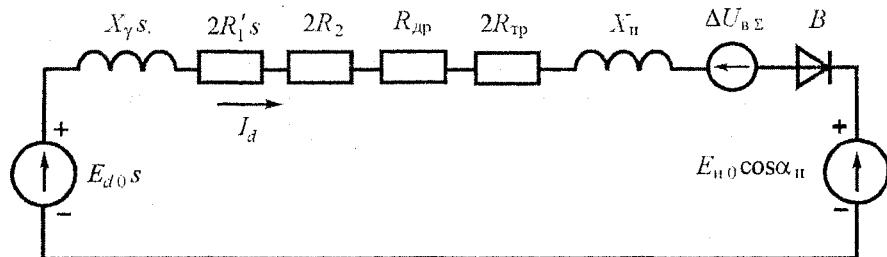


Рис. 8.2. Эквивалентная схема АВК для цепи выпрямленного тока

X_γ – эквивалентное индуктивное сопротивление, обусловленное углом коммутации вентилей, которое приведено к цепи постоянного тока:

$$X_\gamma = \frac{m X_d}{2\pi} = \frac{3 X_d}{\pi}, \quad (8.5)$$

где

$$X_d = X_2 + X'_1, \quad (8.6)$$

$$X'_1 = X_1 \left(\frac{w_2}{w_1} \right)^2; \quad (8.7)$$

$$R'_1 = R_1 \left(\frac{w_2}{w_1} \right)^2, \quad (8.8)$$

w_1, w_2 – числа витков фазы обмотки статора и ротора,

R_1, R_2 – активные сопротивления фаз обмотки статора и ротора АД;

R_{dp} – активное сопротивление дросселя;

$$R_{tp} = R_{2tp} + R_{1tp} \left(\frac{w_{2tp}}{w_{1tp}} \right)^2; \quad (8.9)$$

$$X_{tp} = X_{2tp} + X_{1tp} \left(\frac{w_{2tp}}{w_{1tp}} \right)^2; \quad (8.10)$$

$$X_u = \frac{m_u X_{tp}}{2\pi}, \quad (8.11)$$

R_{tp}, X_{tp} – активное и индуктивное сопротивления трансформатора Тр, приведенные ко вторичной обмотке,

w_{1tp}, w_{2tp} – числа витков первичной и вторичной обмоток согласующего трансформатора Тр,

m, m_u – число пульсов выпрямителя НВ и инвертора ВИ,

X_u – эквивалентное сопротивление, соответствующее коммутационному падению напряжения в цепи постоянного тока инвертора;

$\Delta U_{b\Sigma}$ – суммарное падение напряжения на проводящих вентилях выпрямителя и инвертора;

E_{d0} – наибольшее среднее значение ЭДС инвертора;

B – идеальный вентиль, показывающий однонаправленное протекание выпрямленного тока I_d

Выпрямленный ток ротора I_d определяется суммарной ЭДС выпрямителя НВ и инвертора ВИ и эквивалентным сопротивлением цепи выпрямленного тока [15, 41]:

$$I_d = \frac{E_{d0}s - E_\Sigma}{(X_\gamma + 2R'_1)s + R_{2\Sigma}}, \quad (8.12)$$

где

$$E_\Sigma = E_{d0} \cos \alpha_u + \Delta U_{b\Sigma}, \quad (8.13)$$

$$R_{2\Sigma} = 2R_2 + R_{\text{tp}} + R_{\text{dp}} + X_{\text{u}}, \quad (8.14)$$

α_{u} – угол открывания вентиляй ВИ в инверторном режиме.

Скольжение s_0 , соответствующее идеальному холостому ходу двигателя в АВК, находим, полагая $I_d = 0$ в (8.12):

$$s_0 = \frac{E_{\Sigma}}{E_{d0}} = \frac{E_{u0} \cos \alpha_u + \Delta U_{B\Sigma}}{E_{d0}}. \quad (8.15)$$

Угловая скорость ω_{0k} идеального холостого хода АВК определяется выражением

$$\omega_{0k} = \omega_0^*(1 - s_0), \quad (8.16)$$

где ω_0 – синхронная угловая скорость АД.

Электромагнитную мощность $P_{\text{эм}}$, которая передается роторной цепи от статора АД, можно выразить через параметры выпрямленного тока

$$P_{\text{эм}} = E_{d0} I_d - I_d^2 X_{\gamma} - 2I_d^2 R'_1. \quad (8.17)$$

Обозначив

$$\frac{R'_1}{X_{\gamma}} = \frac{R'_1}{R_{2\Sigma}} \cdot \frac{R_{2\Sigma}}{X_{\gamma}} = a_1 s_{k1}, \quad (8.18)$$

$$a_1 = \frac{R'_1}{R_{2\Sigma}}, \quad (8.19)$$

$$s_{k1} = \frac{R_{2\Sigma}}{X_{\gamma}}, \quad (8.20)$$

$$b = 1 + 2a_1 s_{k1}, \quad (8.21)$$

представим (8.12) в виде:

$$I_d = \frac{E_{d0}(s - s_0)}{X_{\gamma}(bs + s_{k1})}. \quad (8.22)$$

Подставляя (8.22) в (8.17), получим

$$P_{\text{эм}} = \frac{E_{d0}^2}{X_{\gamma}} \cdot \frac{(s - s_0)(bs_0 + s_{k1})}{(bs + s_{k1})^2}. \quad (8.23)$$

Подобно частотному управлению АД, введем абсолютное скольжение

$$s_a = s - s_0 = (\omega_{0k} - \omega) / \omega_0. \quad (8.24)$$

Обозначая для удобства

$$s'_k = \frac{s_{k1}}{b}, \quad (8.25)$$

преобразуем выражение электромагнитной мощности (8.23) к виду:

$$P_{em} = \frac{E_{do}^2}{bX_\gamma} \cdot \frac{s_a(s_0 + s'_k)}{(s_a + s_0 + s'_k)^2}. \quad (8.26)$$

Максимальное значение P_{em} электромагнитная мощность (8.26) принимает при абсолютном скольжении

$$s_{am} = s_0 + s'_k, \quad (8.27)$$

подстановка которого в (8.26) приводит к результату

$$P_m = \frac{E_{do}^2}{4bX_\gamma}. \quad (8.28)$$

Разделив (8.26) на синхронную угловую скорость ω_0 АД, получим выражение для электромагнитного момента

$$M = M_k \cdot \frac{s_a(s_0 + s'_k)}{(s_a + s_0 + s'_k)^2}, \quad (8.29)$$

где

$$M_k = \frac{E_{do}^2}{\omega_0 b X_\gamma}. \quad (8.30)$$

Как и для частотного управления, обозначим относительную скорость идеального холостого хода каскада

$$\alpha = \frac{\omega_{0k}}{\omega_0} = 1 - s_0. \quad (8.31)$$

Теперь текущее значение угловой скорости АД можно записать в виде

$$\omega = \omega_0(\alpha - s_a), \quad (8.32)$$

а электромагнитный момент (8.29) представить как функцию α и s_a :

$$M = M_k \cdot \frac{s_a(s_{kn} - \alpha)}{(s_{kn} - \alpha + s_a)^2}, \quad (8.33)$$

где

$$s_{kn} = 1 + s'_k. \quad (8.34)$$

Выражения (8.33) и (8.32) дают параметрическое уравнение механических характеристик АД в АВК.

Модуль жесткости

$$\beta = \left| \frac{\partial M}{\partial \omega} \right| = \frac{M_k}{\omega_0} \cdot \frac{(s_{k,n} - \alpha) \left[(s_{k,n} - \alpha)^2 - s_a^2 \right]}{(s_{k,n} - \alpha + s_a)^4} \quad (8.35)$$

этих характеристик, как показывает анализ, уменьшается с уменьшением α при одной и той же нагрузке ($s_a = \text{const}$). Поэтому механические характеристики АД при разных α не будут конгруэнтными, в отличие от характеристик АД при частотном управлении с постоянным магнитным потоком (рис. 8.3).

Механические характеристики (8.32) – (8.33) могут быть линеаризованы при $s_a \ll s_{k,n} - \alpha$ с получением уравнения

$$\omega = \alpha \omega_0 - \frac{M}{\beta_n}, \quad (8.36)$$

где

$$\beta_n = \frac{M_k}{\omega_0 (s_{k,n} - \alpha)}, \quad (8.37)$$

β_n – модуль жесткости линеаризованной механической характеристики при данном α .

Следует заметить, что из-за значительной величины $R_{2,\Sigma}$, определяемой (8.14), жесткость механических характеристик асинхронного двигателя в АВК значительно ниже, чем естественной характеристики.

Регулировочные свойства АВК ограничены пределами изменения угла инвертирования $\alpha_{ii,min} \leq \alpha_{ii} \leq 90^\circ$. Минимальная величина угла инвертирования обусловлена устойчивой работой инвертора и составляет обычно $\alpha_{ii,min} \geq 20$ электрических градусов.

Электромагнитный момент асинхронного двигателя в АВК

$$M = P_{em} / \omega_0 \quad (8.38)$$

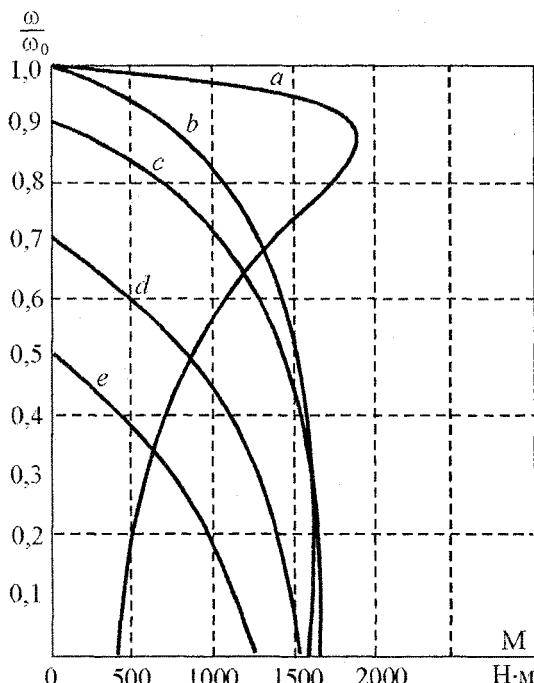


Рис. 8.3. Механические характеристики АВК с АД типа 4АНК250М4, 110 кВт, 380/220 В:

a – естественная характеристика; b – $s_0 = 0$;

c – $s_0 = 0,1$; d – $s_0 = 0,3$; e – $s_0 = 0,5$

не зависит от параметра регулирования s_0 , поэтому регулирование скорости в АВК выполняется при допустимом по условию нагрева моменте АД. Диапазон регулирования находится в пределах 1,5–10. Коэффициент мощности низкий ($\cos \varphi \approx 0,25 \div 0,45$), что обусловлено большим потреблением реактивной мощности АД и ВИ, а также искажением кривой тока инвертора. К. п. д. при максимальной скорости находится в пределах (80–90) %. Мощность АВК составляет от десятков киловатт до десятков мегаватт.

Классической областью применения АВК являются турбомеханизмы, кроме того, они используются в нагрузочных стендах, в машинах текстильного, бумажного и прокатного производства, в подъемных машинах и других установках.

Для ликвидации такого недостатка как низкий коэффициент мощности применяют сложные схемы силовых преобразователей и специальные законы управления. Эффективным средством повышения коэффициента мощности АВК является использование полностью управляемых полупроводниковых приборов, например, транзисторов типа IGBT в инверторе [54].

Двухзонное регулирование скорости в АВК требует двухстороннего направления энергии в роторной цепи. Такие режимы реализуются в машинах двойного питания (МДП).

8.3. Машина двойного питания

Если в роторную цепь АД с фазным ротором включить преобразователь частоты ПЧ с двусторонним направлением энергии и системой управления

СУ, то получим машину двойного питания (рис. 8.4). В качестве преобразователя частоты чаще всего используется непосредственный преобразователь частоты (НПЧ), частота и амплитуда напряжения на выходе которого могут регулироваться по данному закону с помощью системы управления. НПЧ управляется таким образом, что в роторе АД создается врачающееся магнитное поле необходимой амплитуды, частоты и фазы, которое может вращаться в направлении вращения ротора или против него. Управление НПЧ обеспечивает свободный обмен энергией между обмотками ротора и электрической сетью. Для согласования электрических величин ротор-

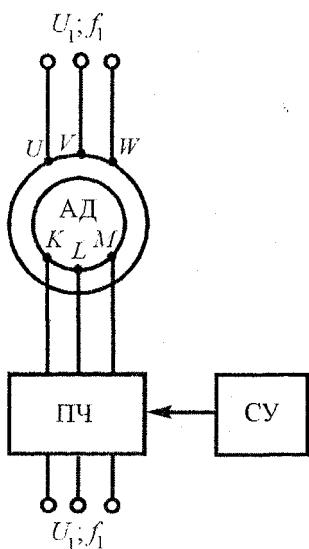


Рис. 8.4. Машина двойного питания
202

ра и сети обычно используется трансформатор. Поскольку частота тока ротора f_2 связана с частотой тока статора f_1 через скольжение s :

$$f_2 = f_1 s, \quad (8.39)$$

то угловая скорость ω ротора АД может быть записана в виде

$$\omega = \omega_0 \frac{f_1 \pm f_2}{f_1}, \quad (8.40)$$

где знак плюс соответствует такому порядку чередования фаз на выходе ПЧ, при котором направление вращения магнитного поля ротора и самого ротора противоположные. При этом угловая скорость ротора ω выше синхронной угловой скорости ω_0 .

Установившийся режим работы МДП описывается векторными уравнениями [15]:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{I}_1 R_1 + j \dot{I}_1 X_1 + j \dot{I}_\mu X_\mu, \\ \frac{\dot{U}'_2}{s} &= \dot{I}'_2 \frac{R'_2}{s} + j \dot{I}'_2 X'_2 + j \dot{I}_\mu X_\mu, \end{aligned} \right\} \quad (8.41)$$

которым соответствует эквивалентная схема рис. 8.5. Здесь \dot{U}_1 – вектор напряжения статора АД;

$\frac{\dot{U}'_2}{s}$ – приведенный к статору вектор напряжения ротора;

R_1, X_1 – активное и индуктивное сопротивления фазы статора при номинальной частоте;

R'_2, X'_2 – приведенные к статору активное и индуктивное сопротивления фазы ротора;

X_μ – индуктивное сопротивление намагничивающего контура при номинальной частоте;

\dot{I}_μ – вектор намагничивающего тока.

Для построения векторной диаграммы МДП примем, что векторы напряжения статора и ротора в комплексной плоскости $\text{Re} - \text{Im}$ имеют такие выражения (рис. 8.6):

$$U'_1 = U_1 e^{j\theta}; \quad \frac{\dot{U}'_2}{s} = \frac{U'_2}{s} e^{j\delta}, \quad (8.42)$$

где

$$\theta = \angle(-\dot{E}_1, \dot{U}_1); \quad \delta = \angle\left(\dot{E}_1, -\frac{\dot{U}'_2}{s}\right). \quad (8.43)$$

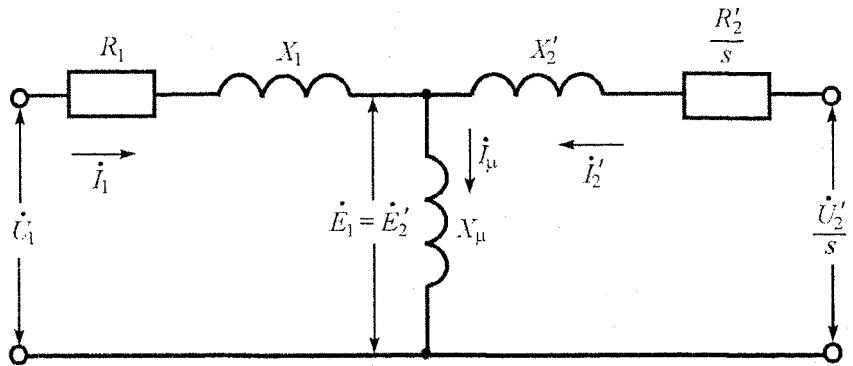
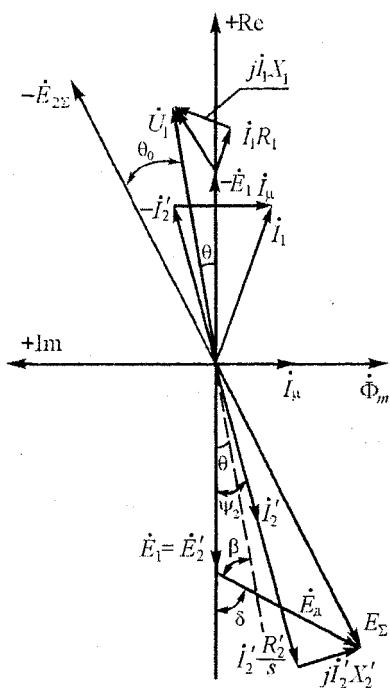


Рис. 8.5. Эквивалентная схема МДП

При этом добавочная ЭДС \dot{E}_d , которая вводится в цепь ротора, может быть записана в виде [42]:



$$\dot{E}_d = -\frac{\dot{U}'_2}{s}. \quad (8.44)$$

Вектор суммарной ЭДС \dot{E}_Σ в принятой системе координат в комплексной плоскости

$$\dot{E}_\Sigma = -(E'_2 + E_d \cos \delta + jE_d \sin \delta) \quad (8.45)$$

будет определять вектор приведенного тока ротора:

$$\begin{aligned} \dot{I}'_2 &= \frac{\dot{E}_\Sigma}{Z'_2} = \\ &= -\frac{E'_2 s + U'_2 \cos \delta + jU'_2 \sin \delta}{R'_2 + jX'_2 s} = \quad (8.46) \\ &= -(I'_{2a} + jI'_{2p}), \end{aligned}$$

где активная I'_{2a} и реактивная I'_{2p} составляющие приведенного тока ротора выражаются зависимостями:

Рис. 8.6. Векторная диаграмма МДП

$$I'_{2a} = \frac{E'_2 s R'_2}{R'^2_2 + (X'_2 s)^2} \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon \cos \delta}{s} + \frac{\varepsilon \sin \delta}{s_p} \right), \quad (8.47)$$

$$I'_{2p} = \frac{E'_2 s R'_2}{R'^2_2 + (X'_2 s)^2} \cdot \left(\frac{\varepsilon \sin \delta}{s} - \frac{1}{s_p} (s + \varepsilon \cos \delta) \right), \quad (8.48)$$

$$\varepsilon = \frac{U'_2}{E'_2} = \frac{U_2}{E_2}, \quad (8.49)$$

$$s_p = \frac{R'_2}{X'_2} = \frac{R_2}{X_2}. \quad (8.50)$$

Электромагнитный момент трехфазной МДП определяется активной составляющей тока ротора:

$$M = \frac{3E'_2 \cdot I'_{2a}}{\omega_0}. \quad (8.51)$$

Подставляя (8.47) в (8.51), получаем

$$M = \frac{E'^2_2 s R'_2}{\omega_0 [R'^2_2 + (X'_2 s)^2]} \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon \cos \delta}{s} + \frac{\varepsilon \sin \delta}{s_p} \right). \quad (8.52)$$

В соответствии с эквивалентной схемой рис. 8.5 можно найти соотношения между ЭДС E_1 и напряжением статора U_1 :

$$E_1 = E'_2 = U_1 \sqrt{\frac{R'^2_2 + (X'_2 s)^2}{(R_1 s + R'_2)^2 + (X_k s)^2}}, \quad (8.53)$$

где

$$X_k = X_1 + X'_2. \quad (8.54)$$

Преобразуя (8.52) с учетом (8.53), получаем выражение электромагнитного момента МДП:

$$M = \frac{2M_k (1 + as_k)}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} + 2as_k} \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon \cos \delta}{s} + \frac{\varepsilon \sin \delta}{s_p} \right), \quad (8.55)$$

где

$$\left. \begin{aligned} M_k &= \frac{3U_1^2}{2\omega_0 \left(R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + X_k^2} \right)}, \\ s_k &= \pm \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + X_k^2}}, \quad a = \frac{R_1}{R_2}, \end{aligned} \right\} \quad (8.56)$$

M_k, s_k – критический момент и критическое скольжение трехфазного АД ($\epsilon = 0$).

Как следует из (8.55), электромагнитный момент МДП имеет три составляющие. Первая составляющая соответствует обычному асинхронному двигателю, когда отсутствует добавочная ЭДС в цепи ротора ($\epsilon = 0$). Вторая составляющая обусловлена добавочной ЭДС, которая вводится в роторную цепь с целью воздействия на скорость двигателя. Третья составляющая связана с воздействием на коэффициент мощности. Как показано в [37], первая и третья составляющие достигают максимального значения при скольжении $s = \pm s_k$, а вторая – при $s = 0$. В зависимости от режима работы МДП каждая из составляющих может иметь главное значение.

Если исследовать на экстремум (8.55), то можно найти, что при скольжении

$$s_m = -s_0 \pm \sqrt{s_0^2 + s_k^2} \quad (8.57)$$

электромагнитный момент МДП имеет максимальное значение

$$M_m = M_k \left(1 + \frac{\epsilon}{s_p} \sin \delta \right) \cdot \frac{s_k}{s_m}, \quad (8.58)$$

где

$$s_0 = -\frac{\epsilon \cos \delta}{1 + \frac{\epsilon}{s_p} \sin \delta} \quad (8.59)$$

называется скольжением идеального холостого хода МДП при $M = 0$.

Скорость идеального холостого хода МДП

$$\omega_{0\text{МДП}} = \omega_0 (1 - s_0). \quad (8.60)$$

Если $\delta = 0^\circ$ или $\delta = 180^\circ$, то воздействие добавочной ЭДС будет только на скорость ротора. Принимая $a = 0$ в (8.55), механические характеристики МДП можно выразить параметрическим уравнением

$$\left. \begin{aligned} M &= 2M_k s_k \frac{s_a}{(s_a \mp \varepsilon)^2 + s_k^2}, \\ \omega &= \omega_0 (1 \pm \varepsilon - s_a), \end{aligned} \right\} \quad (8.61)$$

где

$$s_a = s - s_0; \quad s_0 = \mp \varepsilon,$$

s_a — абсолютное скольжение.

В этом случае при скольжении

$$s_m = \pm \sqrt{\varepsilon^2 + s_k^2} \mp \varepsilon \quad (8.62)$$

или

$$s_{a,k} = \pm \sqrt{\varepsilon^2 + s_k^2} \quad (8.63)$$

электромагнитный момент принимает максимальное значение

$$M_m = M_k \frac{s_k}{s_m}. \quad (8.64)$$

При $0 < \delta < 180^\circ$ роторная цепь МДП будет вырабатывать реактивную мощность емкостного характера. При управлении МДП за независимую переменную можно взять угол δ или s . В связи с этим возможна работа МДП в синхронном или асинхронном режиме. В синхронном режиме скольжение s постоянное, следовательно, скорость ротора

$$\omega = \omega_0 (1 - s)$$

тоже будет постоянной. Желаемая скорость ротора

$$\omega = \omega_0 \frac{f_1 \pm f_2}{f_1}$$

устанавливается с помощью частоты тока ротора f_2 независимо от величины момента на валу МДП. Необходимая величина электромагнитного момента получается за счет угла θ_0 между векторами \vec{U}_1 и \vec{E}_Σ (см. рис. 8.6), который, в свою очередь, зависит от регулируемого угла δ . В синхронном режиме электромагнитный момент обеспечивается или изменением ε (U'_2) или при $\varepsilon = \text{const}$ изменением угла δ , что обычно происходит в синхронной машине.

При $\delta = \text{const}$ и $U'_2 = \text{var}$ МДП работает в синхронном режиме при переменном возбуждении. Этот режим определяется U -образными характеристиками. Если $s = 0$, то синхронный режим соответствует обычной синхронной машине.

В асинхронном режиме скольжение $s = \text{var}$, а угол $\delta = \text{const}$, что выполняется с помощью изменения U_2' в зависимости от нагрузки $\left(\frac{U_2'}{s} = \text{const} \right)$. При

$U_2' = 0$ и $\delta = 0$ получаем обычный АД. При $\delta = 0$ ($s_0 = -\varepsilon$) МДП работает в надсинхронном режиме, а при $\delta = 180^\circ$ ($s_0 = \varepsilon$) – в подсинхронном режиме. При $\delta > 0$ повышается $\cos \varphi$ и критический момент МДП, а при $\delta < 0$ эти показатели уменьшаются. Механические характеристики МДП в асинхронном режиме показаны на рис. 8.7.

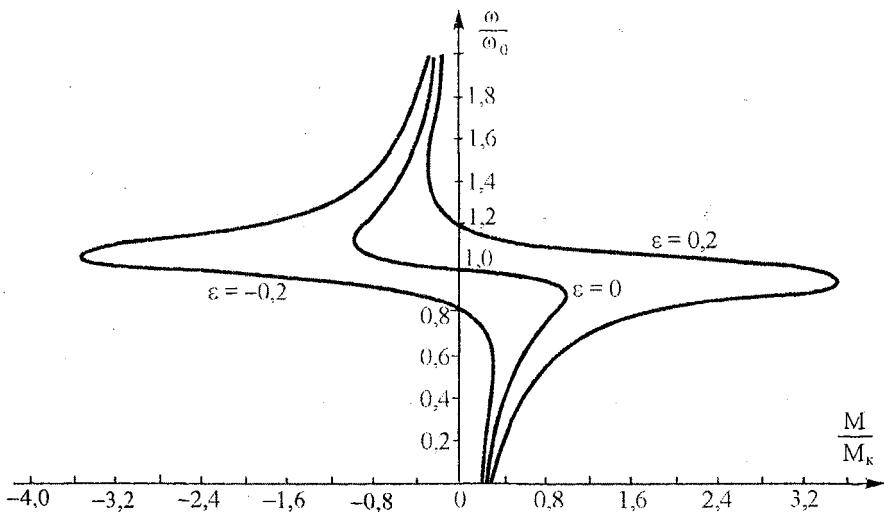


Рис. 8.7. Механические характеристики МДП на основе АД типа 4МТН355Л10, 160 кВт, 586 об/мин при $\delta = 0$, $\delta = 180^\circ$

Функциональная схема, которая позволяет получить синхронный и асинхронный режимы работы, приведена на рис. 8.8 [43]. Регулятор Р управляет преобразователем частоты ПЧ и через него – магнитным полем ротора МДП. Регулятор имеет два канала управления, в которых формируется закон управления вектором МДС ротора. Система управления регулятора многоканальная. Регулятор получает сигналы от датчиков напряжения электрической сети ДНС, датчиков тока ротора ДТР и тока статора ДТС, датчика положения ротора ДПР (в асинхронном режиме) и задающего генератора ЗГ частоты ротора (в синхронном режиме). На основании сигналов указанных датчиков формируется закон управления вектором МДС ротора. Датчики ДНС дают информацию о модуле, фазе и частоте вектора U_1 напряжения сети, а датчик

ДПР – информацию об угловом положении ротора φ относительно статора и угловой скорости ω ротора. Сигнал датчика ДПР определяет параметры вектора напряжения \dot{U}_2 источника независимой частоты ЗГ. Режим работы МДП определяется положением переключателя П: в положении 1 обеспечивается асинхронный режим МДП, а в положении 2 – синхронный.

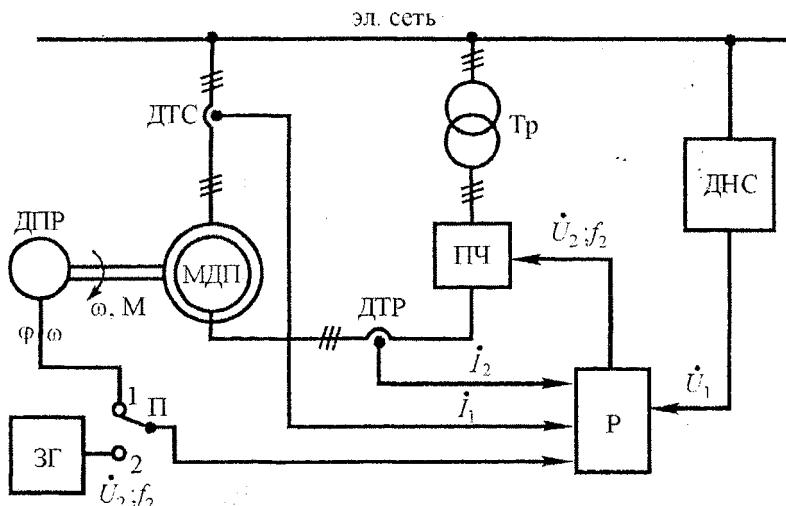


Рис. 8.8. Функциональная схема управления МДП

Одной из проблем применения МДП и каскадных схем в электроприводе является проблема пуска. Это связано с ограниченной мощностью преобразователей частоты и выпрямителей. Применяют реостатный и комбинированный способы пуска асинхронного двигателя. Для реостатного пуска используются сопротивления и индукционные реостаты. В индукционном реостате активно-индуктивное сопротивление обмотки, намотанной на стальной сердечник, изменяется с изменением частоты, что и происходит в цепи ротора во время пуска. Индукционные реостаты обычно применяют для пуска электроприводов турбомеханизмов.

Для тяжелых условий пуска МДП применяют комбинированный способ. Пуск разделяется на два этапа. На первом этапе обмотку статора МДП замыкают накоротко, а в роторную цепь включают ПЧ, который имеет максимальную частоту, соответствующую половине синхронной скорости АД. С помощью изменения частоты ПЧ от нуля до максимальной, разгоняют ротор двигателя до половины синхронной скорости. На втором этапе статорную обмотку размыкают и подключают на сеть. После этого частоту ПЧ плавно умень-

шают от максимального значения до нуля. Ротор двигателя увеличивает скорость от половинной до синхронной.

При таком комбинированном способе пуска установленная мощность ПЧ равна половине мощности МДП. Необходимо заметить, что при переключении обмотки статора на сеть в обмотке ротора индуцируется большая ЭДС.

8.4. Электроприводы согласованного вращения двигателей с использованием асинхронно-вентильного каскада

В различных областях техники возникают проблемы согласованного движения механизмов, находящихся на больших расстояниях: затворы шлюзов, механизмы разводных мостов, передвижения мостовых, козловых и порталенных кранов, движение транспортеров и так далее. Использование для этих целей длинных валов и сложных механических передач оказывается часто невозможным или неоправданным. Более целесообразными будут системы согласованного движения на основе синхронного и синфазного вращения электродвигателей.

В настоящее время имеются большие технические возможности для создания следящих систем с необходимыми точностными показателями в статических и динамических режимах. Но любое техническое решение должно быть рациональным, т. е. при одинаковых функциональных возможностях по сравнению с другими вариантами быть наиболее экономичным. При таком подходе для многих решений согласованного вращения оказывается целесообразным электрический вал [52]. Системы электрического вала делятся на две группы [12, 15, 37, 52]: 1) со вспомогательными уравнительными машинами и 2) с основными рабочими машинами (рабочий электрический вал). Присутствие вспомогательных машин в электрическом вале увеличивает его габариты, массу и стоимость.

В первом приближении мощность вспомогательных машин определяется разностью статических мощностей P_{c1} и P_{c2} на осях механизма при наибольшей неравномерности нагрузок

$$P_{\text{в.ном}} = \frac{P_{c1} - P_{c2}}{2}. \quad (8.65)$$

Поэтому при небольших колебаниях статического момента рациональным будет использование рабочего электрического вала (рис. 8.9). Особенность этой системы состоит в том, что в цепь роторов двигателей АД1 и АД2 электрического вала включено общее сопротивление R_d . При отсутствии R_d и одинаковых статических моментах $M_{c1} = M_{c2}$ на валах векторы ЭДС роторов АД1 и АД2 равны и при встречном включении их сумма рана нулю, т. е. в цепи ротора будет отсутствовать ток и двигатели не будут развивать электро-

магнитный момент. Чтобы обеспечить возможность протекания тока ротора каждого из двигателей при согласованном вращении роторов, включается общее сопротивление R_d . В связи с тем, что в рабочем электрическом вале наибольший уравнительный (синхронизирующий) момент зависит от скольжения s :

$$M_{\text{уп. max}} = \frac{2M_k s^2}{s^2 + s_{k,\text{и}}}, \quad (8.66)$$

для его увеличения рабочее скольжение повышают до (30÷40) %. В этом случае при синфазном вращении асинхронные двигатели АД1 и АД2 будут работать на искусственных (реостатных) характеристиках, развивая моменты

$$M_1 = M_2 = \frac{2M_k}{\frac{s}{s_{k,\text{и}}} + \frac{s_{k,\text{и}}}{s}}, \quad (8.67)$$

где

$$s_{k,\text{и}} = s_{k,e} \frac{R_2 + 2R_d}{R_2}, \quad (8.68)$$

$s_{k,e}$ – критическое скольжение на естественной механической характеристике;

M_k – критический момент,

R_2 – активное сопротивление фазы ротора двигателя.

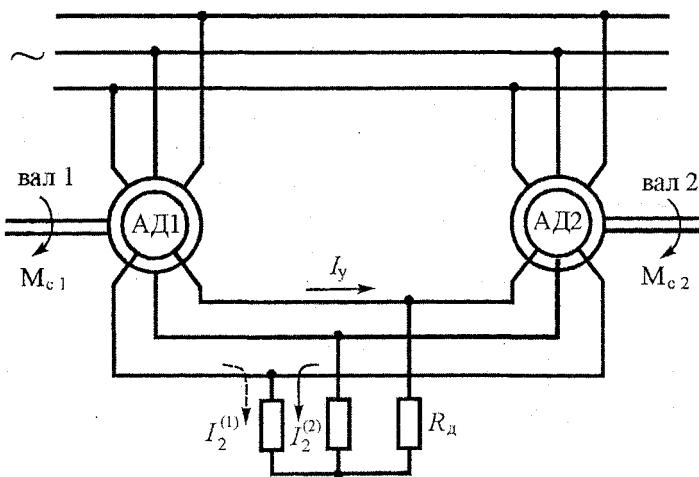


Рис. 8.9. Рабочий электрический вал

Переменные потери мощности в АД при работе на естественной механической характеристике со статическим моментом M_c определяются выражением

$$\Delta P_e = \left(1 + \frac{R_1}{R'_2}\right) M_c \omega_0 s_e, \quad (8.69)$$

соответственно – на искусственной характеристике при том же M_c и скольжением s_n :

$$\Delta P_n = \left(1 + \frac{R_1}{R'_{2\Sigma}}\right) M_c \omega_0 s_n. \quad (8.70)$$

Следовательно в установившемся режиме работы при синфазном вращении роторов АД переменные потери мощности в каждом двигателе возрастут в n раз, где

$$n = \frac{\Delta P_n}{\Delta P_e} \approx \frac{s_n}{s_e}.$$

Если взять $s_n = (30 \div 40)\%$, а $s_e \approx 10\%$, то $n = 3 \div 4$.

При длительной работе такого электрического вала будут значительные потери электроэнергии, что может поставить под сомнение целесообразность принятого решения. Проблемы модернизации исходной системы рабочего электрического вала рассматривались давно [53]. На наш взгляд можно повысить экономические показатели и одновременно улучшить электромеханические свойства рабочего электрического вала, если в цепи ротора АД использовать асинхронно-вентильный каскад (рис. 8.10). Следует сказать, что эта система электропривода не является новой, однако, свойства и характеристики этой системы не исследовались. Здесь мы и восполним этот пробел [50, 51].

Рассматриваемый электропривод на рис. 8.10 имеет два асинхронных электродвигателя с фазным ротором (АД1 и АД2), неуправляемый выпрямитель НВ, дроссель Др в цепи постоянного тока, ведомый сетью инвертор ВИ, систему

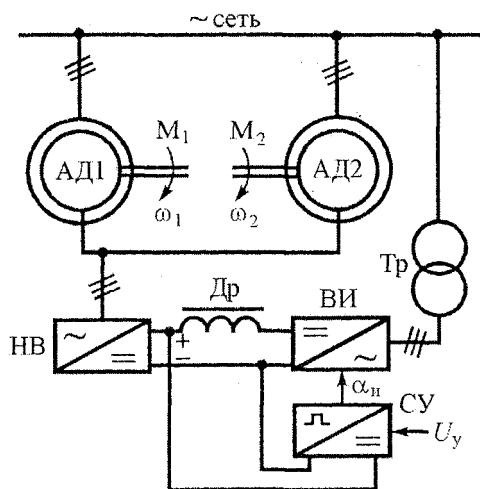


Рис. 8.10. Электропривод согласованного вращения АД

управления СУ инвертором и согласующий трансформатор Тр. С помощью управляющего напряжения U_y системы управления СУ устанавливается угол инвертирования α_u ведомого сетью инвертора ВИ, который определяет угловую скорость ω_0 идеального холостого хода каскада.

При согласованном вращении электродвигателей АД1 и АД2 (двигатели одинаковые, статические моменты на валу равны и т. д.) мощность скольжения каждого двигателя, за вычетом потерь, через НВ – ВИ – Тр возвращается в питательную сеть. Двигатели работают независимо, имея общую цепь постоянного тока. Поэтому при согласованном вращении механические характеристики двигателей можно рассматривать как характеристики двух независимых АВК. Эквивалентная схема одного АВК показана на рис. 8.2. На основании этой схемы были получены механические характеристики, которые выражаются параметрическим уравнением (8.33)–(8.32). Представим эти характеристики в безразмерных относительных величинах

$$\left. \begin{aligned} \mu &= \frac{M}{M_m} = \frac{4s_a(s_{k,n} - \alpha)}{(s_{k,n} - \alpha + s_a)^2}, \\ v &= \frac{\omega}{\omega_0} = \alpha - s_a, \end{aligned} \right\} \quad (8.71)$$

где

$$M_m = \frac{M_k}{4} = \frac{E_{d0}^2}{4bX_y\omega_0}, \quad (8.72)$$

M_m – наибольшее значение момента АД в системе АВК.

Жесткость механических характеристик (8.71):

$$\frac{d\mu}{dv} = -\frac{\partial\mu}{\partial s_a} = -\frac{4(s_{k,n} - \alpha)[(s_{k,n} - \alpha)^2 - s_a^2]}{(s_{k,n} - \alpha + s_a)^4}. \quad (8.73)$$

Модуль жесткости β^* этих характеристик является функцией α и s_a и при постоянном моменте ($s_a = \text{const}$) уменьшается с уменьшением α . Поэтому механические характеристики АД в АВК не будут конгруэнтными.

Линеаризованные механические характеристики (8.36) запишем в относительных единицах

$$v = \alpha - \frac{\mu}{\beta_n^*}, \quad (8.74)$$

где

$$\beta_n^* = \frac{4}{s_{k,n} - \alpha}, \quad (8.75)$$

β_{μ}^* – модуль жесткости линеаризованной механической характеристики, представленной в относительных величинах.

Заметим, что в (8.71) и дальше электромагнитный момент выражен в долях от максимального момента M_m в АВК, а не от номинального момента $M_{ном}$ двигателя. На рис. 8.11 показаны механические характеристики АД типа 4MTF(H)160L8 (7,5 кВт, 695 об/мин, 380/220 В) в АВК при отсутствии согласующего трансформатора и $R_{dp} = 0$, а на рис. 8.12 – зависимость (8.75). Двигатель указанного типа используется для механизма передвижения мостового крана грузоподъемностью 20/5 тонн.

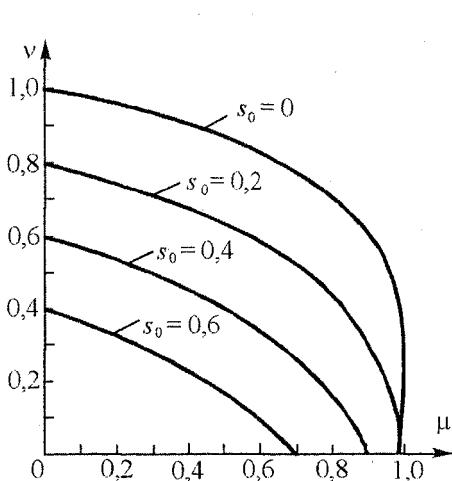


Рис. 8.11. Механические характеристики АД в системе АВК

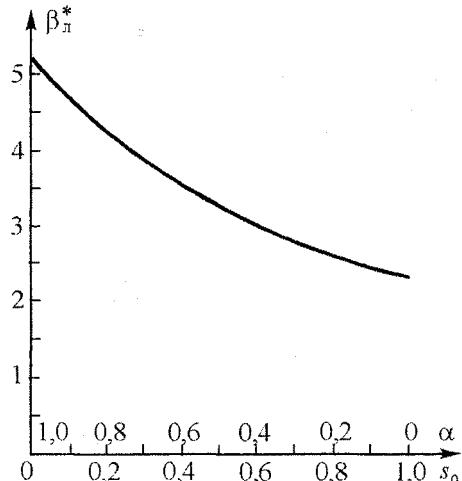


Рис. 8.12. Зависимость относительной жесткости линеаризованных механических характеристик от скольжения идеального холостого хода s_0 каскада

Если жесткость механических характеристик асинхронных двигателей АД1 и АД2 в разомкнутой системе АВК по технологическим требованиям будет недостаточной, то можно ввести в систему управления СУ (см. рис. 8.10) обратную связь по выпрямленной ЭДС

$$E_d = E_{d0}s = E_{d0}(s_a + s_0), \quad (8.76)$$

которая при изменении нагрузки (то есть s_a) будет воздействовать на угол инвертирования α_u ведомого сетью инвертора ВИ, изменения s_0 таким образом,

чтобы скорость АД оставалась на заданном уровне. На основании (8.74) и (8.75) можно определить необходимую величину

$$s_0 = 1 - \frac{4v_3 + s_{k,n}\mu}{4 + \mu}, \quad (8.77)$$

которая обеспечивает заданное значение v_3 относительной скорости v при изменении относительного момента μ (рис. 8.13). По выражению (8.77) рассчитываются требуемые углы инвертирования

$$\alpha_n = \arccos \left(\frac{E_{d,o} s_0 - \Delta U_{\Sigma}}{E_{n,o}} \right) \quad (8.78)$$

ведомого сетью инвертора, с помощью которых реализуются астатические характеристики $v = v_3$ в рабочем диапазоне нагрузок. Естественно, регулирование скорости в данной системе можно построить с помощью статического регулятора. При рассогласовании положения валов электродвигателей АД1 и АД2 на угол $\theta_{\text{зл}}$ возникает вектор ΔE суммарной ЭДС $E_2^{(1)}$ и $E_2^{(2)}$ двух роторов (рис. 8.14). Модуль суммарного вектора равен

$$\Delta E = 2E_{2,s} \sin \frac{\theta_{\text{зл}}}{2}, \quad (8.79)$$

где $E_{2,s}$ – действующее значение фазной ЭДС ротора АД при данной нагрузке.

Вектор ΔE суммарной ЭДС опережает вектор $E_2^{(1)}$ ЭДС ротора АД1 на угол

$$\delta = \frac{180^\circ - \theta_{\text{зл}}}{2} = 90^\circ - \theta_{\text{зл}} / 2 \quad (8.80)$$

и его можно записать в комплексной форме

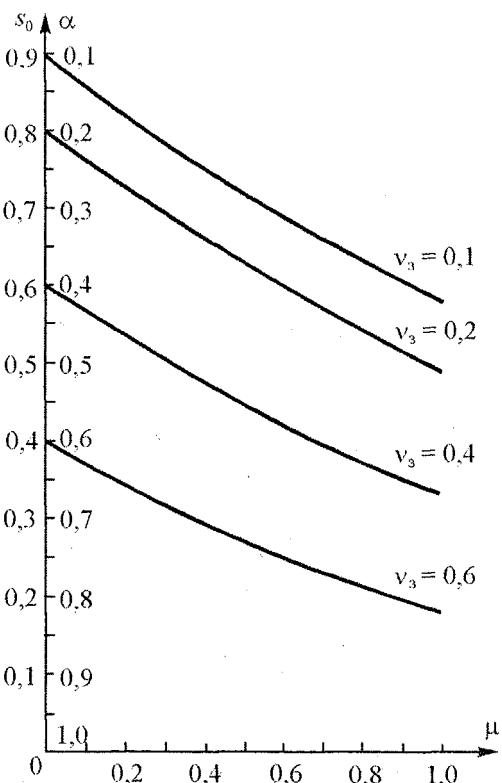


Рис. 8.13. Зависимость скольжения s_0 от относительного момента μ при поддержании заданной v_3 относительной скорости в замкнутой по ЭДС системе

$$\Delta \dot{E} = \Delta E e^{j\delta}, \quad (8.81)$$

где

$$j = \sqrt{-1}.$$

Следовательно, электродвигатель АД1 можно рассматривать как машину двойного питания, в роторную цепь которой введена добавочная ЭДС $\dot{E}_{\Delta 1}$ под углом $\pi + \delta$ (рис. 8.15):

$$\dot{E}_{\Delta 1} = E_{\Delta 1} e^{j(\pi+\delta)} = -\frac{\Delta E'}{s} e^{j\delta}, \quad (8.82)$$

где $\frac{\Delta E'}{s}$ – модуль добавочной ЭДС, приведенный к обмотке статора.

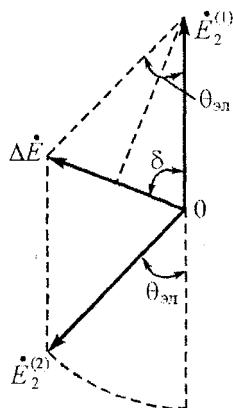


Рис. 8.14. Векторная диаграмма ЭДС роторов АД1 и АД2 при рассогласовании валов на угол $\theta_{\text{зп}}$

Для электродвигателя АД2 добавочная ЭДС будет иметь ту же величину, но противоположное направление:

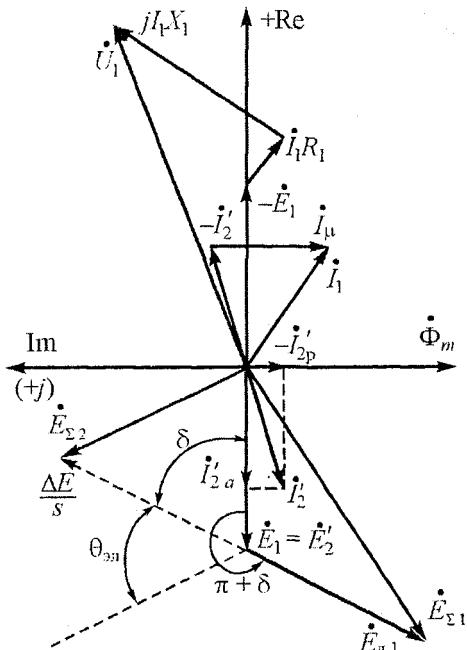


Рис. 8.15. Векторная диаграмма одного АД при рассогласовании валов на угол $\theta_{\text{зп}}$

$$\dot{E}_{\Delta 2} = E_{\Delta 2} e^{j\delta} = \frac{\Delta E'}{s} e^{j\delta}. \quad (8.83)$$

Под действием добавочной ЭДС в цепи роторов АД1 и АД2, минуя промежуточную цепь постоянного тока, будет протекать уравнительный ток

$$I_{yp} = \frac{\dot{E}'_{\Delta}}{Z_1 + Z_2}, \quad (8.84)$$

где Z_1 и Z_2 – комплексные сопротивления для цепи уравнительного тока АД1 и АД2.

Принимая $Z_1 = Z_2 = Z$, получим

$$\dot{I}_{yp} = \frac{\dot{E}'_{\Delta}}{2Z}. \quad (8.85)$$

Уравнительный ток, взаимодействуя с магнитными потоками электродвигателей, создает дополнительный момент, который для АД1 будет тормозным, а для АД2 – двигательным. Принимая во внимание сказанное и (8.85), можно представить эквивалентную схему асинхронного двигателя в виде, показанном на рис. 8.16. Теперь можно записать суммарный вектор ЭДС ротора для первого

$$\dot{E}_{\Sigma 1} = -E'_2 - \frac{\Delta E'}{2s} (\cos \delta + j \sin \delta), \quad (8.86)$$

и второго

$$\dot{E}_{\Sigma 2} = -E'_2 + \frac{\Delta E'}{2s} (\cos \delta + j \sin \delta) \quad (8.87)$$

электродвигателей, где E'_2 – приведенная к статору ЭДС фазы ротора (действующее значение).

Используя выражения (8.45)–(8.52), полученные для МДП, мы придем к формуле (8.55) с той лишь разницей, что для схемы рис. 8.16 относительная величина добавочной ЭДС

$$\frac{\Delta E'}{2E'_2} = \frac{\varepsilon}{2} = \sin \frac{\theta_{\text{зл}}}{2}, \quad (8.88)$$

тогда

$$M = \frac{2M_k(1+as_k)}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} + 2as_k} \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon \cos \delta}{s} + \frac{\varepsilon \sin \delta}{s_p} \right) \right]. \quad (8.89)$$

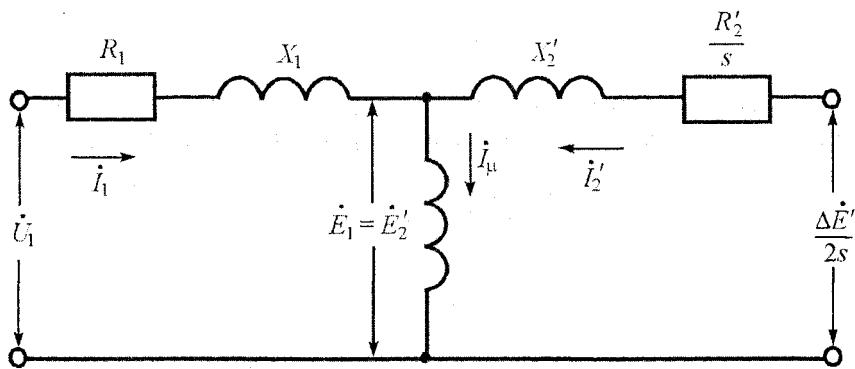


Рис. 8.16. Эквивалентная схема одного АД при рассогласовании валов на угол $\theta_{\text{эл}}$

Находим с учетом (8.79) и (8.80):

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon \cos \delta &= 2 \sin \frac{\theta_{\text{эл}}}{2} \cos \left(90^\circ - \frac{\theta_{\text{эл}}}{2} \right) = 1 - \cos \theta_{\text{эл}}, \\ \varepsilon \sin \delta &= 2 \sin \frac{\theta_{\text{эл}}}{2} \sin \left(90^\circ - \frac{\theta_{\text{эл}}}{2} \right) = \sin \theta_{\text{эл}} \end{aligned} \right\} \quad (8.90)$$

и подставляем в (8.89), в результате получаем момент АД1:

$$M_1 = \frac{2M_k(1+as_k)}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} + 2as_k} \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \cos \theta_{\text{эл}}}{s} + \frac{\sin \theta_{\text{эл}}}{s_p} \right) \right]. \quad (8.91)$$

Момент M_2 для АД2 будет иметь аналогичное выражение, только здесь в (8.90) следует взять $\varepsilon < 0$:

$$M_2 = \frac{2M_k(1+as_k)}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} + 2as_k} \cdot \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \cos \theta_{\text{эл}}}{s} + \frac{\sin \theta_{\text{эл}}}{s_p} \right) \right]. \quad (8.92)$$

Синхронизирующий (уравнительный) момент равен разности этих моментов

$$M_{\text{спин}} = M_{\text{уп}} = M_1 - M_2. \quad (8.93)$$

Относительная величина синхронизирующего момента

$$\mu_{\text{син}} = \frac{M_{\text{син}}}{M_k} = \frac{2(1+as_k)}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} + 2as_k} \cdot \left(\frac{1 - \cos \theta_{\text{эл}}}{s} + \frac{\sin \theta_{\text{эл}}}{s_p} \right) \quad (8.94)$$

является функцией скольжения s и угла рассогласования $\theta_{\text{эл}}$ в положении валов электродвигателей. Исследуя (8.94) на экстремум, можно найти скольжение

$$s_e = -F_1(\theta_{\text{эл}}) + \sqrt{F_1^2(\theta_{\text{эл}}) + s_k^2 F_2^2(\theta_{\text{эл}})}, \quad (8.95)$$

при котором синхронизирующий момент $\mu_{\text{син}}$ достигает максимума, где

$$F_1(\theta_{\text{эл}}) = s_p \frac{1 - \cos \theta_{\text{эл}}}{\sin \theta_{\text{эл}}}, \quad F_2(\theta_{\text{эл}}) = 1 - 2aF_1(\theta_{\text{эл}}). \quad (8.96)$$

На рис. 8.17 приведены зависимости скольжения s_e и максимального синхронизирующего момента $\mu_{\text{син. max}}$ от угла рассогласования $\theta_{\text{эл}}$, а на рис. 8.18 – $\mu_{\text{син}} = F(\theta_{\text{эл}})$ при различных значениях скольжения s для указанного ранее асинхронного двигателя. Можно видеть, что при углах рассогласования до 20 эл. град. и скольжениях $s = (40-60)\%$ синхронизирующий момент равен примерно половине критического момента асинхронного двигателя. Следует заметить, что величина синхронизирующего момента зависит от параметров АД, которые входят в величины s_k и s_p . Анализируя зависимость синхронизирующего момента от скольжения при различных значениях $\theta_{\text{эл}}$ (рис. 8.19), можно выявить, что с увеличением угла рассогласования максимум синхронизирующего момента смещается в сторону меньших скольжений и величина его более резко проявляется.

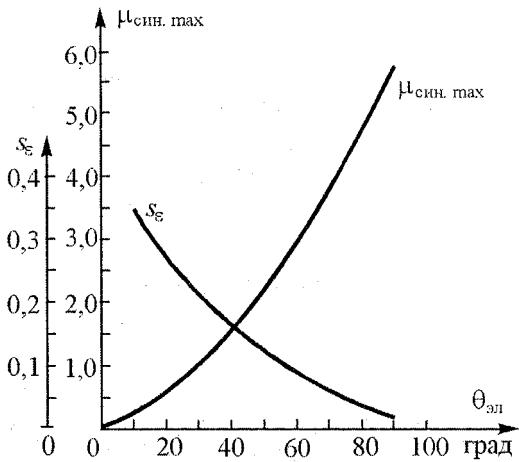


Рис. 8.17. Зависимость максимального синхронизирующего момента $\mu_{\text{син. max}}$ и скольжения s_e от угла рассогласования $\theta_{\text{эл}}$

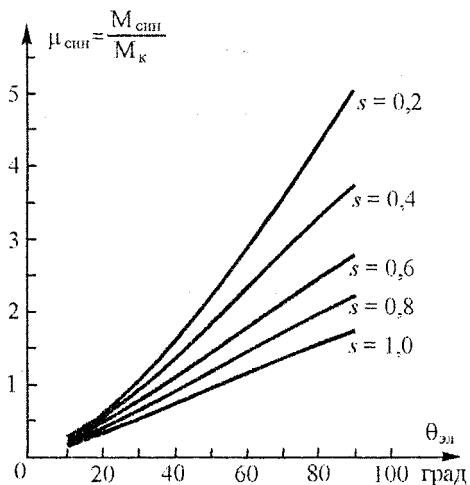


Рис. 8.18. Зависимость относительного синхронизирующего момента $\mu_{\text{син}}$ от угла рассогласования $\theta_{\text{зл}}$ при разных скольжениях s

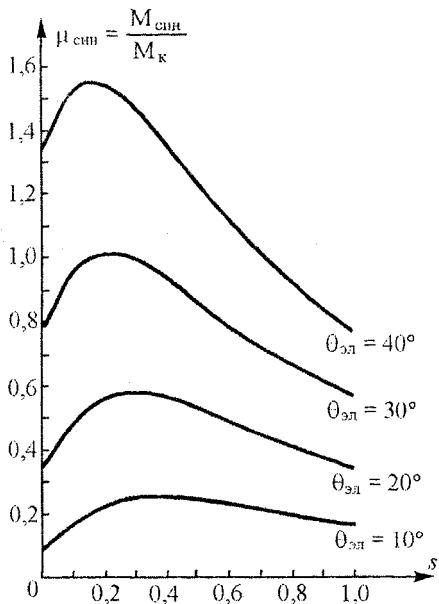


Рис. 8.19. Зависимость относительного синхронизирующего момента $\mu_{\text{син}}$ от скольжения s при разных углах $\theta_{\text{зл}}$

Важной характеристикой систем согласованного вращения является крутизна синхронизирующего момента

$$\beta_\theta = \frac{d\mu_{\text{син}}}{d\theta}, \quad (8.97)$$

которая зависит от скольжения s . Определение (8.97) с учетом (8.94) позволяет получить зависимость

$$\beta_\theta = A(s) \sin \theta_{\text{зл}} + B(s) \cos \theta_{\text{зл}}, \quad (8.98)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A(s) &= \frac{2s_k(1+as_k)}{s^2+s_k^2(1+as)}, \\ B(s) &= \frac{2(1+as_k)}{s_p \left(\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} + 2as_k \right)} \end{aligned} \right\} \quad (8.99)$$

Анализ (8.98) показывает наличие максимума крутизны (рис. 8.20). С увеличением скольжения максимум крутизны менее выражен и зависимость крутизны от угла рассогласования становится слабее. При неподвижном двигателе ($s = 1$) среднее значение крутизны для указанного выше АД составляет $\beta_{\theta} \approx 1$, что указывает на хорошие синхронизирующие способности данной системы согласованного вращения электродвигателей. Для малых углов рассогласования крутизну синхронизирующего момента можно линеаризовать

$$\beta_{\theta} \approx A(s)\theta_{\text{зл}} + B(s). \quad (8.100)$$

Отметим, что выражения (8.95) и (8.96) были использованы только для нахождения синхронизирующего момента (8.96). В системе электропривода, приведенной на рис. 8.10, при наличии рассогласования валов двигателей электромагнитный момент АД будет равен:

$$M_{12} = 4M_m \frac{s_a(s_{k,n} - \alpha)}{(s_{k,n} - \alpha + s_a)^2} \pm \frac{M_{\text{син}}}{2}, \quad (8.101)$$

где $M_{\text{син}}$ определяется из (8.94) для данного скольжения s .

Если с учетом (8.24) и (8.31) скольжение s представить как

$$s = 1 - \alpha + s_a, \quad (8.102)$$

то момент АД1 и АД2 при рассогласовании валов можно записать в виде:

$$M_{12} = 4M_m \frac{s_a(s_{k,n} - \alpha)}{(s_{k,n} - \alpha + s_a)^2} \pm \frac{2M_k(1 + as_k)}{\frac{1 - \alpha + s_a}{s_k} + \frac{s_k}{1 - \alpha + s_a}} \left(\frac{1 - \cos \theta_{\text{зл}}}{1 - \alpha + s_a} + \frac{\sin \theta_{\text{зл}}}{s_p} \right). \quad (8.103)$$

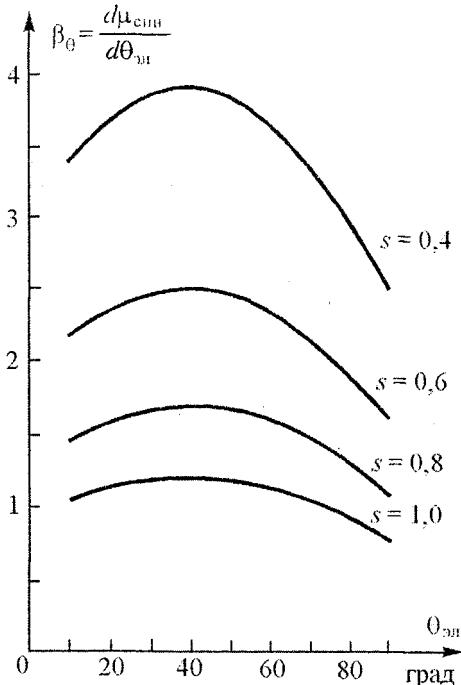


Рис. 8.20. Зависимость крутизны β_{θ} синхронизирующего момента от угла рассогласования при разных скольжениях

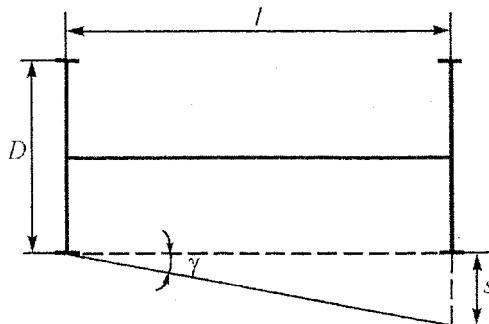


Рис. 8.21. К определению угла перекоса фермы моста

Рассматриваемая система согласованного вращения используется для механизмов передвижения кранов. Поэтому представляет интерес найти связь между углом рассогласования $\theta_{\text{зл}}$ валов электродвигателей и углом перекоса γ фермы моста (рис. 8.21). Пусть D – диаметр ходовых колес механизма передвижения крана, а l – расстояние между колесами фермы крана. Тогда при рассогласовании валов АД на угол $\theta_{\text{зл}}$ одна сторона фермы по отношению ко второй сместится на расстояние

$$S = (D\theta_{\text{зл}}) / 2p_n j, \quad (8.104)$$

где p_n – число пар полюсов АД,

j – передаточное число редуктора механизма передвижения крана.

Выразив передаточное число в виде

$$j = (\pi D n) / 60 v, \quad (8.105)$$

получим перемещение

$$S = \frac{30v\theta_{\text{зл}}}{\pi p_n n}, \quad (8.106)$$

где n – частота вращения АД в об/мин,

v – линейная скорость моста в м/с.

Если принять

$$n = n_{\text{ном}} \approx n_0 = \frac{3000}{p_n}, \quad (8.107)$$

то смещение одной половины фермы по отношению ко второй можно записать таким образом

$$S = (v\theta_{\text{зл}}) / 100\pi. \quad (8.108)$$

На основании рис. 8.21 находим угол перекоса фермы

$$\gamma = \arctg\left(\frac{S}{l}\right) = \arctg\left(\frac{v\theta_{\text{зл}}}{100\pi l}\right). \quad (8.109)$$

Обычно $\theta_{\text{зл}} \approx \pi/6$, тогда

$$\gamma = \arctg \left(\frac{v}{600l} \right). \quad (8.110)$$

Например, при $v = 2$ м/с и $l = 30$ м получаем $\gamma = 0,38'$.

Для исследования системы согласованного вращения электродвигателей механизма передвижения крана необходимо составить математическую модель. Если учесть упругость фермы моста, связывающего колеса механизмов передвижения крана, то для двухдвигательного линеаризованного электропривода можно составить следующую систему уравнений (в абсолютных единицах):

$$\left. \begin{aligned} T_s \cdot \frac{dM_1}{dt} + M_1 &= \beta_1 (\omega_{0k} - \omega_1), \\ M_1 - M_{c1} + M_y + M_{\text{сих}} &= J_1 \frac{d\omega_1}{dt}, \\ M_y &= c(\varphi_1 - \varphi_2), \\ M_{\text{сих}} &= \frac{M_k(1 + as_k)}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} + 2as_k} \cdot \left(\frac{1 - \cos \theta_{\text{зл}}}{s} + \frac{\sin \theta_{\text{зл}}}{s_p} \right), \\ \varphi_1 = \int \omega_1 dt, \quad \varphi_2 &= \int \omega_2 dt; \quad \theta_{\text{зл}} = p_n(\varphi_2 - \varphi_1), \\ T_s \cdot \frac{dM_2}{dt} + M_2 &= \beta_2 (\omega_{0k} - \omega_2), \\ s_0 \leq s \leq 1, \quad \omega_{0k} &= \omega_0(1 - s_0), \\ s_0 &= \frac{E_{u0} \cos \alpha_u + \Delta U_{b\Sigma}}{E_{d0}}, \\ \beta_1 = \beta_2 = \beta &= \frac{4M_m}{\omega_0(s_0 + s'_k)}; \quad s'_k = \frac{s_{k1}}{1 + 2a_1 s_{k1}}, \\ T_s = \frac{1}{2\pi f_{1\text{ном}} s_k}, \quad a &= \frac{R_1}{R'_2}, \\ M_2 - M_{c2} - M_y - M_{\text{сих}} &= J_2 \frac{d\omega_2}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (8.111)$$

T_s – электромагнитная постоянная времени асинхронного двигателя,

β – модуль жесткости линеаризованной механической характеристики АД,

ω_1, ω_2 – угловые скорости АД1 и АД2,

ω_1, ω_2 – угловые скорости АД1 и АД2,
 φ_1, φ_2 – углы поворота валов АД1 и АД2,
 M_{c1}, M_{c2} – статические моменты на валах АД1 и АД2,
 M_y – упругий момент,
 M_1, M_2 – электромагнитные моменты АД1 и АД2,
 J_1, J_2 – момент инерции, приведенные соответственно к валу АД1 и АД2,
 c – приведенное к валу двигателя значение жесткости фермы моста,
 ω_{0K} – угловая скорость идеального холостого хода двигателя в АВК,
 s_0 – скольжение, соответствующее идеальному холостому ходу АВК,
 ω_0 – синхронная угловая скорость АД,
 p_n – число пар полюсов обмотки АД,
 E_d, E_u , наибольшие значения ЭДС выпрямителя и инвертора,
 α_n – угол инвертирования,
 s_k – критическое скольжение АД,
 M_m – наибольшее значение момента АД в системе АВК,
 M_k – критический момент АД,
 R_1, R'_2 – активные сопротивления обмоток статора и ротора (приведенное значение),
 a_1 – коэффициент, определяемый по (8.19), а s_{k1} – по (8.20).

На основании математической модели (8.111) составлена структурная схема (рис. 8.22), которая может быть использована при имитационном моделировании данной системы электропривода.

Рассмотренная система согласованного вращения имеет ряд преимуществ перед электрическим валом со вспомогательными уравнительными машинами. Во-первых, в рабочем электрическом вале с АВК можно регулировать скорость приводных двигателей, в то время как в электрическом вале со вспомогательными асинхронными машинами необходимо иметь специальный электропривод для регулирования скорости приводных двигателей. Во-вторых, в электрическом вале с АВК можно плавно пускать асинхронные двигатели за счет плавного изменения угла инвертирования. В-третьих, в электрическом вале с АВК можно ввести обратную связь по выпрямленной ЭДС ротора для поддержания скорости двигателей на требуемом уровне. Кроме того, для повышения коэффициента мощности инвертор целесообразно строить на основе полностью управляемых вентилей, например, с применением транзисторов IGBT [54].

Если $E_{2\text{ nom}} < U_{1\text{ nom}}$, то инвертор выполняется без согласующего трансформатора, но с токоограничивающими реакторами.

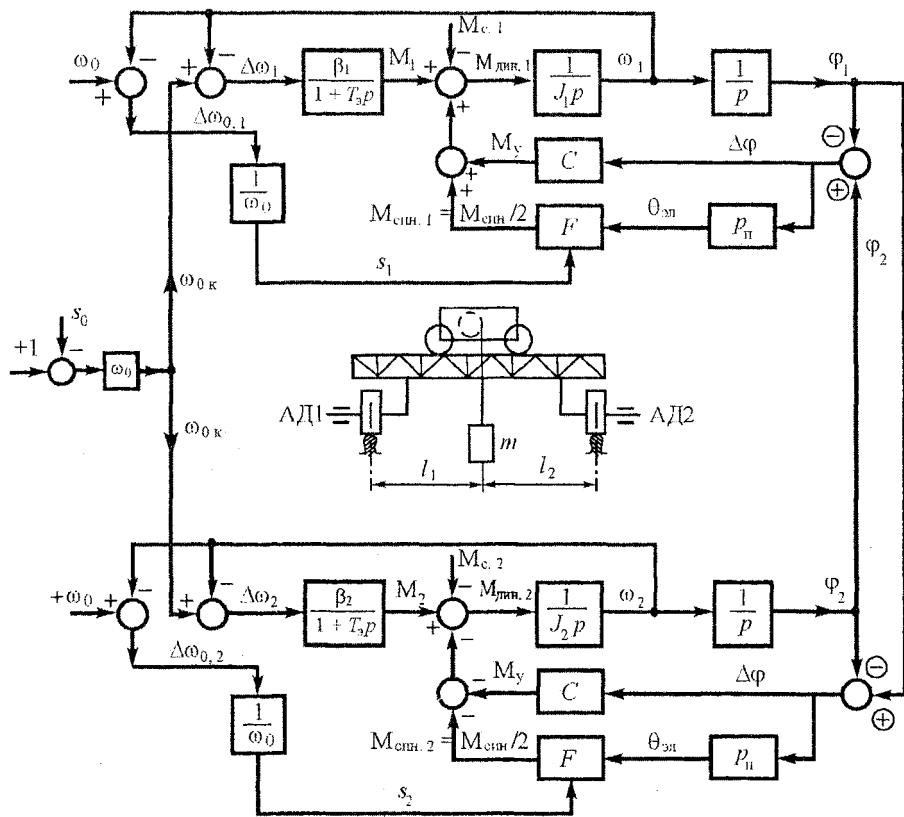


Рис. 8.22. Структурная схема двухдвигательного электропривода согласованного вращения

Торможение в данной системе электропривода обычно осуществляется в первом квадранте за счет уменьшения момента АД с последующим наложением механического тормоза. При необходимости иметь интенсивное торможение можно добавить сюда динамическое торможение с включением в цепь ротора соответствующего сопротивления.

ГЛАВА 9. ВЕКТОРНОЕ УПРАВЛЕНИЕ АСИНХРОННЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ

9.1. Физико-математические предпосылки векторного управления

Системы скалярного частотного управления обеспечивают хорошие регулировочные свойства электропривода в статических режимах работы, когда магнитный поток двигателя стабилизирован или изменяется по определенному закону с изменением статического момента. Динамические свойства электропривода при скалярном частотном управлении определяются функцией задания частоты в переходном процессе и параметрами самого электропривода, в первую очередь отношением электромеханической постоянной времени T_m к электромагнитной T_s ($m = \frac{T_m}{T_s}$). Магнитный поток двигателя в

переходном процессе не остается постоянным, поэтому в переходном процессе возможны колебания электромагнитного момента и скорости, что было показано в главе 4 настоящей книги. Для многих механизмов с умеренными требованиями к динамике (особенно инерционных, небыстродействующих механизмов) скалярные системы частотного управления, как более простые и дешевые, являются рациональным техническим решением применения регулируемого электропривода. Вместе с тем существуют механизмы с высокими требованиями к динамике (роботы, манипуляторы, станки с ЧПУ, следящие системы), где необходимо обеспечивать максимальное быстродействие без колебаний скорости. Это возможно выполнить, если поддерживать точно на заданном уровне магнитный поток и электромагнитный момент двигателя в переходном процессе. Достичь этого можно только при векторном управлении.

Векторное управление – это частотное управление, где в качестве управляющих воздействий используются пространственные векторы электромагнитных величин. В векторном управлении возможно независимо изменять магнитный поток и электромагнитный момент двигателя с помощью составляющих вектора тока статора, подобно независимому регулированию магнитного потока и момента в двигателе постоянного тока независимого возбуждения.

Принцип векторного управления, основанный на использовании теории обобщенной электрической машины, был описан более 30 лет тому назад, но практическая реализация этого принципа началась с того времени, когда появились хорошие силовые полупроводниковые приборы и системы цифровой обработки большого количества информации. В настоящее время векторное управление электрическими машинами переживает период бурного развития. Общее количество видов векторного управления превышает два десятка [55, 56].

На основании теории обобщенной электрической машины можно привести следующие векторные уравнения электромагнитного момента [15]:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{M} = p_n L_{12} (\bar{i}_2 \times \bar{i}_1); \quad \bar{M} = p_n (\bar{\Psi}_1 \times \bar{i}_1), \\ \bar{M} = p_n (\bar{i}_2 \times \bar{\Psi}_2); \quad \bar{M} = p_n k_r (\bar{\Psi}_2 \times \bar{i}_1), \\ \bar{M} = p_n k_s (\bar{i}_2 \times \bar{\Psi}_1); \quad \bar{M} = \frac{p_n k_s}{L_2 \sigma} (\bar{\Psi}_2 \times \bar{\Psi}_1), \\ \bar{M} = p_n (\bar{i}_2 \times \bar{\Psi}_{12}); \quad \bar{M} = p_n (\bar{\Psi}_{12} \times \bar{i}_1), \end{array} \right\} \quad (9.1)$$

где $\bar{\Psi}_2, \bar{\Psi}_1, \bar{\Psi}_{12}$ – пространственные векторы потокосцеплений статора, ротора и взаимоиндукции,

\bar{i}_1, \bar{i}_2 – пространственные векторы тока статора и ротора,

\bar{M} – вектор электромагнитного момента,

k_r, k_s – коэффициент магнитной связи ротора и статора,

σ – коэффициент рассеяния,

L_{12} – наибольшее значение взаимной индуктивности между статором и ротором,

L_2 – полная индуктивность ротора,

p_n – число пар полюсов двигателя.

Из всего разнообразия возможных способов векторного управления выбирают такие, которые проще реализовать, в первую очередь, с точки зрения измеряемых величин. Векторные произведения векторов в (9.1) показывают, что электромагнитный момент двигателя получает максимальное значение, если векторы, создающие момент, сдвинуты на 90 электрических градусов.

Из векторной диаграммы АД, приведенной на рис. 3.12, следует, что в установившемся режиме работы векторы синусоидального приведенного тока ротора \dot{I}'_2 и синусоидального потокосцепления $\dot{\Psi}'_2$, формирующие электромагнитный момент, в комплексной плоскости перпендикулярны. Следовательно, эти векторы можно взять в качестве управляющих векторов. Но здесь имеется одно неудобство: практически неизмеряемая величина тока ротора \dot{I}'_2 . Поэтому векторное управление осуществляется несколько по-другому: с определением вектора \dot{I}'_2 через составляющие вектора тока статора \dot{I}'_1 , используя векторное выражение электромагнитного момента

$$\overline{M} = p_n k_r (\overline{\Psi}_2 \times \dot{i}_1). \quad (9.2)$$

Существующую ортогональность векторов $\dot{\Psi}'_2$ и \dot{I}'_2 в установившемся режиме следует поддерживать и в переходном процессе. Векторы \dot{I}_1 , $\dot{\Psi}_1$, \dot{I}'_2 и $\dot{\Psi}'_2$ вращаются с синхронной электрической угловой скоростью ω_1 . Поэтому и оси x - y синхронно вращающейся системы координат можно привязать к любому из этих векторов. Но целесообразно ось x направить вдоль вектора $\dot{\Psi}'_2$ потокосцепления ротора, тогда ось y пойдет вдоль вектора \dot{I}'_2 приведенного тока ротора (рис. 9.1). Из рис. 9.1 видно, что при принятом расположении осей координат x – y вектор \dot{I}'_2 приведенного тока ротора перпендикулярен вектору $\dot{\Psi}'_2$ потокосцепления ротора и составляющая i_{1y} вектора \dot{I}_1 тока статора будет перпендикулярна вектору $\dot{\Psi}'_2$. Можно записать вектор \dot{I}_1 тока в виде суммы векторов

$$\dot{I}_1 = i_{1x} + i_{1y} \quad (9.3)$$

и подставить в (9.2):

$$\begin{aligned} \overline{M} &= p_n k_r (\dot{\Psi}_2 \times \dot{I}_1) = p_n k_r [\dot{\Psi}_2 \times (i_{1x} + i_{1y})] = \\ &= p_n k_r (\dot{\Psi}_2 i_{1x} + \dot{\Psi}_2 i_{1y}) = p_n k_r (\dot{\Psi}_2 \times i_{1y}) = p_n k_r \dot{\Psi}_2 i_{1y}, \end{aligned} \quad (9.4)$$

так как векторное произведение коллинеарных векторов $\dot{\Psi}_2$ и i_{1x}

$$\dot{\Psi}_2 \times i_{1x} = 0,$$

а векторное произведение

$$\dot{\Psi}_2 \times i_{1y} = \dot{\Psi}_2 i_{1y} \sin(\dot{\Psi}_2, i_{1y}) = \dot{\Psi}_2 i_{1y} \sin 90^\circ = \dot{\Psi}_2 i_{1y}. \quad (9.5)$$

Составляющая i_{1x} вектора \dot{I}_1 тока статора направлена вдоль оси x , т. е. вдоль вектора потокосцепления $\dot{\Psi}'_2$ ротора, поэтому она является намагничивающей составляющей для потока ротора.

Первая задача векторного управления состоит в том, чтобы в переходном процессе, когда изменяется частота, с помощью системы управления поддерживать показанное на рис. 9.1 расположение векторов, чтобы векторы i_{1y} и $\dot{\Psi}_2$ были ортогональными. Вектор \dot{I}_1 – это физическая величина, где изменение одной из ее составляющих обязательно приводит к изменению и второй. Поэтому, чтобы иметь возможность независимо регулировать потокосцепление $\dot{\Psi}_2$ ротора и электромагнитный момент M , необходимо исключить взаимную зависимость составляющих i_{1x} и i_{1y} вектора \dot{I}_1 тока статора, вводя компенсирующие сигналы. В этом заключается **вторая задача векторного управления**. Компенсирующие сигналы можно определить из анализа математической модели эквивалентного двухфазного АД в осях $x - y$ [15]:

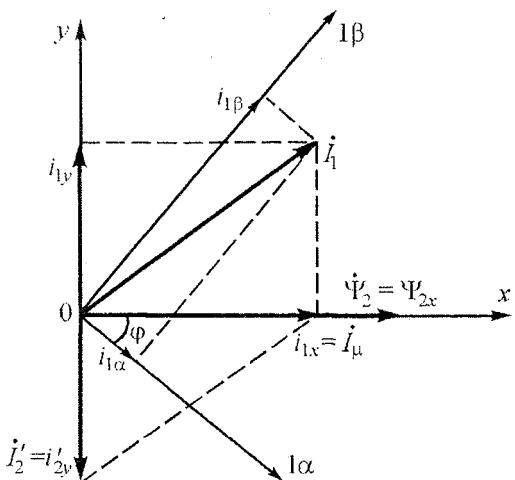


Рис. 9.1. Вектор тока \dot{I}_1 в системе координат $x-y$ и $1\alpha-1\beta$

$$\left. \begin{aligned} u_{1x} &= i_{1x}R_1 + \frac{d\Psi_{1x}}{dt} - \omega_1\Psi_{1y}; \quad u_{1y} = i_{1y}R_1 + \frac{d\Psi_{1y}}{dt} + \omega_1\Psi_{1x}, \\ 0 &= i'_{2x}R'_2 + \frac{d\Psi_{2x}}{dt} - (\omega_1 - \omega_{2n})\Psi_{2y}, \\ 0 &= i'_{2y}R'_2 + \frac{d\Psi_{2y}}{dt} + (\omega_1 - \omega_{2n})\Psi_{2x}; \quad M = \frac{3}{2}p_n k_r (i_{1y}\Psi_{2x} - i_{1x}\Psi_{2y}), \end{aligned} \right\} \quad (9.6)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{1x} &= L_1 i_{1x} + L_{12} i'_{2x}; \quad \Psi_{1y} = L_1 i_{1y} + L_{12} i'_{2y}, \\ \Psi_{2x} &= L_2 i'_{2x} + L_{12} i_{1x}; \quad \Psi_{2y} = L_2 i'_{2y} + L_{12} i_{1y}, \\ L_1 &= L_{12} + L_{1\sigma}; \quad L_2 = L_{12} + L_{2\sigma}, \\ L_{12} &= \frac{3}{2}L_m; \quad k_r = \frac{L_{12}}{L_2}; \quad \omega_1 = 2\pi f_1, \end{aligned} \right\} \quad (9.7)$$

Ψ_{1x}, Ψ_{1y} – составляющие вектора потокосцепления статора по осям $x - y$,
 i_{1x}, i_{1y} – составляющие вектора тока статора по осям $x - y$,
 Ψ_{2x}, Ψ_{2y} – составляющие вектора потокосцепления ротора по осям $x - y$,
 i'_{2x}, i'_{2y} – составляющие приведенного тока ротора по осям $x - y$,
 u_{1x}, u_{1y} – составляющие напряжения статора по осям $x - y$,
 R_1, R'_2 – активные сопротивления обмотки статора и ротора (приведенное),
 f_1 – частота изменения напряжения в неподвижных относительно статора осях $1\alpha - 1\beta$,
 L_m – наибольшая взаимная индуктивность между фазами статора и ротора АД,
 L_{12} – наибольшая взаимная индуктивность трехфазной обмотки,
 $L_{1\sigma}, L_{2\sigma}$ – индуктивность рассеяния фаз статора и ротора АД.

При ориентации оси x вдоль вектора $\dot{\Psi}_2$ потокосцепления ротора имеем (см. рис. 9.1):

$$i'_{2x} = 0, \quad \Psi_{2y} = 0. \quad (9.8)$$

Подставив (9.8) в (9.7), получим

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{1x} &= L_1 i_{1x}, \\ \Psi_{1y} &= L_{12} i_{1y} + L_{12} i'_{2y}, \\ \Psi_{2x} &= L_{12} i_{1x}, \\ \Psi_{2y} &= L_2 i'_{2y} + L_{12} i_{1y} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (9.9)$$

откуда находим

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{1x} &= \Psi_{2x} + L_{1\sigma} i_{1x}, \\ \Psi_{1y} &= \sigma L_1 i_{1y}, \end{aligned} \right\} \quad (9.10)$$

где

$$\sigma = 1 - \frac{L_{12}}{L_1 L_2}, \quad (9.11)$$

σ – коэффициент рассеяния.

Подставляем (9.10) в уравнения электрического равновесия статора системы (9.6), в результате получаем

$$\left. \begin{aligned} u_{1x} &= i_{1x} R_1 + \frac{d\Psi_{2x}}{dt} + L_{1\sigma} \frac{di_{1x}}{dt} - \omega_1 \sigma L_1 i_{1y}, \\ u_{1y} &= i_{1y} R_1 + \sigma L_1 \frac{di_{1y}}{dt} + \omega_1 (\Psi_{2x} + L_{1\sigma} i_{1x}). \end{aligned} \right\} \quad (9.12)$$

Так как потокосцепление ротора при векторном управлении поддерживается на заданном уровне, то можно принять

$$\frac{d\Psi_{2x}}{dt} = 0.$$

В результате уравнения (9.12) преобразуются к виду:

$$\left. \begin{aligned} u_{1x} &= R_1(i_{1x} + T_{1x} \frac{di_{1x}}{dt}) + e_{1x}, \\ u_{1y} &= R_1(i_{1y} + T_{1y} \frac{di_{1y}}{dt}) + e_{1y}, \end{aligned} \right\} \quad (9.13)$$

где

$$\left. \begin{aligned} e_{1x} &= -\omega_1 \sigma L_1 i_{1y} = -\omega_1 (L_{1\sigma} + k_r L_{2\sigma}) i_{1y}, \\ e_{1y} &= \omega_1 (L_{1\sigma} i_{1x} + \Psi_{2x}), \end{aligned} \right\} \quad (9.14)$$

$$\left. \begin{aligned} T_{1x} &= \frac{L_{1\sigma}}{R_1}, \\ T_{1y} &= \frac{\sigma L_1}{R_1} = \frac{L_{1\sigma} + k_r L_{2\sigma}}{R_1}, \end{aligned} \right\} \quad (9.15)$$

e_{1x} , e_{1y} – ЭДС вращения по осям x и y ,
 T_{1x} , T_{1y} – постоянные времени.

Из (9.13) следует, что для задания независимых величин i_{1x} и i_{1y} необходимо компенсировать ЭДС вращения e_{1x} и e_{1y} , вводя компенсирующие напряжения:

$$\left. \begin{aligned} u_{kx} &= \omega_1 \sigma L_1 i_{1y}, \\ u_{ky} &= -\omega_1 (L_{1\sigma} i_{1y} + \Psi_{2x}). \end{aligned} \right\} \quad (9.16)$$

После этого получаем «развязанные» составляющие напряжения для системы управления

$$\left. \begin{aligned} u'_{1x} &= u_{1x} + u_{kx} = R_1(i_{1x} + T_{1x} \frac{di_{1x}}{dt}), \\ u'_{1y} &= u_{1y} + uk_y = R_1(i_{1y} + T_{1y} \frac{di_{1y}}{dt}), \end{aligned} \right\} \quad (9.17)$$

уравнение электромагнитного момента

$$M = \frac{3}{2} p_n k_r \Psi_{2x} i_{1y} \quad (9.18)$$

и потокосцепления ротора

$$\Psi_{2x} = L_{12} i_{1x}, \quad (9.19)$$

которые можно независимо регулировать.

Необходимая амплитуда первой гармоники выходного напряжения преобразователя частоты определяется по выражению

$$U_{1m} = \sqrt{u_{1x}^2 + u_{1y}^2}. \quad (9.20)$$

Различают структуры прямого и косвенного векторного управления. Рассмотрим сначала исходную структуру прямого векторного управления.

9.2. Формирование структуры прямого векторного управления трехфазным асинхронным двигателем

Структура состоит из функциональных блоков, с помощью которых выполняется преобразование переменных и формирование управляющих сигналов. Приведем необходимые функциональные преобразования в направлении от выходных переменных АД к переменным системы управления и их воздействию на преобразователь частоты.

При этом будем полагать, что потокосцепление взаимоиндукции $\Psi_{12} = \Psi_m$ измеряется с помощью встроенных вблизи воздушного зазора двигателя датчиков Холла, которые расположены на ортогональных осях $1\alpha - 1\beta$ эквивалентного двухфазного АД. Возможно, конечно, вычисление потокосцепления взаимоиндукции на основе математической модели АД и измерения мгновенных значений основных гармоник напряжений и токов фаз статора, как это было рассмотрено в главе 3 для скалярного частотного управления.

1. Преобразование токов статора трехфазного АД в токи эквивалентного двухфазного АД (преобразователь фаз ПФ1 на рис. 9.2):

$$\begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} T_k(3 \rightarrow 2) \begin{bmatrix} i_{1a} \\ i_{1b} \\ i_{1c} \end{bmatrix}, \quad (9.21)$$

где

$$T_k(3 \rightarrow 2) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}, \quad (9.22)$$

i_{1a}, i_{1b}, i_{1c} – токи фаз $1a, 1b, 1c$ трехфазного АД.

$i_{1\alpha}, i_{1\beta}$ – токи фаз $1\alpha, 1\beta$ эквивалентного двухфазного АД,

$T_k(3 \rightarrow 2)$ – матрица поворота трехфазных осей к двухфазным.

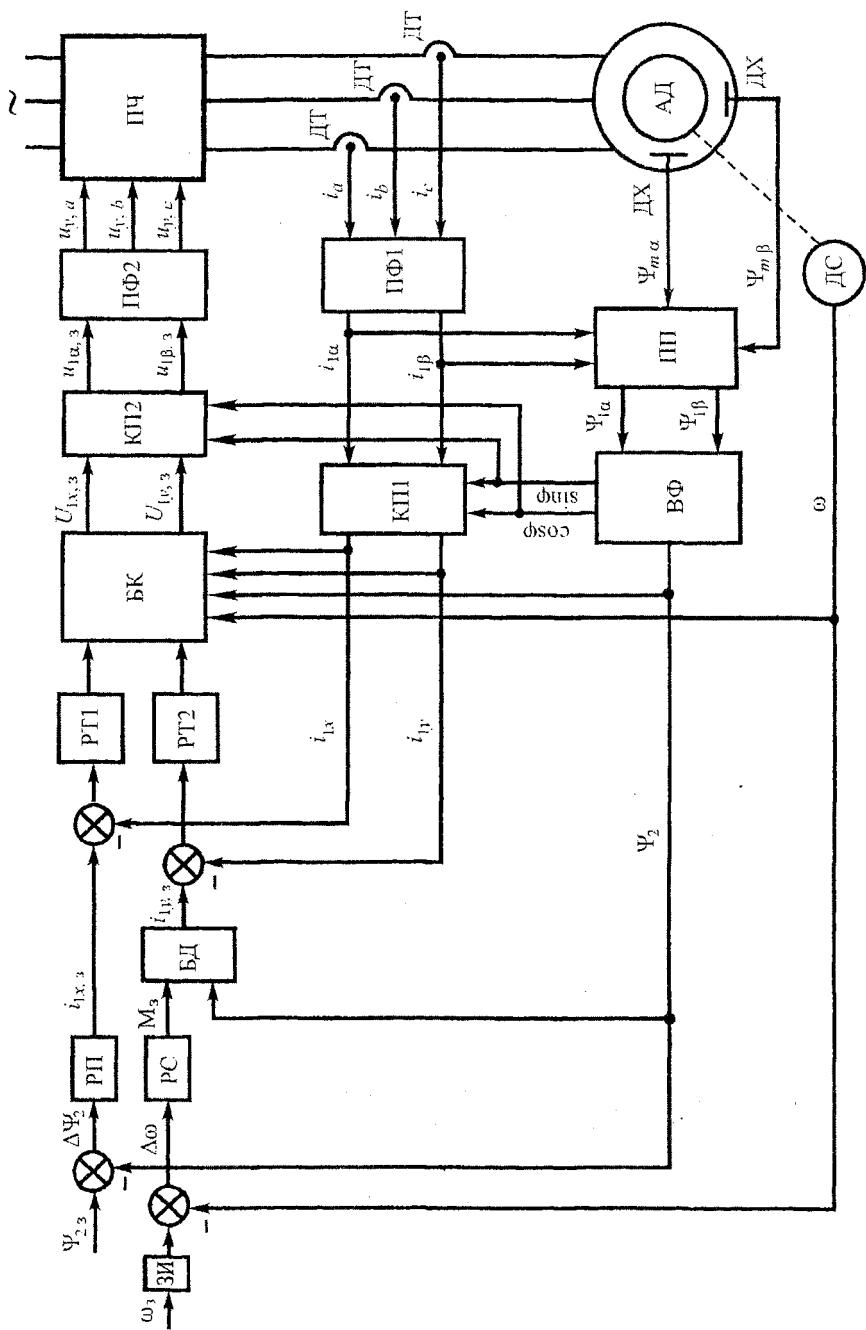


Рис. 9.2. Функциональная схема прямого векторного управления АД

2. Прямое координатное преобразование токов $i_{1\alpha}, i_{1\beta}$ неподвижной системы координат $1\alpha - 1\beta$ в токи i_{1x}, i_{1y} синхронно вращающейся системы координат $x - y$ (преобразователь координат КП1 на рис. 9.2):

$$\begin{bmatrix} i_{1x} \\ i_{1y} \end{bmatrix} = \tau_1(\bar{k}, \varphi_{\text{эл}}) \begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \end{bmatrix}, \quad (9.23)$$

где

$$\tau_1(\bar{k}, \varphi_{\text{эл}}) = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{\text{эл}} & \sin \varphi_{\text{эл}} \\ -\sin \varphi_{\text{эл}} & \cos \varphi_{\text{эл}} \end{bmatrix},$$

$$\varphi_{\text{эл}} = \int \omega_1(t) dt, \quad (9.24)$$

$\tau_1(\bar{k}, \varphi_{\text{эл}})$ – матрица поворота осей координат статора,
 \bar{k} – единичный орт оси z .

3. Преобразование потокосцепления взаимоиндукции Ψ_m в потокосцепление ротора Ψ_2 (преобразователь потока ПП на рис. 9.2):

$$\begin{bmatrix} \Psi_{2\alpha} \\ \Psi_{2\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{k_r} \begin{bmatrix} \Psi_{m\alpha} \\ \Psi_{m\beta} \end{bmatrix} - L_2 \sigma \begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \end{bmatrix}, \quad (9.25)$$

где $\Psi_{m\alpha}, \Psi_{m\beta}$ – измеряемые (или вычисляемые) значения потокосцепления взаимоиндукции на ортогональных осях эквивалентного двухфазного АД,

$\Psi_{2\alpha}, \Psi_{2\beta}$ – составляющие потокосцепления ротора по осям $\alpha - \beta$.

4. Формирование модуля вектора потокосцепления ротора (вектор-фильтр ВФ на рис. 9.2):

$$|\overline{\Psi}_2| = \Psi_{2x} = \sqrt{\Psi_{2\alpha}^2 + \Psi_{2\beta}^2} \quad (9.26)$$

и тригонометрических функций

$$\cos \varphi_{\text{эл}} = \frac{\Psi_{2\alpha}}{|\overline{\Psi}_2|}; \quad \sin \varphi_{\text{эл}} = \frac{\Psi_{2\beta}}{|\overline{\Psi}_2|}. \quad (9.27)$$

5. Определение заданных значений составляющих тока статора (регулятор потока РП и блок деления БД на рис. 9.2):

$$i_{1x, 3} = \frac{|\overline{\Psi}_{23}|}{L_{12}}, \quad (9.28)$$

$$i_{1x,3} = \frac{M_3}{\frac{3}{2} p_n k_r |\bar{\Psi}_2|}, \quad (9.29)$$

где $|\bar{\Psi}_{23}|$ – заданные значения модуля вектора потокосцепления ротора и электромагнитного момента.

6. Поддержание с помощью регуляторов заданных значений токов $i_{1x,3}$, $i_{1y,3}$, модуля вектора потокосцепления $|\bar{\Psi}_2|$ и угловой скорости ротора ω_3 (регуляторы тока РТ1 и РТ2, регулятор потока РП и регулятор скорости РС на рис. 9.2).

7. Компенсация ЭДС вращения с получением независимых сигналов постоянного тока для управления (блок компенсации БК на рис. 9.2):

$$U_{1x,3} = \frac{u'_{1x}}{k_u}; \quad U_{1y,3} = \frac{u'_{1y}}{k_u}, \quad (9.30)$$

где k_u – коэффициент передачи напряжения в системе управления.

Заметим, что для компенсации ЭДС вращения в соответствии с (9.16) необходимо использовать угловую частоту ω_1 , питающего двигатель напряжения, но в БК, как это часто делается для упрощения, применяется электрическая скорость ротора АД, т. е.

$$\omega_1 \approx \omega_{\text{эл}} = p_n \omega,$$

ω – механическая угловая скорость ротора.

8. Обратные координатные преобразования для получения управляемых сигналов переменного тока (координатный преобразователь КП2 на рис. 9.2):

$$\begin{bmatrix} u_{1\alpha,3} \\ u_{1\beta,3} \end{bmatrix} = \tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_{\text{эл}}) \begin{bmatrix} U_{1x,3} \\ U_{1y,3} \end{bmatrix}, \quad (9.31)$$

где

$$\tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_{\text{эл}}) = \tau_1^T(\bar{k}, \varphi_{\text{эл}}), \quad (9.32)$$

$$\tau_1^T(\bar{k}, \varphi_{\text{эл}}) = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{\text{эл}} & -\sin \varphi_{\text{эл}} \\ \sin \varphi_{\text{эл}} & \cos \varphi_{\text{эл}} \end{bmatrix},$$

$\tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_{\text{эл}})$ – обратная матрица поворота осей статора,

$\tau_1^T(\bar{k}, \varphi_{\text{эл}})$ – транспонированная матрица.

9. Преобразование управляемых сигналов из двухфазной системы в трехфазную (преобразователь фаз ПФ2 на рис. 9.2):

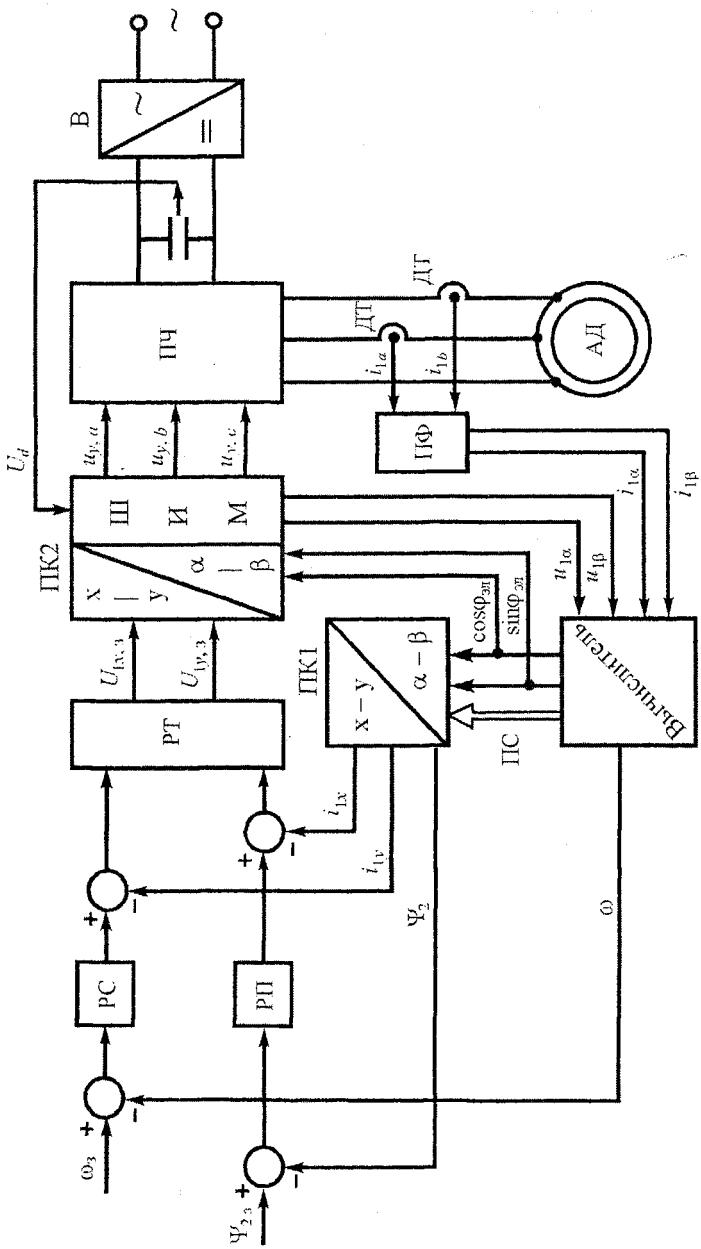


Рис. 9.3. Упрощенная функциональная схема бездатчикового прямого векторного управления АД

$$\begin{bmatrix} u_{ya} \\ u_{yb} \\ u_{yc} \end{bmatrix} = T_k(2 \rightarrow 3) \begin{bmatrix} u_{1\alpha_3} \\ u_{1\beta_3} \end{bmatrix}, \quad (9.33)$$

где $T_k(2 \rightarrow 3)$ – матрица поворота двухфазных осей к трехфазным,

$$T_k(2 \rightarrow 3) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}. \quad (9.34)$$

Функциональная схема прямого векторного управления трехфазным АД показана на рис. 9.2, где, кроме уже данных разъяснений обозначений, имеем: ДХ – датчик Холла, ЗИ – задатчик интенсивности, ДС – датчик скорости.

В данной функциональной схеме заданными величинами являются: угловая скорость двигателя ω_3 и модуль вектора потокосцепления Ψ_{23} . Все остальные величины в этой системе функционально связаны и обеспечивают поддержание заданных величин на требуемом уровне.

Встраиваемые в АД датчики для измерения магнитного потока, например, датчики Холла или измерительные катушки, помещаемые на зубцах в зоне воздушного зазора, а также приставляемые датчики для измерения скорости ротора двигателя усложняют и удороажают систему векторного управления. Поэтому в дальнейшем развитии векторных систем управления магнитный поток двигателя стали определять косвенным методом, используя для этих целей математические модели асинхронного двигателя в различных системах координат, наблюдатели или вычислители (эстиматоры) [55, 56]. В настоящее время такое определение магнитного потока АД является общепринятым. Оставшийся один механический датчик в системе прямого векторного управления АД был также заменен устройством косвенного определения скорости с помощью использования мгновенных значений напряжений и токов в фазах асинхронного двигателя. В результате получили систему прямого векторного управления, но без машинных датчиков. Такая система получила название бездатчиковой системы векторного управления, хотя, конечно, вся необходимая информация для ее функционирования получается с помощью электрических датчиков. Упрощенная структура бездатчикового прямого векторного управления асинхронным двигателем показана на рис. 9.3, где обозначено: РС – регулятор скорости, РП – регулятор потока, РТ – регуляторы тока, ПК1, ПК2 – преобразователи координат, ПФ – преобразователь фаз, ПС – вектор переменных состояния, ПЧ – преобразователь частоты. В – выпрямитель, ДТ – датчик тока.

9.3. Косвенное векторное управление асинхронным двигателем

При косвенном векторном управлении АД отсутствуют регуляторы тока, скорости и момента. Обратная связь в электроприводе осуществляется через электрический угол поворота φ_1 вектора потокосцепления, т. е. через угол поворота координатных осей $x - y$ относительно неподвижной системы координат $\alpha - \beta$. Этот электрический угол φ_1 вычисляется как интеграл суммы угловой электрической скорости ротора $\omega_{\text{эл}}$, измеряемой датчиком скорости или получаемой из модели АД, и заданного абсолютного электрического скольжения $\Delta\omega_{\text{эл}}$:

$$\varphi_1 = \int_0^t (\omega_{\text{эл}} + \Delta\omega_{\text{эл},z}) dt. \quad (9.35)$$

Для выявления стратегии косвенного векторного управления АД представим систему уравнений (9.6) с учетом (9.7) в виде:

$$\left. \begin{aligned} u_{1x} &= i_{1x}R_1 + L_1 \frac{di_{1x}}{dt} + L_{12} \frac{di'_{2x}}{dt} - \omega_1 (L_1 i_{1y} + L_{12} i'_{2y}), \\ u_{1y} &= i_{1y}R_1 + L_1 \frac{di_{1y}}{dt} + L_{12} \frac{di'_{2y}}{dt} + \omega_1 (L_1 i_{1x} + L_{12} i'_{2x}), \end{aligned} \right\} \quad (9.36)$$

$$\left. \begin{aligned} 0 &= i'_{2x}R'_2 + \frac{d\Psi_{2x}}{dt} - \Delta\omega_{\text{эл}} \Psi_{2y}, \\ 0 &= i'_{2y}R'_2 + \frac{d\Psi_{2y}}{dt} + \Delta\omega_{\text{эл}} \Psi_{2x}, \end{aligned} \right\} \quad (9.37)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{2x} &= L_2 i'_{2x} + L_{12} i_{1x}, \\ \Psi_{2y} &= L_2 i'_{2y} + L_{12} i_{1y}, \\ \Delta\omega_{\text{эл}} &= \omega_1 - \omega_{\text{эл}}. \end{aligned} \right\} \quad (9.38)$$

Из (9.38) находим

$$i'_{2x} = \frac{1}{L_2} (\Psi_{2x} - L_{12} i_{1x}) \quad (9.39)$$

и подставляем в первое уравнение системы (9.37), в результате получаем уравнение

$$\Psi_{2x} + T_2 \frac{d\Psi_{2x}}{dt} = L_{12} i_{1x} + \Delta\omega_{\text{эн}} T_2 \Psi_{2y}, \quad (9.40)$$

где

$$T_2 = \frac{L_2}{R'_2}, \quad (9.41)$$

T_2 – электромагнитная постоянная времени цепи ротора.

При ориентации оси x вдоль вектора потокосцепления ротора Ψ_2 имеем условия (9.8), использование которых в (9.36)–(9.38) и (9.40) позволяет получить математическую модель эквивалентного двухфазного АД для этого случая:

$$\left. \begin{array}{l} u_{1x} = i_{1x} R_1 + L_1 \frac{di_{1x}}{dt} - \omega_1 \sigma L_1 i_{1y}, \\ u_{1y} = i_{1y} R_1 + \sigma L_1 \frac{di_{1y}}{dt} + \omega_1 L_1 i_{1x}, \\ \Psi_{2x} + T_2 \frac{d\Psi_{2x}}{dt} = L_{12} i_{1x}, \\ \Delta\omega_{\text{эн}} = \frac{1}{T_2} \cdot \frac{i_{1y}}{i_{1x}}, \quad M = \frac{3}{2} p_{\text{n}} \frac{L_{12}^2}{L_2} i_{1x} i_{1y} \end{array} \right\} \quad (9.42)$$

На основании уравнения (9.35) и математической модели (9.42) строим косвенное векторное управление АД в такой последовательности:

1) Задаемся желаемым значением величины потокосцепления ротора Ψ_{2x3} в установившемся режиме и определяем заданное значение намагничивающей составляющей i_{1x3} вектора тока статора для установившегося режима

$$i_{1x3} = \frac{\Psi_{2x3}}{L_{12}}. \quad (9.43)$$

2) Задаемся желаемым значением электромагнитного момента M_3 в переходном процессе и определяем заданное значение моментной составляющей i_{1y3} вектора тока статора

$$i_{1y3} = \frac{M_3}{\frac{3}{2} p_{\text{n}} \frac{L_{12}^2}{L_2} i_{1x3}}. \quad (9.44)$$

3) Вычисляем заданное электрическое абсолютное скольжение

$$\Delta\omega_{\text{эн3}} = \frac{1}{T_2} \cdot \frac{i_{1y3}}{i_{1x3}}. \quad (9.45)$$

4) Определяем электрический угол φ_1 поворота координатных осей $x - y$ относительно неподвижных осей $\alpha - \beta$ по (9.35).

5) Определяем заданное значение тока i_{1x3} , соответствующее заданному значению Ψ_{2m3}

$$i_{1x3} = \frac{1}{L_{12}} (\Psi_{2x3} + T_2 \frac{d\Psi_{2x3}}{dt}). \quad (9.46)$$

6) Определяем заданные значения напряжений u_{1x3} и u_{1y3} , соответствующие заданным значениям токов:

$$\left. \begin{aligned} u_{1x3} &= i_{1x3} R_1 + L_1 \frac{di_{1x3}}{dt} - \omega_1 \sigma L_1 i_{1y3}, \\ u_{1y3} &= i_{1y3} R_1 + \sigma L_1 \frac{di_{1y3}}{dt} + \omega_1 L_1 i_{1x3}. \end{aligned} \right\} \quad (9.47)$$

7) Определяем амплитуду U_{1m} фазного напряжения на выходе преобразователя частоты

$$U_{1m} = \sqrt{u_{1x3}^2 + u_{1y3}^2}. \quad (9.48)$$

Заметим, что амплитуда напряжения будет одинаковой в системе координат $x - y$ и $\alpha - \beta$.

При рассмотрении установившегося режима производные в (9.46) и (9.47) обращаются в нуль.

8) Разделив напряжения (9.47) на коэффициент передачи k_u в системе управления, получим заданные управляющие напряжения

$$U_{x3} = \frac{u_{1x3}}{k_u}; \quad U_{y3} = \frac{u_{1y3}}{k_u} \quad (9.49)$$

постоянного тока, которые с помощью обратного координатного преобразования формируют управляющие сигналы переменного тока в осях $\alpha - \beta$:

$$\begin{bmatrix} u_{y\alpha} \\ u_{y\beta} \end{bmatrix} = \tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_1) \begin{bmatrix} U_{x3} \\ U_{y3} \end{bmatrix}. \quad (9.50)$$

9) С помощью фазных преобразований получаем трехфазные управляющие сигналы

$$\begin{bmatrix} u_{ya} \\ u_{yb} \\ u_{yc} \end{bmatrix} = T_k (2 \rightarrow 3) \begin{bmatrix} u_{y\alpha} \\ u_{y\beta} \end{bmatrix}, \quad (9.51)$$

которые воздействуют на систему ШИМ преобразователя частоты и обеспечивают расчетную амплитуду (9.48) питающего двигатель напряжения.

Упрощенная функциональная схема косвенного векторного управления трехфазным АД приведена на рис. 9.4, где обозначено: БД – блок деления, БФ – блок форсирования, ПК – преобразователь координат, ПФ – преобразователь фаз, И – интегратор, РС – регулятор скорости, РЧ – регулятор частоты, ДС – датчик скорости.

Косвенное векторное управление может быть построено и на основе частотно-токового управления. В этом случае преобразователь координат ПК преобразует заданные значения токов i_{1x_3} и i_{1y_3} в двухфазные управляющие сигналы переменного тока

$$\begin{bmatrix} i_{y\alpha} \\ i_{y\beta} \end{bmatrix} = \tau_l^{-1}(\bar{k}, \varphi_l) \begin{bmatrix} i_{1x_3} \\ i_{1y_3} \end{bmatrix} \frac{1}{k_i}, \quad (9.52)$$

где k_i – коэффициент передачи тока в системе управления.

Двухфазные управляющие сигналы тока $i_{y\alpha}$ и $i_{y\beta}$ с помощью преобразователя фаз ПФ преобразуются в заданные сигналы синусоидальных токов в фазах a, b, c :

$$\begin{bmatrix} i_{3a} \\ i_{3b} \\ i_{3c} \end{bmatrix} = T_k(2 \rightarrow 3) \begin{bmatrix} i_{y\alpha} \\ i_{y\beta} \end{bmatrix}, \quad (9.53)$$

с амплитудой

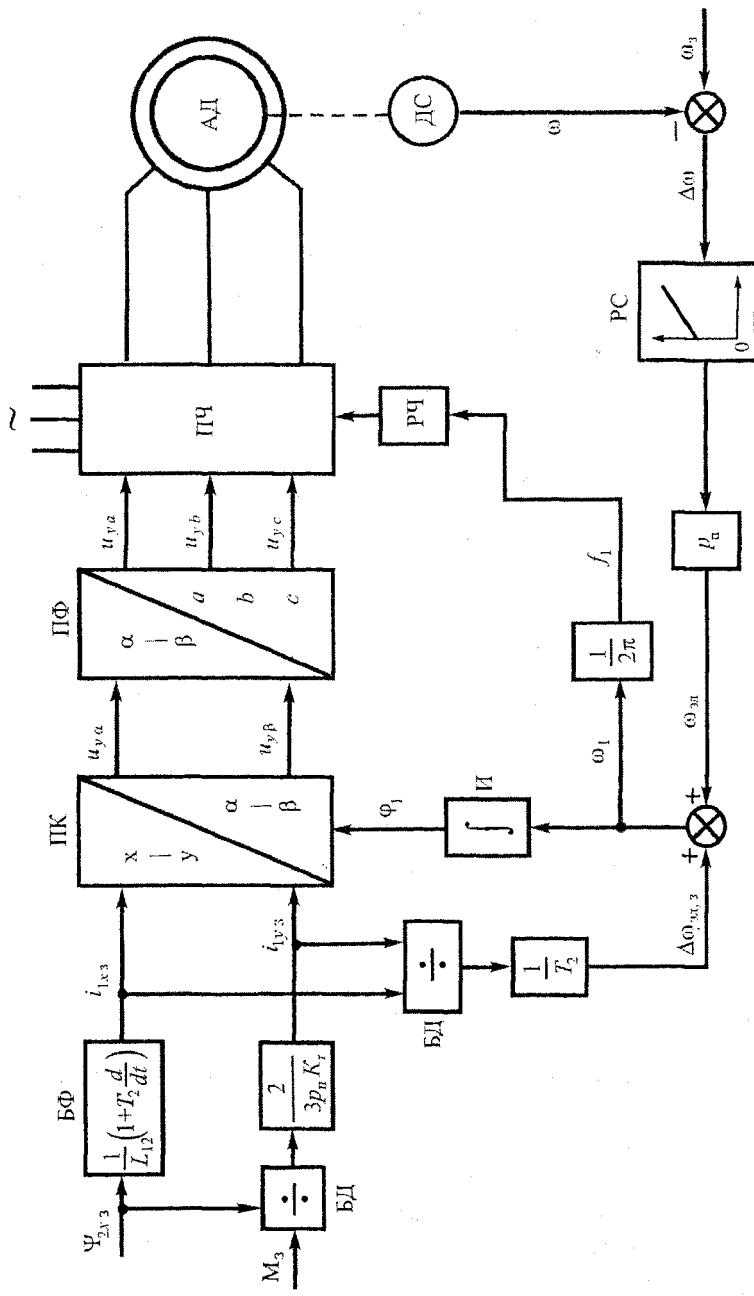
$$I_{3,m} = \sqrt{i_{y\alpha}^2 + i_{y\beta}^2}. \quad (9.54)$$

Отработка мгновенных значений токов в фазах a, b, c асинхронного двигателя осуществляется так, как это показано на функциональных схемах рис. 3.28 и рис. 3.29.

Если скорость ротора АД в системе косвенного векторного управления не измеряется каким-либо машинным датчиком, а вычисляется с помощью модели, наблюдателя или вычислителя (эстиматора), то получаем так называемую бездатчиковую систему косвенного векторного управления, в которой вся информация, необходимая для функционирования системы, обеспечивается электрическими датчиками, измеряющими мгновенные значения напряжений и токов в выходных фазах преобразователя частоты.

Применяемые методы косвенного определения скорости ротора АД отличаются сложностью решения и соответственно точностью [55, 56]. Мы здесь рассмотрим один из приближенных методов, который может быть использован в простой системе косвенного векторного управления АД [57].

Рис. 9.4. Упрощенная функциональная схема косвенного векторного управления трехфазным АД



Математическая модель АД в неподвижных относительно статора осях $\alpha - \beta$ представляется системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} u_{1\alpha} &= i_{1\alpha} R_1 + \frac{d\Psi_{1\alpha}}{dt}, \\ u_{1\beta} &= i_{1\beta} R_1 + \frac{d\Psi_{1\beta}}{dt}, \\ 0 &= i'_{2\alpha} R'_2 + \frac{d\Psi_{2\alpha}}{dt} + \omega_{\text{эл}} \Psi_{2\beta}, \\ 0 &= i'_{2\beta} R'_2 + \frac{d\Psi_{2\beta}}{dt} - \omega_{\text{эл}} \Psi_{2\alpha}, \\ M &= \frac{3}{2} p_n k_r (i_{1\beta} \Psi_{2\alpha} - i_{1\alpha} \Psi_{2\beta}), \end{aligned} \right\} \quad (9.55)$$

где $u_{1\alpha}$, $i_{1\alpha}$, $\Psi_{1\alpha}$ – составляющие векторов напряжения, тока и потокосцепления статора по оси α ,

$u_{1\beta}$, $i_{1\beta}$, $\Psi_{1\beta}$ – то же по оси β ,

$i'_{2\alpha}$, $\Psi_{2\alpha}$ – приведенный ток ротора и потокосцепление ротора по оси α ,

$i'_{2\beta}$, $\Psi_{2\beta}$ – то же по оси β ,

$\omega_{\text{эл}}$ – электрическая скорость ротора,

p_n – число пар полюсов,

k_r – коэффициент магнитной связи ротора.

Если пренебречь активным сопротивлением ротора R'_2 в уравнениях электрического равновесия ротора системы (9.55), то можно найти составляющие потокосцепления ротора:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{2\alpha} &= \frac{1}{\omega_{\text{эл}}} \cdot \frac{d\Psi_{2\beta}}{dt} = \frac{e_{2\beta}}{\omega_{\text{эл}}}, \\ \Psi_{2\beta} &= \frac{-1}{\omega_{\text{эл}}} \cdot \frac{d\Psi_{2\alpha}}{dt} = \frac{-e_{2\alpha}}{\omega_{\text{эл}}}. \end{aligned} \right\} \quad (9.56)$$

На основании (9.56) получаем модуль вектора потокосцепления ротора

$$\Psi_2 = \frac{1}{\omega_{\text{эл}}} \sqrt{e_{2\alpha}^2 + e_{2\beta}^2}. \quad (9.57)$$

При косвенном векторном управлении в соответствии с (9.42) имеем

$$\begin{aligned}\Delta\omega_{\text{эл}} &= \frac{1}{T_2} \cdot \frac{i_{1y}}{i_{1x}} = \frac{R'_2}{L_2} \cdot \frac{L_{12}}{L_{12}} \cdot \frac{i_{1y}}{i_{1x}} = \\ &= R'_2 \cdot \frac{L_{12}}{L_2} \cdot \frac{i_{1y}}{\Psi_{2x}} = k_r R'_2 \frac{i_{1y}}{\Psi_2},\end{aligned}\quad (9.58)$$

так как $\Psi_{2x} = \Psi_2$.

Из (9.58) выражаем моментную составляющую тока статора

$$i_{1y} = \frac{\Delta\omega_{\text{эл}}}{k_r R'_2} \cdot \Psi_2 \quad (9.59)$$

и подставляем в формулу электромагнитного момента

$$M = \frac{3}{2} p_n \frac{L_{12}^2}{L_2} i_{1x} i_{1y} = \frac{3}{2} p_n k_r \Psi_2 i_{1y}, \quad (9.60)$$

в результате получаем электромагнитный момент АД в виде:

$$M = \frac{3}{2} \cdot \frac{p_n}{R'_2} \Delta\omega_{\text{эл}} \Psi_2^2. \quad (9.61)$$

На основании (9.61) находим абсолютное электрическое скольжение (электрическое падение скорости)

$$\Delta\omega_{\text{эл}} = \frac{M}{\frac{3}{2} \cdot \frac{p_n}{R'_2} \cdot \Psi_2^2}. \quad (9.62)$$

Запишем электромагнитный момент АД через составляющие вектора тока статора I_1 и вектора потокосцепления ротора Ψ_2 в неподвижных осях $\alpha - \beta$:

$$M = \frac{3}{2} p_n k_r (i_{1\beta} \Psi_{2\alpha} - i_{1\alpha} \Psi_{2\beta}). \quad (9.63)$$

Подставляя (9.63) с учетом (9.57) в (9.62), получим

$$\Delta\omega_{\text{эл}} = k_r R'_2 \frac{i_{1\beta} \Psi_{2\alpha} - i_{1\alpha} \Psi_{2\beta}}{\Psi_{2\alpha}^2 + \Psi_{2\beta}^2}. \quad (9.64)$$

Принимая во внимание (9.56), находим

$$\Delta\omega_{\text{эл}} = k_r R'_2 \omega_{\text{эл}} \frac{i_{1\beta} e_{2\beta} + i_{1\alpha} e_{2\alpha}}{e_{2\alpha}^2 + e_{2\beta}^2}. \quad (9.65)$$

Теперь можно вычислить электрическую скорость ротора

$$\omega_{\text{эл}} = \omega_1 - \Delta\omega_{\text{эл}} = \omega_1 \frac{e_{2\alpha}^2 + e_{2\beta}^2}{e_{2\alpha}^2 + e_{2\beta}^2 + k_r R_2^2 (i_{1\alpha} e_{2\alpha} + i_{1\beta} e_{2\beta})}. \quad (9.66)$$

Составляющие ЭДС ротора вычисляются на основании уравнений:

$$\left. \begin{aligned} e_{2\alpha} &= \frac{1}{k_r} (u_{1\alpha} - i_{1\alpha} R_1 - \sigma L_1 \frac{di_{1\alpha}}{dt}), \\ e_{2\beta} &= \frac{1}{k_r} (u_{1\beta} - i_{1\beta} R_1 - \sigma L_1 \frac{di_{1\beta}}{dt}), \end{aligned} \right\} \quad (9.67)$$

где

$$\left. \begin{aligned} i_{1\alpha} &= i_a, \\ i_{1\beta} &= \frac{i_b - i_c}{\sqrt{3}}, \end{aligned} \right\} \quad (9.68)$$

$$\left. \begin{aligned} u_{1\alpha} &= u_a, \\ u_{1\beta} &= \frac{u_b - u_c}{\sqrt{3}}, \end{aligned} \right\} \quad (9.69)$$

i_a, i_b, i_c – мгновенные значения токов статора АД,

u_a, u_b, u_c – мгновенные значения фазных напряжений АД.

Изложенные теоретические положения послужили основой для разработки функциональной схемы вычислителя скорости АД при косвенном векторном управлении (рис. 9.5). На рис. 9.5 обозначено

$$L_{\sigma e} = \sigma L_1 \text{ и } p = d / dt.$$

Входящие в уравнения (9.67) производные токов по осям α и β могут быть найдены при непосредственном измерении производных фазных токов i_a, i_b, i_c АД и последующем их преобразовании по (9.68). Для этого может быть использована схема измерения, показанная на рис. 9.6. Однако это измерение надо проводить при нулевом напряжении инвертора, питающего АД, когда все силовые ключи находятся в некотором фиксированном положении и помехи, которые могли бы искажить измерение, отсутствуют.

На рис. 9.6 сигнал на выходе усилителя пропорционален производной тока, проходящей через ферритовое кольцо трансформатора. Кроме того, можно использовать цифровой метод определения производной тока статора с помощью измерения двух дискретных величин тока за малый промежуток времени Δt . Замена на функциональной схеме рис. 9.4 датчика скорости вычислителем превращает косвенную систему векторного управления АД в бездатчиковую.

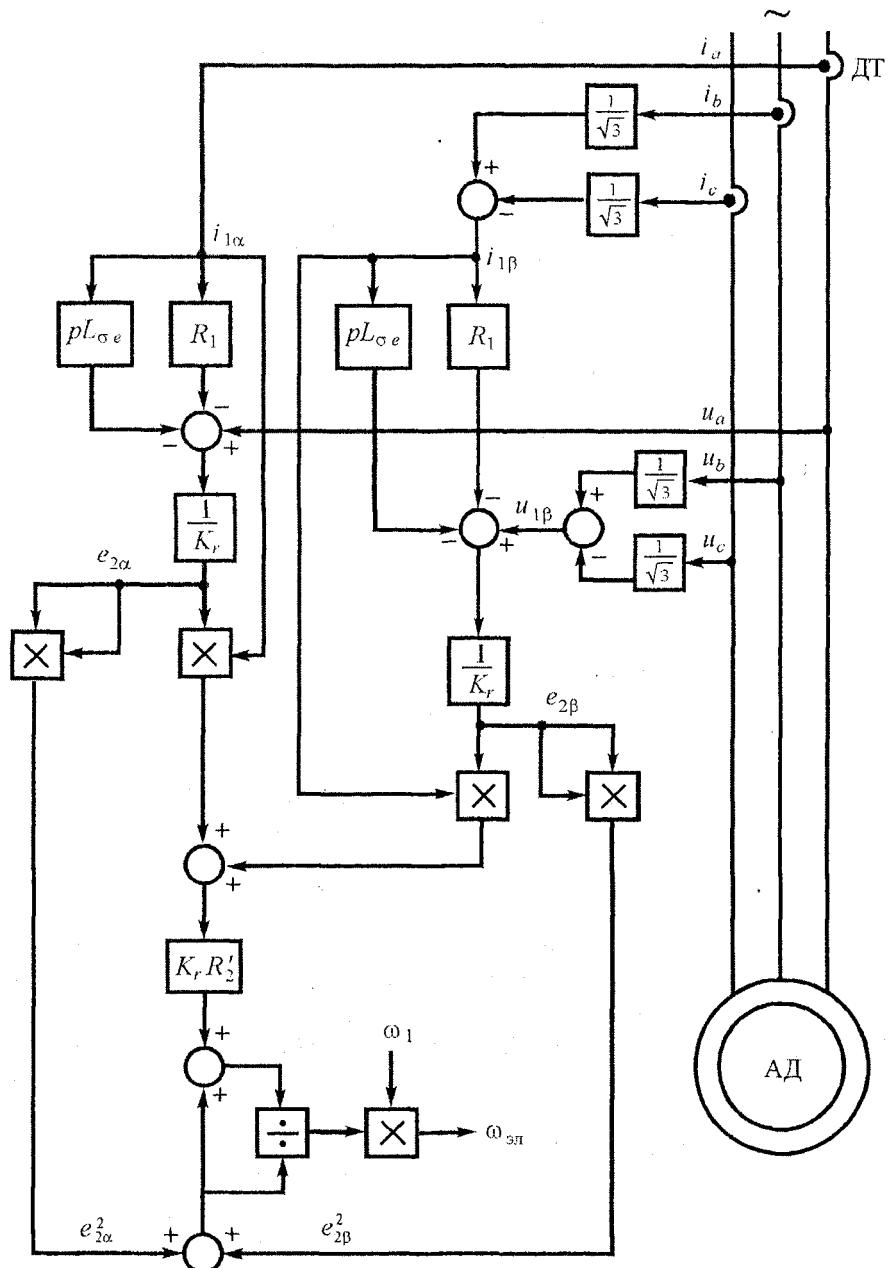


Рис. 9.5. Функциональная схема вычисления скорости АД при векторном управлении

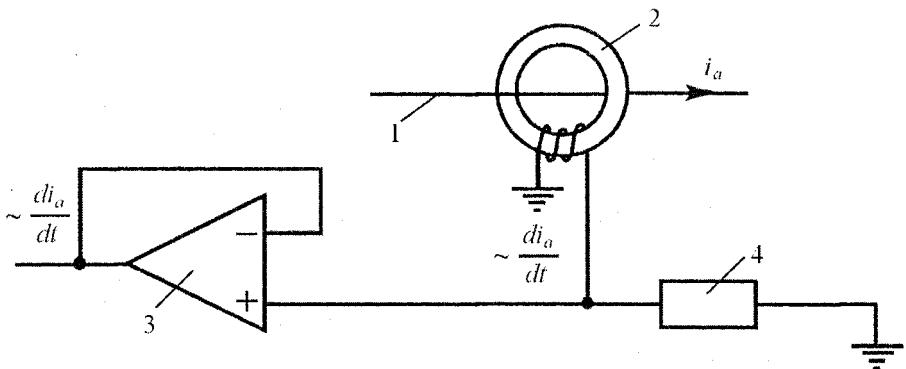


Рис. 9.6. Аналоговое измерение производной тока i_a фазы статора АД:

1 – провод; 2 – трансформатор на феррите; 3 – усилитель; 4 – фильтр

Недостатком косвенного векторного управления, особенно бездатчикового, является зависимость точности его реализации от точности определения параметров, которые изменяются с изменением температуры, частоты, величины тока и магнитного насыщения. Из-за неточности определения параметров и их зависимости от условий работы, характеристики асинхронных двигателей при косвенном векторном управлении могут существенно отличаться от заданных. Поэтому в современных системах косвенного векторного управления [56] вводятся устройства идентификации параметров на основе паспортных данных двигателя и автоматической их подстройки в процессе работы АД. Это усложнение несколько снижает преимущества простой в принципе системы косвенного векторного управления, тем не менее развитие идет в этом направлении.

9.4. Прямое управление электромагнитным моментом АД

Это одна из разновидностей векторного управления АД была предложена Такахashi и Ногучи в 1986 году [55]. Основные положения предложенного метода заключаются в следующем:

- 1) магнитный поток статора рассматривается как интеграл от ЭДС статора, поэтому его величина определяется приложенным к статору напряжением;
- 2) развиваемый электромагнитный момент АД пропорционален синусу угла между потокосцеплениями статора и ротора (векторное представление электромагнитного момента);
- 3) действие потокосцепления ротора на изменение напряжения статора меньше, чем действие потокосцепления статора.

Значит, величина потокосцепления статора и развивающийся двигателем электромагнитный момент могут быть непосредственно управляемы с помощью формирования пространственного вектора напряжения статора. При питании АД от преобразователя частоты вектор напряжения статора образуется надлежащим выбором последовательного включения и отключения (состояния) силовых ключей инвертора. В этом методе при использовании пространственных векторов выходного напряжения преобразователя частоты принимается:

1) ненулевые векторы напряжения, сдвиг которых по отношению к вектору потокосцепления статора не превышает $\pm 90^\circ$, увеличивают потокосцепление;

2) ненулевые векторы напряжения, сдвиг которых по отношению к вектору потокосцепления статора превышает $\pm 90^\circ$, вызывают уменьшение потокосцепления;

3) нулевые состояния векторов напряжения, которые обозначаются 0 и 7 (желательно малой продолжительности) практически не влияют на вектор потокосцепления статора, который останавливает свое движение;

4) развивающийся электромагнитный момент может регулироваться выбором такого состояния ключей инвертора, при котором вектор потокосцепления статора ускоряется, останавливается или замедляется.

Для регулирования потокосцепления и момента применяются релейные регуляторы с гистерезисом. Упрощенная функциональная схема прямого управления электромагнитным моментом АД показана рис. 9.7, где обозначено: РП – регулятор потокосцепления статора, РМ – регулятор электромагнитного момента, БВСКИ – блок выбора состояния ключей инвертора, ВМП – вычислитель момента и потокосцепления статора, ДН, ДТ – датчики напряжения и тока статора, Ψ_1 – заданное значение потокосцепления статора, $\bar{\Psi}_1$ – вычисленное значение потокосцепления статора, M_3 – заданное значение электромагнитного момента, M – вычисленное значение электромагнитного момента, $\bar{U}_{\text{уск}}$ – вектор управления состоянием ключей преобразователя частоты ПЧ, \bar{U}_1 , \bar{I}_1 – векторы измеряемого напряжения и тока статора, δ – угол вектора потокосцепления статора $\bar{\Psi}_1$ по отношению к вектору \bar{U}_1 напряжения статора.

Существенным отличием систем векторного (прямого и косвенного) управления от системы прямого регулирования момента двигателя является использование линейных регуляторов потокосцепления и момента, а не релейных регуляторов этих величин. Наличие релейных регуляторов характеризует быструю отработку управляющих воздействий, однако, в установившемся состоянии в системе прямого векторного управления моментом возможно хаотичное переключение силовых ключей в инверторе, что может привести к значительным колебаниям электромагнитного момента и нежелательным акустическим шумам и вибрациям. С целью снижения этих неблагоприятных воздействий используют высокую частоту переключения силовых ключей инвертора с помощью установки ширины петель гистерезиса в регуляторах

потокосцепления и момента. Для оптимизации процесса переключения силовых ключей инвертора в установившемся режиме широко используют векторную пространственную широтно-импульсную модуляцию (ВШИМ). Такая стратегия приводит к небольшим пульсациям тока статора и, следовательно, к сглаженным кривым потокосцепления и электромагнитного момента. В связи с этим была разработана другая система прямого векторного управления моментом двигателя, в которой система управления генерирует заданный вектор напряжения статора вместо прямого указания последовательности переключения силовых ключей инвертора. Заданный вектор напряжения реализуется с помощью векторной ШИМ.

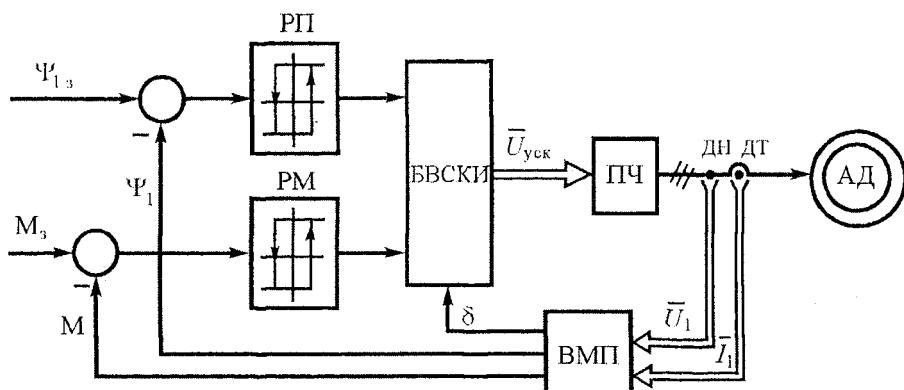


Рис. 9.7. Упрощенная функциональная схема прямого управления электромагнитным моментом АД:

РП – регулятор потокосцепления статора; РМ – регулятор момента; БВСКИ – блок выбора состояния ключей инвертора; ПЧ – преобразователь частоты; ВМП – вычислитель момента и потокосцепления; δ – угол вектора потокосцепления

В системе прямого управления моментом двигателя на основе векторной ШИМ используется синхронно вращающаяся система координат с ориентацией оси x вдоль вектора потокосцепления статора Ψ_1 . Математическая модель АД в синхронно вращающейся системе координат $x - y$ независимо от ориентации осей относительно какого-либо вектора определяется уравнениями (9.6) и (9.7). Если ось x системы координат $x - y$ направить вдоль вектора потокосцепления статора Ψ_1 , то, как можно видеть из рис. 3.12, в этом случае:

$$\Psi_{1x} = \Psi_1; \quad \Psi_{1y} = 0 \quad (9.70)$$

и уравнения (9.6) и (9.7) принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} u_{1x} &= i_{1x} R_1 + \frac{d\Psi_1}{dt}; \quad u_{1y} = i_{1y} R_1 + \omega_1 \Psi_{1x}, \\ 0 &= i'_{2x} R'_2 + \frac{d\Psi'_{2x}}{dt} - (\omega_1 - \omega_{\text{эл}}) \Psi'_{2y}, \\ 0 &= i'_{2y} R'_2 + \frac{d\Psi'_{2y}}{dt} + (\omega_1 - \omega_{\text{эл}}) \Psi'_{2x}, \\ M &= \frac{3}{2} p_n \Psi_{1x} \cdot i_{1y}, \end{aligned} \right\} \quad (9.71)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{1x} &= L_1 i_{1x} + L_{12} i'_{2x} = \Psi_1, \\ \Psi_{1y} &= L_1 i_{1y} + L_{12} i'_{2y} = 0, \\ \Psi_{2x} &= L_2 i'_{2x} + L_{12} i_{1x}, \\ \Psi_{2y} &= L_2 i'_{2y} + L_{12} i_{1y}. \end{aligned} \right\} \quad (9.72)$$

Учитывая (9.70), из (9.72) находим

$$i'_{2y} = -\frac{L_1}{L_{12}} i_{1y}, \quad (9.73)$$

$$\Psi_{2y} = -\frac{\sigma L_1}{k_r} i_{1y}. \quad (9.74)$$

Подставив (9.74) в уравнения электрического равновесия ротора системы (9.71), получим

$$i'_{2x} R'_2 + \frac{d\Psi'_{2x}}{dt} = \frac{\sigma L_1}{k_r} \Delta \omega_{\text{эл}} i_{1y}, \quad (9.75)$$

$$i'_{2y} R'_2 + \frac{d\Psi'_{2y}}{dt} = -\Delta \omega_{\text{эл}} \Psi'_{2x}, \quad (9.76)$$

где

$$\Delta \omega_{\text{эл}} = \omega_1 - \omega_{\text{эл}}. \quad (9.77)$$

Из (9.72) выразим

$$i'_{2x} = \frac{\Psi_{1x} - L_1 i_{1x}}{L_{12}} \quad (9.78)$$

и подставим в формулу Ψ_{2x} , в результате находим

$$\Psi_{2x} = \frac{1}{k_r} (\Psi_{1x} - \sigma L_1 i_{1x}) = \frac{\Psi_{1x}}{k_r} - \left(L_{2\sigma} + \frac{L_{1\sigma}}{k_r} \right) i_{1x}. \quad (9.79)$$

Подстановка (9.78) и (9.79) в (9.75) приводит к результату:

$$\Psi_{1x} + T_2 \frac{d\Psi_{1x}}{dt} = L_1 \left(i_{1x} + \sigma T_2 \frac{di_{1x}}{dt} + \sigma T_2 \Delta \omega_{\text{зп}} i_{1y} \right), \quad (9.80)$$

где

$$T_2 = \frac{L_2}{R_2}, \quad (9.81)$$

T_2 – электромагнитная постоянная времени цепи ротора.

На основании изложенного можем записать уравнения математической модели АД в синхронно вращающихся осях $x - y$ при ориентации потокосцепления статора $\dot{\Psi}_1$ вдоль оси x :

$$\left. \begin{aligned} u_{1x} &= i_{1x} R_1 + \frac{d\Psi_1}{dt}; \quad u_{1y} = i_{1y} R_1 + \omega_1 \Psi_1, \\ \Psi_1 + T_2 \frac{d\Psi_1}{dt} &= L_1 \left(i_{1x} + T_2 \frac{di_{1x}}{dt} + \sigma T_2 \Delta \omega_{\text{зп}} i_{1y} \right), \\ \Psi_{1x} &= \Psi_1, \quad \Psi_{1y} = 0, \\ M &= \frac{3}{2} p_n \Psi_1 i_{1y}. \end{aligned} \right\} \quad (9.82)$$

По (9.82) составляется функциональная схема, подобно схеме рис. 9.4, но с вычислителем (или наблюдателем) скорости. При этом в систему управления вводятся необходимые компенсирующие сигналы. В структуре управления таким электроприводом задающими величинами являются модуль потокосцепления статора и электромагнитный момент.

ГЛАВА 10. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

10.1. Обобщенная электрическая машина

Существует большое разнообразие электрических машин, отличающихся конструктивными формами, технологией производства и физическими процессами, протекающими в них. Но основным рабочим процессом для электрической машины является процесс электромеханического преобразования энергии. В реальной электрической машине этот основной процесс сопровождается вспомогательными процессами нагревания и охлаждения, связанными с тепловыми потерями части преобразуемой энергии и способами отвода тепловой энергии в охлаждающую среду. Совместное рассмотрение процессов электромеханического преобразования энергии, нагревания и охлаждения в электрической машине значительно осложняет физическую картину и математическое описание, особенно, если все это рассматривать для различных типов электрических машин. Поэтому целесообразно процесс электромеханического преобразования энергии рассматривать на основе абстрактных и простых моделей, которые получили название обобщенных электрических машин [58–61]. При этом используется несколько моделей обобщенных электрических машин (ОЭМ). Для математических моделей, используемых в электроприводе, удобно в качестве исходной взять модель двухфазной машины двойного питания с гладким цилиндрическим ротором [60]. При создании модели ОЭМ принимают допущения: 1) равномерный воздушный зазор, 2) отсутствие потерь на гистерезис и вихревые токи, 3) двухфазные обмотки статора симметричные и расположены под прямым электрическим углом на поверхности статора, 4) двухфазные обмотки ротора симметричные и расположены таким же образом на поверхности ротора, 5) обмотки статора и

ротора синусоидально распределены в пространстве, б) магнитная система машины не насыщена.

Обмотки статора и ротора обтекаются двухфазными токами, сдвинутыми по фазе на 90 электрических градусов. В результате обмотки статора и ротора ОЭМ создают врачающиеся магнитные поля. Схема такой модели ОЭМ изображена на рис. 10.1, где однако для наглядности на статоре и роторе показаны сосредоточенные обмотки, расположенные по осям статора $1\alpha - 1\beta$ и ротора $2d - 2q$. Статор ОЭМ будем обозначать цифрой 1, ротор – 2, а неподвижную относительно статора систему координат будем обозначать $\alpha - \beta$, неподвижную относительно ротора систему координат – $d - q$. Здесь следует отметить, что до сих пор в мировой научно-технической литературе нет однозначного буквенного обозначения систем координат и, например, в [55] неподвижная относительно статора система координат обозначается буквами $d - q$. Мы будем придерживаться принятого в СНГ буквенно-цифрового обозначения систем координат, в которых записываются математические модели электрических машин.

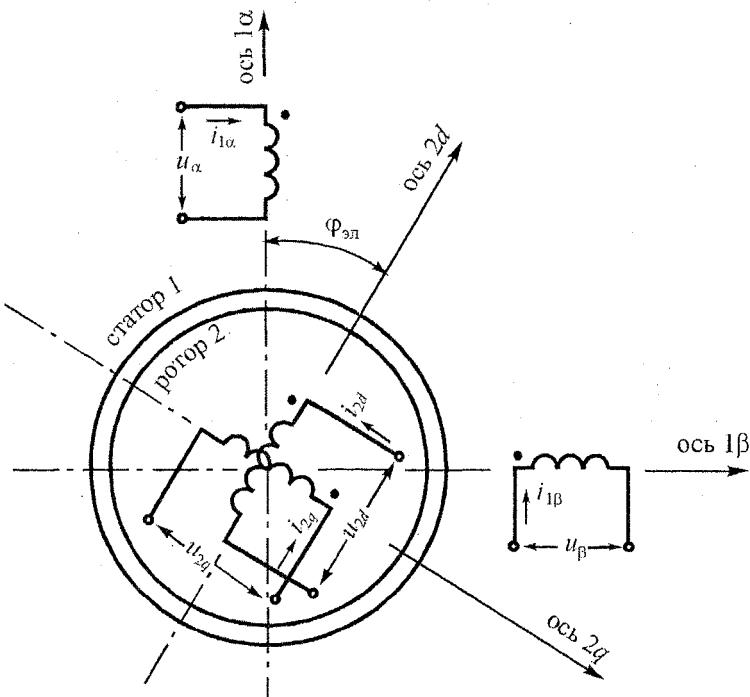


Рис. 10.1. Модель обобщенной электрической машины
в осях $1\alpha - 1\beta$, $2d - 2q$

Напряжения, прикладываемые к обмоткам статора и ротора ОЭМ, запишем в виде:

$$\left. \begin{aligned} u_{1\alpha} &= U_{1m} \cos \omega_1 t; & u_{1\beta} &= U_{1m} \sin \omega_1 t, \\ u_{2d} &= U_{2m} \cos \omega_2 t; & u_{2q} &= U_{2m} \sin \omega_2 t, \end{aligned} \right\} \quad (10.1)$$

где

$$\omega_1 = 2\pi f_1, \quad (10.2)$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2, \quad (10.3)$$

f_1, f_2 – частоты изменения напряжений обмоток статора и ротора,

U_{1m}, U_{2m} – амплитуды этих напряжений,

ω_1, ω_2 – круговые частоты напряжений статора и ротора.

10.2. Уравнения напряжений, потокосцеплений и электромагнитного момента обобщенной электрической машины

В целях компактности записи и наглядности мы будем широко использовать математический аппарат векторно-матричной алгебры, причем будем иметь в виду, что вектор любой величины может быть представлен в пространственной, комплексной и матричной форме. В какой форме вектор представляется, будет видно из записи. Вектор будем обозначать чертой сверху буквы, его обозначающей, причем для обозначения вектора, образованного из мгновенных значений напряжений и токов, используем малые латинские буквы, а для обозначения вектора установившегося режима – большие латинские буквы. Если имеется в виду вектор синусоидальных величин в комплексной плоскости, то сверху буквы ставится не черта, а точка. Обозначения матриц обычно соответствуют общепринятым обозначениям переменных, но выделяются жирным шрифтом.

Теперь для четырех обмоток ОЭМ рис. 10.1 запишем матричное уравнение электрического равновесия, используя потокосцепления обмоток:

$$\bar{u} = \bar{i} R + \frac{d\bar{\Psi}}{dt}, \quad (10.4)$$

где

$$\bar{i} = \begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \\ i_{2d} \\ i_{2q} \end{bmatrix} = [i_{1\alpha} \quad i_{1\beta} \quad i_{2d} \quad i_{2q}]^T, \quad (10.5)$$

$$\bar{u} = \begin{bmatrix} u_{1\alpha} \\ u_{1\beta} \\ u_{2d} \\ u_{2q} \end{bmatrix} = [u_{1\alpha} \ u_{1\beta} \ u_{2d} \ u_{2q}]^T, \quad (10.6)$$

$$\bar{\Psi} = \begin{bmatrix} \Psi_{1\alpha} \\ \Psi_{1\beta} \\ \Psi_{2d} \\ \Psi_{2q} \end{bmatrix} = [\Psi_{1\alpha} \ \Psi_{1\beta} \ \Psi_{2d} \ \Psi_{2q}]^T, \quad (10.7)$$

$$R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_2 \end{bmatrix}, \quad (10.8)$$

\bar{u} , \bar{i} , $\bar{\Psi}$ – векторы напряжения, тока и потокосцепления,
 R – матрица активных сопротивлений обмоток статора и ротора.
 $[\dots]^T$ – транспонированная матрица.

Потокосцепление обмоток определяется результатирующим действием токов всех обмоток ОЭМ, поэтому вектор потокосцепления можно записать таким образом

$$\bar{\Psi} = L \bar{i}, \quad (10.9)$$

где

$$L = \begin{bmatrix} L_{1\alpha 1\alpha} & L_{1\alpha 1\beta} & L_{1\alpha 2d} & L_{1\alpha 2q} \\ L_{1\beta 1\alpha} & L_{1\beta 1\beta} & L_{1\beta 2d} & L_{1\beta 2q} \\ L_{2d 1\alpha} & L_{2d 1\beta} & L_{2d 2d} & L_{2d 2q} \\ L_{2q 1\alpha} & L_{2q 1\beta} & L_{2q 2d} & L_{2q 2q} \end{bmatrix}, \quad (10.10)$$

L – матрица индуктивностей.

Обозначим:

$L_1 = L_{1\alpha 1\alpha} = L_{1\beta 1\beta}$ – собственная индуктивность обмотки статора,
 $L_2 = L_{2d 2d} = L_{2q 2q}$ – собственная индуктивность обмотки ротора.

Поскольку двухфазные обмотки на статоре и роторе взаимно перпендикулярны, то

$$\left. \begin{aligned} L_{1\alpha 1\beta} &= L_{1\beta 1\alpha} = 0, \\ L_{2d 2q} &= L_{2q 2d} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (10.11)$$

В силу того, что обмотки симметричны, имеем:

$$\left. \begin{aligned} L_{1\alpha 2d} &= L_{2d 1\alpha}; & L_{1\alpha 2q} &= L_{2q 1\alpha}, \\ L_{1\beta 2d} &= L_{2d 1\beta}; & L_{1\beta 2q} &= L_{2q 1\beta}. \end{aligned} \right\} \quad (10.12)$$

Собственные индуктивности L_1 и L_2 являются постоянными величинами, а взаимные индуктивности изменяются при повороте ротора на электрический угол $\varphi_{эл}$ (см. рис. 10.1):

$$\left. \begin{aligned} L_{1\alpha 2d} &= L_{12} \cos \varphi_{эл}, \\ L_{1\alpha 2q} &= L_{12} \cos(\varphi_{эл} + 90^\circ) = -L_{12} \sin \varphi_{эл}, \\ L_{1\beta 2d} &= L_{12} \sin \varphi_{эл}; & L_{1\beta 2q} &= L_{12} \cos \varphi_{эл}, \end{aligned} \right\} \quad (10.13)$$

где L_{12} – наибольшее значение взаимной индуктивности обмоток статора и ротора.

С учетом (10.11) – (10.13) матрица индуктивностей (10.10) принимает вид

$$L = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & L_{12} \cos \varphi_{эл} & -L_{12} \sin \varphi_{эл} \\ 0 & L_1 & L_{12} \sin \varphi_{эл} & L_{12} \cos \varphi_{эл} \\ L_{12} \cos \varphi_{эл} & L_{12} \sin \varphi_{эл} & L_2 & 0 \\ -L_{12} \sin \varphi_{эл} & L_{12} \cos \varphi_{эл} & 0 & L_2 \end{bmatrix}, \quad (10.14)$$

причем эта матрица является функцией угла поворота ротора $\varphi_{эл}$:

$$L = L(\varphi_{эл}). \quad (10.15)$$

Теперь уравнение (10.4) можно записать в виде

$$\bar{u} = \bar{i}R + \frac{d}{dt} [L(\varphi_{эл}) \bar{i}]. \quad (10.16)$$

Можно видеть, что матричное уравнение (10.16) является нелинейным дифференциальным уравнением с периодически изменяющимися коэффициентами.

Электромагнитный момент ОЭМ определяется выражением [59, 60]:

$$M = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial W}{\partial \varphi}, \quad (10.17)$$

где W – магнитная энергия ОЭМ,

φ – механический угол поворота, который связан с электрическим углом $\varphi_{\text{эл}}$ соотношением

$$\varphi_{\text{эл}} = p_{\text{п}} \cdot \varphi, \quad (10.18)$$

$p_{\text{п}}$ – число пар полюсов.

С учетом (10.18) уравнение (10.17) принимает вид

$$M = \frac{1}{2} \cdot p_{\text{п}} \frac{\partial W}{\partial \varphi_{\text{эл}}}. \quad (10.19)$$

Механическую энергию ОЭМ можно представить как скалярное произведение векторов $\bar{\Psi}$ и \bar{i} :

$$W = \bar{\Psi} \cdot \bar{i}, \quad (10.20)$$

которое в матричной форме записывается в виде

$$W = \begin{bmatrix} \Psi_{1\alpha} & \Psi_{1\beta} & \Psi_{2d} & \Psi_{2q} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \\ i_{2d} \\ i_{2q} \end{bmatrix} = \Psi_{1\alpha} i_{1\alpha} + \Psi_{1\beta} i_{1\beta} + \Psi_{2d} i_{2d} + \Psi_{2q} i_{2q}. \quad (10.21)$$

Значения $\Psi_{1\alpha}$, $\Psi_{1\beta}$, Ψ_{2d} , Ψ_{2q} находим из (10.9) с учетом (10.14):

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{1\alpha} &= L_1 i_{1\alpha} + L_{12} \cos \varphi_{\text{эл}} i_{2d} - L_{12} \sin \varphi_{\text{эл}} i_{2q}, \\ \Psi_{1\beta} &= L_1 i_{1\beta} + L_{12} \sin \varphi_{\text{эл}} i_{2d} + L_{12} \cos \varphi_{\text{эл}} i_{2q}, \\ \Psi_{2d} &= L_{12} \cos \varphi_{\text{эл}} i_{1\alpha} + L_{12} \sin \varphi_{\text{эл}} i_{1\beta} + L_2 i_{2d}, \\ \Psi_{2q} &= -L_{12} \sin \varphi_{\text{эл}} i_{1\alpha} + L_{12} \cos \varphi_{\text{эл}} i_{1\beta} + L_2 i_{2q}. \end{aligned} \right\} \quad (10.22)$$

Подставляя (10.22) в (10.21), после преобразований получим

$$W = 2 \cdot \left\{ \frac{1}{2} \left[L_1 i_{1\alpha}^2 + L_1 i_{1\beta}^2 + L_2 i_{2d}^2 + L_2 i_{2q}^2 \right] + L_{12} \left[(i_{1\alpha} i_{2d} + i_{1\beta} i_{2q}) \cos \varphi_{\text{эл}} + (i_{1\beta} i_{2d} - i_{1\alpha} i_{2q}) \sin \varphi_{\text{эл}} \right] \right\}. \quad (10.23)$$

Взяв частную производную по углу $\varphi_{\text{эл}}$ от (10.23) и подставив в (10.19), получим выражение электромагнитного момента, развиваемого ОЭМ:

$$M = p_n L_{12} \left[(i_{1\beta} i_{2d} - i_{1\alpha} i_{2q}) \cos \varphi_{\text{эл}} - (i_{1\alpha} i_{2d} + i_{1\beta} i_{2q}) \sin \varphi_{\text{эл}} \right]. \quad (10.24)$$

Уравнение (10.16) в соответствии с правилами дифференцирования может быть преобразовано к виду

$$\bar{u} = \bar{i} R + L(\varphi_{\text{эл}}) \frac{d\bar{i}}{dt} + \omega_{\text{эл}} \bar{i} \frac{\partial L}{\partial \varphi_{\text{эл}}}, \quad (10.25)$$

где

$$\omega_{\text{эл}} = \frac{d\varphi_{\text{эл}}}{dt}, \quad (10.26)$$

$\omega_{\text{эл}}$ – электрическая угловая скорость ротора.

Первая составляющая в (10.25), в соответствии с законом Ома, является падением напряжения на активном сопротивлении. Вторая составляющая обусловлена изменением тока в обмотках и называется трансформаторной ЭДС. Она включает ЭДС само- и взаимоиндукции. Третья составляющая появляется из-за вращения ротора относительно статора. Она зависит от угловой скорости ротора $\omega_{\text{эл}}$ и тока в обмотках и называется ЭДС вращения. В связи с тем, что трансформаторная ЭДС пропорциональна $L(\varphi_{\text{эл}})$, а ЭДС вращения пропорциональна производной от этой функции, то трансформаторная ЭДС максимальна, когда ЭДС вращения равна нулю и наоборот. Электрическая мощность, связанная с ЭДС вращения, разделяется на две равные части: одна из них увеличивает или уменьшает запасенную энергию, а вторая преобразуется в механическую энергию. В этом можно убедиться, вычислив суммарную электромагнитную мощность

$$P_{\text{эм.}\Sigma} = \bar{e}_B \cdot \bar{i}, \quad (10.27)$$

где

$$\bar{e}_B = \omega_{\text{эл}} \frac{\partial L(\varphi_{\text{эл}})}{\partial \varphi_{\text{эл}}} \bar{i}, \quad (10.28)$$

\bar{e}_B – вектор ЭДС вращения.

Вычисляя (10.28) с использованием (10.14), а затем находя скалярное произведение (10.27) посредством матричного представления, получим

$$P_{\text{эм.}\Sigma} = [e_{B\alpha} \ e_{B\beta} \ e_{Bd} \ e_{Bq}]^T \cdot \begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \\ i_{2d} \\ i_{2q} \end{bmatrix} = 2M\omega = 2M \frac{\omega_{\text{эл}}}{p_n} = 2P_n, \quad (10.29)$$

т. е. электромагнитная мощность

$$P_{\text{эм}} = M \omega, \quad (10.30)$$

преобразуемая в механическую, составляет половину электромагнитной мощности, связанной с ЭДС вращения [15]. В установившемся режиме средняя мощность магнитного поля постоянная, поэтому суммарная мощность, потребляемая ОЭМ от источника электрической энергии, за вычетом потерь преобразуется в механическую мощность. Заметим, что средняя электрическая мощность не связана с трансформаторной ЭДС, следовательно, ЭДС вращения полностью определяет величину механической мощности, развиваемой ОЭМ.

10.3. Координатные преобразования уравнений обобщенной электрической машины

Цель координатных преобразований состоит в том, чтобы получить более простые, чем в исходной системе, уравнения. При координатных преобразованиях необходимо соблюдать закон превращения энергии, т. е. при всех преобразованиях энергия должна сохраняться. Применительно к уравнениям ОЭМ можно говорить о постоянстве (инвариантности) мощности при преобразованиях.

Полученная выше система векторно-матричных уравнений

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= \bar{i}R + L(\varphi_{\text{эл}}) \frac{d\bar{i}}{dt} + \omega_{\text{эл}} \bar{i} \frac{\partial L(\varphi_{\text{эл}})}{\partial \varphi_{\text{эл}}}, \\ M &= \frac{P_{\text{п}}}{2} \frac{\partial}{\partial \varphi_{\text{эл}}} \left\{ [L(\varphi_{\text{эл}}) \bar{i}] \cdot \bar{i} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (10.31)$$

которая описывает процессы электромеханического преобразования энергии в ОЭМ, представляет большие трудности для ее решения из-за нелинейных дифференциальных уравнений с переменными периодическими коэффициентами. Поэтому математическую модель (10.31) ОЭМ в осях $1\alpha - 1\beta, 2d - 2q$ стремятся преобразовать в другую систему координат, где переменные периодические коэффициенты исчезают.

Для рассмотрения методов преобразования переменных ОЭМ из одной системы координат в другую сначала проанализируем преобразование координат точки A (x_A, y_A) при повороте прямоугольных осей на угол φ (рис. 10.2). Это соответствует механическому движению модели ОЭМ в осях $1\alpha - 1\beta, 2d - 2q$, где имеется только одна степень свободы: поворот ротора относительно статора. На рис. 10.2 имеем две системы прямоугольных координат: исходную (старую) $x - y$ и новую $x' - y'$, повернутую в положительном направлении на угол φ относительно исходной системы координат.

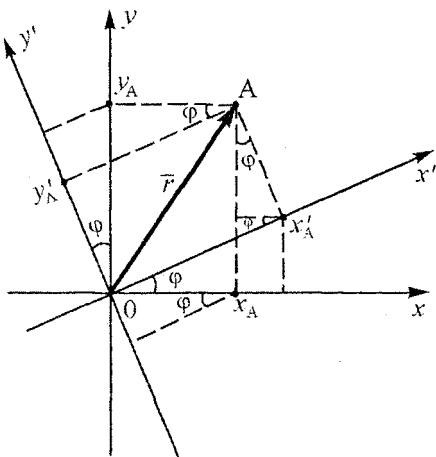


Рис. 10.2. Преобразование координат вектора \bar{r} из одной системы в другую

Преобразование, с помощью которого координаты точки А в новой системе координат выражаются через координаты этой точки в старой системе координат, называется прямым координатным преобразованием. Из геометрических построений на рис. 10.2 следует, что

$$\left. \begin{array}{l} x'_A = x_A \cos \varphi + y_A \sin \varphi, \\ y'_A = -x_A \sin \varphi + y_A \cos \varphi. \end{array} \right\} \quad (10.32)$$

Преобразование, с помощью которого координаты точки А в старой системе координат выражаются через координаты этой точки в новой системе координат, называется обратным координатным преобразованием. Из построений рис. 10.2 видно, что

$$\left. \begin{array}{l} x_A = x'_A \cos \varphi - y'_A \sin \varphi, \\ y_A = x'_A \sin \varphi + y'_A \cos \varphi. \end{array} \right\} \quad (10.33)$$

Положение точки А на плоскости может быть выражено радиус-вектором \bar{r} с координатами (x_A, y_A) или (x'_A, y'_A) .

Связь между этими координатами определяется матрицей поворота системы координат $x - y$ относительно оси z , перпендикулярной плоскости $x - y$. Эта матрица поворота, как следует из (10.32) имеет вид:

$$\tau(\bar{k}, \varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}, \quad (10.34)$$

где \bar{k} – единичный орт по оси z .

Тогда прямое преобразование координат можно записать таким образом:

$$\begin{aligned} \bar{r}(x'_A, y'_A) &= \tau(\bar{k}, \varphi) \bar{r}(x_A, y_A) = \tau(\bar{k}, \varphi) \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} x_A \cos \varphi + y_A \sin \varphi \\ -x_A \sin \varphi + y_A \cos \varphi \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (10.35)$$

Аналогично можно записать обратное координатное преобразование:

$$\bar{r}(x_A, y_A) = \tau^T(\bar{k}, \varphi) \begin{bmatrix} x'_A \\ y'_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_A \cos \varphi - y'_A \sin \varphi \\ x'_A \sin \varphi + y'_A \cos \varphi \end{bmatrix}, \quad (10.36)$$

где

$$\tau^T(\bar{k}, \varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}, \quad (10.37)$$

$\tau^T(\bar{k}, \varphi)$ – транспонированная матрица поворота.

Под вектором \bar{r} будем понимать вектор \bar{X} любой переменной ОЭМ, например, вектор напряжения \bar{u} , вектор тока \bar{i} , вектор потокосцепления $\bar{\Psi}$. Под координатными осями будем понимать:

$$\text{ось } x = \begin{cases} \text{ось } 1\alpha \\ \text{ось } 2d \end{cases}, \quad \text{ось } y = \begin{cases} \text{ось } 1\beta \\ \text{ось } 2q \end{cases},$$

$$\text{ось } x' = \text{ось } u, \quad \text{ось } y' = \text{ось } v,$$

где оси $u - v$ вращаются с постоянной угловой скоростью ω_k относительно неподвижных осей $1\alpha - 1\beta$.

Угол поворота осей $u - v$ относительно неподвижных осей $1\alpha - 1\beta$ можно записать в виде

$$\Phi_k = \omega_k t, \quad (10.38)$$

где t – время.

Теперь после принятых соглашений можно записать уравнения координатных преобразований для вектора \bar{X} любой переменное ОЭМ.

1. Прямые координатные преобразования:

а) для переменных статора:

$$\begin{bmatrix} X_{1u} \\ X_{1v} \end{bmatrix} = \tau_1(\bar{k}, \varphi_k) \begin{bmatrix} X_{1\alpha} \\ X_{1\beta} \end{bmatrix}; \quad (10.39)$$

б) для переменных ротора:

$$\begin{bmatrix} X_{2u} \\ X_{2v} \end{bmatrix} = \tau_2(\bar{k}, \Delta\varphi_k) \begin{bmatrix} X_{2d} \\ X_{2q} \end{bmatrix}. \quad (10.40)$$

2. Обратные координатные преобразования:

а) для переменных статора:

$$\begin{bmatrix} X_{1\alpha} \\ X_{1\beta} \end{bmatrix} = \tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_k) \begin{bmatrix} X_{1u} \\ X_{1v} \end{bmatrix}; \quad (10.41)$$

б) для переменных ротора:

$$\begin{bmatrix} X_{2d} \\ X_{2q} \end{bmatrix} = \tau_2^{-1}(\bar{k}, \Delta\varphi_k) \begin{bmatrix} X_{2u} \\ X_{2v} \end{bmatrix}, \quad (10.42)$$

где

$$\tau_1(\bar{k}, \varphi_k) = \begin{bmatrix} \cos \varphi_k & \sin \varphi_k \\ -\sin \varphi_k & \cos \varphi_k \end{bmatrix}, \quad (10.43)$$

$$\tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_k) = \begin{bmatrix} \cos \varphi_k & -\sin \varphi_k \\ \sin \varphi_k & \cos \varphi_k \end{bmatrix}, \quad (10.44)$$

$$\tau_2(\bar{k}, \Delta\varphi_k) = \begin{bmatrix} \cos \Delta\varphi_k & \sin \Delta\varphi_k \\ -\sin \Delta\varphi_k & \cos \Delta\varphi_k \end{bmatrix}, \quad (10.45)$$

$$\tau_2^{-1}(\bar{k}, \Delta\varphi_k) = \begin{bmatrix} \cos \Delta\varphi_k & -\sin \Delta\varphi_k \\ \sin \Delta\varphi_k & \cos \Delta\varphi_k \end{bmatrix}, \quad (10.46)$$

$$\Delta\varphi_k = \varphi_k - \varphi_{\text{зл}} = (\omega_k - \omega_{\text{зл}})t, \quad (10.47)$$

$\tau_1(\bar{k}, \varphi_k)$ – прямая матрица поворота осей координат статора,

$\tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_k)$ – обратная матрица поворота осей координат статора,

$\tau_2(\bar{k}, \Delta\varphi_k)$ – прямая матрица поворота осей координат ротора,

$\tau_2^{-1}(\bar{k}, \Delta\varphi_k)$ – обратная матрица поворота осей координат ротора,

$X_{1\alpha}, X_{1\beta}$ – проекции вектора \bar{X}_1 на оси координат $1\alpha - 1\beta$,

X_{1u}, X_{1v} – проекции вектора \bar{X}_1 на оси координат $u - v$,

X_{2d}, X_{2q} – проекции вектора \bar{X}_2 на оси координат $2d - 2q$,

X_{2u}, X_{2v} – проекции вектора \bar{X}_2 на оси координат $u - v$.

Можно видеть, что

$$\tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_k) = \tau_1(\bar{k}, -\varphi_k) = \tau^r(k, \varphi_k); \quad \tau_2^{-1}(\bar{k}, \Delta\varphi_k) = \tau_2(\bar{k}, -\Delta\varphi_k) = \tau^r(\bar{k}, \Delta\varphi_k),$$

т. е. обратные матрицы поворота равны транспонированным матрицам.

Покажем, как при помощи координатных преобразований можно модель ОЭМ, показанную на рис. 10.1, привести к другой модели, где исчезают периодические переменные коэффициенты в дифференциальных уравнениях. Для этого сначала рассмотрим преобразование уравнений электрического равновесия обмоток статора, записанных в осях $1\alpha - 1\beta$, к осям $u - v$:

$$\begin{bmatrix} u_{1\alpha} \\ u_{1\beta} \end{bmatrix} = R_1 \begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{1\alpha} \\ \Psi_{1\beta} \end{bmatrix}. \quad (10.48)$$

Представим переменные этого матричного уравнения через обратные преобразования:

$$\begin{bmatrix} u_{1\alpha} \\ u_{1\beta} \end{bmatrix} = \tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_k) \cdot \begin{bmatrix} u_{1u} \\ u_{1v} \end{bmatrix}, \quad (10.49)$$

$$\begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \end{bmatrix} = \tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_k) \cdot \begin{bmatrix} i_{1u} \\ i_{1v} \end{bmatrix}, \quad (10.50)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{1\alpha} \\ \Psi_{1\beta} \end{bmatrix} = \tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_k) \cdot \begin{bmatrix} \Psi_{1u} \\ \Psi_{1v} \end{bmatrix}. \quad (10.51)$$

Найдем производную

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{1\alpha} \\ \Psi_{1\beta} \end{bmatrix} &= \frac{d}{dt} \left\{ \tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_k) \cdot \begin{bmatrix} \Psi_{1u} \\ \Psi_{1v} \end{bmatrix} \right\} = \\ &= \tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_k) \frac{d}{dt} \cdot \begin{bmatrix} \Psi_{1u} \\ \Psi_{1v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_{1u} \\ \Psi_{1v} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} [\tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_k)]. \end{aligned} \quad (10.52)$$

Примем во внимание, что производная от матрицы поворота может быть найдена в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [\tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_k)] &= \frac{d}{d(\omega_k t)} [\tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_k)] \cdot \omega_k = \omega_k \frac{d}{d\varphi_k} [\tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_k)] = \\ &= \omega_k \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_k) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_k \\ \omega_k & 0 \end{bmatrix} \cdot \tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_k), \end{aligned} \quad (10.53)$$

где

$$\lambda(\bar{k}) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (10.54)$$

$\lambda(\bar{k})$ – кососимметричная матрица орта поворота.

Подставляем (10.49)–(10.53) в (10.48):

$$\begin{aligned} \tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_k) \begin{bmatrix} u_{1u} \\ u_{1v} \end{bmatrix} &= \tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_k) R_1 \begin{bmatrix} i_{1u} \\ i_{1v} \end{bmatrix} + \\ &+ \tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_k) \frac{d}{dt} \cdot \begin{bmatrix} \Psi_{1u} \\ \Psi_{1v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_k \\ \omega_k & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Psi_{1u} \\ \Psi_{1v} \end{bmatrix} \cdot \tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_k). \end{aligned} \quad (10.55)$$

Сократив левую и правую части (10.55) на $\tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_k)$, получим матричное уравнение электрического равновесия обмоток статора в осях $u - v$:

$$\begin{bmatrix} u_{1u} \\ u_{1v} \end{bmatrix} = R_1 \begin{bmatrix} i_{1u} \\ i_{1v} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \cdot \begin{bmatrix} \Psi_{1u} \\ \Psi_{1v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_k \\ \omega_k & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Psi_{1u} \\ \Psi_{1v} \end{bmatrix}. \quad (10.56)$$

Это уравнение не содержит переменных периодических коэффициентов, но имеет дополнительную ЭДС

$$\begin{bmatrix} e_{1u} \\ e_{1v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_k \\ \omega_k & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Psi_{1u} \\ \Psi_{1v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega_k \Psi_{1v} \\ \omega_k \Psi_{1u} \end{bmatrix}, \quad (10.57)$$

обусловленную вращением осей координат $u - v$ с угловой скоростью ω_k относительно неподвижных осей $1\alpha - 1\beta$.

Проведем обратные преобразования переменных для матричного уравнения электрического равновесия обмоток ротора:

$$\begin{bmatrix} u_{2d} \\ u_{2q} \end{bmatrix} = R_2 \begin{bmatrix} i_{2d} \\ i_{2q} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \cdot \begin{bmatrix} \Psi_{2d} \\ \Psi_{2q} \end{bmatrix}. \quad (10.58)$$

Переменные в (10.58) записываем через обратные преобразования:

$$\begin{bmatrix} u_{2d} \\ u_{2q} \end{bmatrix} = \tau_2^{-1}(\bar{k}, \Delta\varphi_k) \cdot \begin{bmatrix} u_{2u} \\ u_{2v} \end{bmatrix}, \quad (10.59)$$

$$\begin{bmatrix} i_{2d} \\ i_{2q} \end{bmatrix} = \tau_2^{-1}(\bar{k}, \Delta\varphi_k) \cdot \begin{bmatrix} i_{2u} \\ i_{2v} \end{bmatrix}, \quad (10.60)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{2d} \\ \Psi_{2q} \end{bmatrix} = \tau_2^{-1}(\bar{k}, \Delta\varphi_k) \cdot \begin{bmatrix} \Psi_{2u} \\ \Psi_{2v} \end{bmatrix}. \quad (10.61)$$

Находим производную

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{2d} \\ \Psi_{2q} \end{bmatrix} &= \frac{d}{dt} \left\{ \tau_2^{-1}(\bar{k}, \Delta\varphi_k) \cdot \begin{bmatrix} \Psi_{2u} \\ \Psi_{2v} \end{bmatrix} \right\} = \\ &= \tau_2^{-1}(\bar{k}, \Delta\varphi_k) \frac{d}{dt} \cdot \begin{bmatrix} \Psi_{2u} \\ \Psi_{2v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_{2u} \\ \Psi_{2v} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} [\tau_2^{-1}(\bar{k}, \Delta\varphi_k)]. \end{aligned} \quad (10.62)$$

Определяем производную от обратной матрицы поворота:

$$\frac{d}{dt} [\tau_2^{-1}(\bar{k}, \Delta\varphi_k)] = \Delta\omega_k \frac{d}{d\Delta\varphi_k} [\tau_2^{-1}(\bar{k}, \Delta\varphi_k)] = \Delta\omega_k \lambda(\bar{k}) \cdot \tau_2^{-1}(\bar{k}, \Delta\varphi_k), \quad (10.63)$$

где

$$\Delta\omega_k = \omega_k - \omega_{\text{зл}}. \quad (10.64)$$

Подставляем (10.59) – (10.63) в (10.58) и сокращаем левую и правую части на $\tau_2^{-1}(\bar{k}, \Delta\varphi_k)$. В результате получаем матричное уравнение электрического равновесия обмоток ротора в осях $u - v$:

$$\begin{bmatrix} u_{2u} \\ u_{2v} \end{bmatrix} = R_2 \begin{bmatrix} i_{2u} \\ i_{2v} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{2u} \\ \Psi_{2v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\Delta\omega_k \\ \Delta\omega_k & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Psi_{2u} \\ \Psi_{2v} \end{bmatrix}. \quad (10.65)$$

Это уравнение тоже не имеет периодических коэффициентов, но включает дополнительную ЭДС

$$\begin{bmatrix} e_{2u} \\ e_{2v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\Delta\omega_k \\ \Delta\omega_k & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Psi_{2u} \\ \Psi_{2v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Delta\omega_k \Psi_{2v} \\ \Delta\omega_k \Psi_{2u} \end{bmatrix}, \quad (10.66)$$

обусловленную вращением осей $u - v$ относительно ротора с угловой скоростью $\Delta\omega_k$.

Матричные уравнения (10.56) и (10.65) можно записать в форме пространственных векторов

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_1 &= \bar{i}_1 R_1 + \frac{d\bar{\Psi}_1}{dt} + \bar{\omega}_k \times \bar{\Psi}_1, \\ \bar{u}_2 &= \bar{i}_2 R_2 + \frac{d\bar{\Psi}_2}{dt} + \bar{\Delta\omega}_k \times \bar{\Psi}_2, \end{aligned} \right\} \quad (10.67)$$

где $\bar{\omega}_k$ и $\Delta\bar{\omega}_k$ – векторы угловой скорости поворота осей $u - v$ относительно статора и ротора (рис. 10.3)

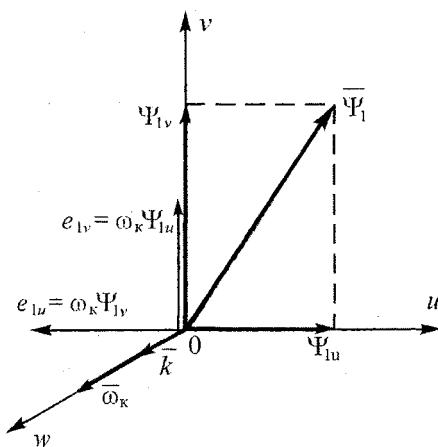


Рис. 10.3. Расположение векторов $\bar{\omega}_k$ и $\bar{\Psi}_1$ статора в системе координат $u - v - w$

Заметим, что векторные произведения пространственных векторов

$$\bar{\omega}_k \times \bar{\Psi}_1 \text{ и } \Delta\bar{\omega}_k \times \bar{\Psi}_2$$

в матричной форме соответственно имеют вид:

$$\omega_k \lambda(\bar{k}) \cdot \bar{\Psi}_1 \text{ и } \Delta\omega_k \lambda(\bar{k}) \cdot \bar{\Psi}_2$$

Поэтому уравнения (10.67) в матричной форме записывают таким образом:

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_1 &= \bar{i}_1 R_1 + \frac{d\bar{\Psi}_1}{dt} + \\ &\quad + \omega_k \lambda(\bar{k}) \cdot \bar{\Psi}_1, \\ \bar{u}_2 &= \bar{i}_2 R_2 + \frac{d\bar{\Psi}_2}{dt} + \\ &\quad + \Delta\omega_k \lambda(\bar{k}) \cdot \bar{\Psi}_2, \end{aligned} \right\} \quad (10.68)$$

где

$$\lambda(\bar{k}) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

а \bar{u}_1 , \bar{i}_1 , $\bar{\Psi}_1$, \bar{u}_2 , $\bar{\Psi}_2$, \bar{i}_2 – векторы, представляемые в матричной форме.

Уравнения (10.67) или (10.68) – это нелинейные дифференциальные уравнения, которые не имеют переменных коэффициентов, но содержат ЭДС, вызванные вращением осей $u - v$ относительно статора и ротора. Полученный вид уравнений (10.67) и (10.68) показывает, что обмотки находятся на взаимно перпендикулярных осях, неподвижных относительно друг друга. Указанным уравнениям соответствует модель ОЭМ, показанная на рис. 10.4. Эта модель и есть не что иное как эквивалентная схема модели обобщенной машины Крона [60]. Иногда математические модели электрических машин начинают рассматривать с модели Крона, а затем переходят к другим видам ОЭМ. Нам кажется более естественным и логичным в качестве исходной модели ОЭМ взять двухфазную машину двойного питания, а затем, используя координатные преобразования переменных, получить более простую в описании модель обобщенной машины Крона, что и было сделано. Естественно, все эти преобразования должны быть инвариантными по мощности. Пока-

жем, что в преобразованиях от осей $1\alpha - 1\beta$ к осям $u - v$ это соблюдается. В целях упрощения примем, что $u_{2d} = u_{2q} = 0$. Тогда мощность, подводимая к обмоткам статора

$$S = \bar{u}_1 \cdot \bar{i}_1 = [u_{1\alpha} \quad u_{1\beta}]^T \cdot \begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \end{bmatrix} = u_{1\alpha} i_{1\alpha} + u_{1\beta} i_{1\beta}. \quad (10.69)$$

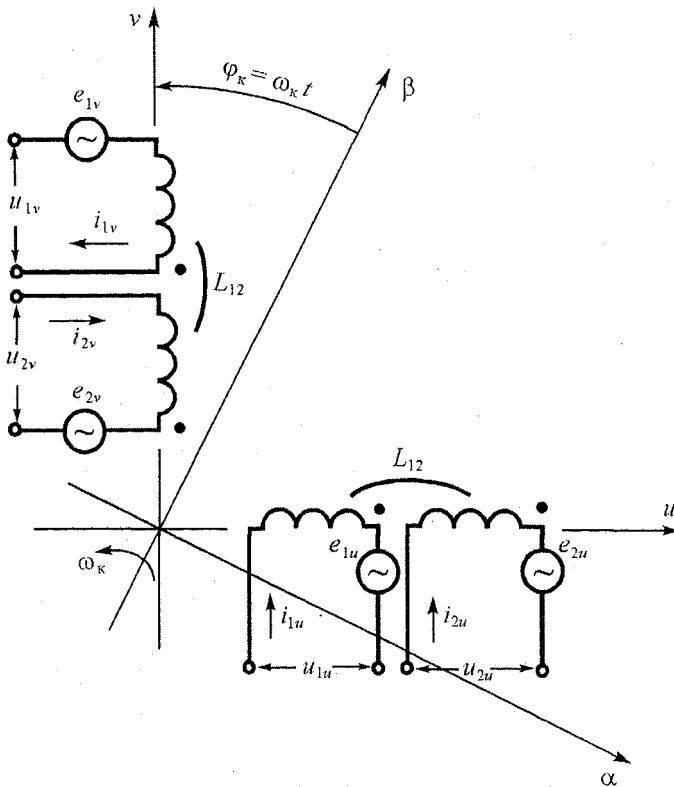


Рис. 10.4. Модель обобщенной электрической машины в осях $u - v$

Представим векторы напряжения и тока статора через обратные преобразования переменных:

$$\begin{bmatrix} u_{1\alpha} \\ u_{1\beta} \end{bmatrix} = \tau_1^{-1}(\bar{k}, \phi_k) \begin{bmatrix} u_{1u} \\ u_{1v} \end{bmatrix} = \left\{ \tau_1^{-1}(\bar{k}, \phi_k) [u_{1u} \quad u_{1v}]^T \right\}^T = \tau_1(\bar{k}, \phi_k) [u_{1u} \quad u_{1v}]^T.$$

Получаем

$$S_1 = \tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_k) \tau_1(\bar{k}, \varphi_k) [u_{1u} \ u_{1v}]^T \cdot \begin{bmatrix} i_{1u} \\ i_{1v} \end{bmatrix} = u_{1u} i_{1u} + u_{1v} i_{1v}, \quad (10.70)$$

так как

$$\tau_1^{-1}(\bar{k}, \varphi_k) \cdot \tau_1(\bar{k}, \varphi_k) = 1. \quad (10.71)$$

Следовательно, при координатных преобразованиях соблюдается инвариантность мощности.

Для модели ОЭМ в осях $u - v$ (см. рис. 10.4) запишем потокосцепления

$$\begin{bmatrix} \Psi_{1u} \\ \Psi_{1v} \\ \Psi_{2u} \\ \Psi_{2v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{1u1u} & L_{1u1v} & L_{1u2u} & L_{1u2v} \\ L_{1v1u} & L_{1v1v} & L_{1v2u} & L_{1v2v} \\ L_{2u1u} & L_{2u1v} & L_{2u2u} & L_{2u2v} \\ L_{2v1u} & L_{2v1v} & L_{2v2u} & L_{2v2v} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{1u} \\ i_{1v} \\ i_{2u} \\ i_{2v} \end{bmatrix}. \quad (10.72)$$

Учитывая, что

$$L_{1u1u} = L_{1v1v} = L_1; \quad L_{2u2u} = L_{2v2v} = L_2,$$

$$L_{1u1v} = L_{1v1u} = 0; \quad L_{2u2v} = L_{2v2u} = 0,$$

$$L_{1u2u} = L_{2u1u} = L_{1v2v} = L_{2v1v} = L_{12},$$

потокосцепление ОЭМ представим в векторно-матричной форме:

$$\bar{\Psi} = \mathbf{L} \cdot \bar{i}, \quad (10.73)$$

где

$$\bar{\Psi} = [\Psi_{1u} \ \Psi_{1v} \ \Psi_{2u} \ \Psi_{2v}]^T, \quad (10.74)$$

$$\bar{i} = [i_{1u} \ i_{1v} \ i_{2u} \ i_{2v}]^T, \quad (10.75)$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & L_{12} & 0 \\ 0 & L_1 & 0 & L_{12} \\ L_{12} & 0 & L_2 & 0 \\ 0 & L_{12} & 0 & L_2 \end{bmatrix}, \quad (10.76)$$

\mathbf{L} – матрица индуктивностей обмоток ОЭМ в осях $u - v$.

Вектор потокосцепления $\bar{\Psi}$ обычно представляют в виде суммы вектора потокосцепления статора $\bar{\Psi}_1$ и вектора потокосцепления ротора $\bar{\Psi}_2$:

$$\bar{\Psi} = \bar{\Psi}_1 + \bar{\Psi}_2, \quad (10.77)$$

где

$$\overline{\Psi}_1 = \begin{bmatrix} \Psi_{1u} \\ \Psi_{1v} \end{bmatrix} = L_1 \begin{bmatrix} i_{1u} \\ i_{1v} \end{bmatrix} + L_{12} \begin{bmatrix} i_{2u} \\ i_{2v} \end{bmatrix} = L_1 \tilde{i}_1 + L_{12} \tilde{i}_2, \quad (10.78)$$

$$\overline{\Psi}_2 = \begin{bmatrix} \Psi_{2u} \\ \Psi_{2v} \end{bmatrix} = L_2 \begin{bmatrix} i_{2u} \\ i_{2v} \end{bmatrix} + L_{12} \begin{bmatrix} i_{1u} \\ i_{1v} \end{bmatrix} = L_2 \tilde{i}_2 + L_{12} \tilde{i}_1. \quad (10.79)$$

Электромагнитный момент ОЭМ в осях $u - v$ определим на основании равенства

$$M = \frac{P_{\text{эм}}}{\omega}, \quad (10.80)$$

где

$$P_{\text{эм}} = \tilde{i} \cdot \tilde{e} = [i_{1u} \ i_{1v} \ i_{2u} \ i_{2v}]^T \cdot \begin{bmatrix} e_{1u} \\ e_{1v} \\ e_{2u} \\ e_{2v} \end{bmatrix} = \\ = i_{1u} e_{1u} + i_{1v} e_{1v} + i_{2u} e_{2u} + i_{2v} e_{2v}. \quad (10.81)$$

Подставляя значения e_{1u} и e_{1v} из (10.57) и e_{2u} , e_{2v} из (10.66) с учетом (10.64) в (10.81), получаем

$$P_{\text{эм}} = \omega_k (i_{1v} \Psi_{1u} - i_{1u} \Psi_{1v} - i_{2u} \Psi_{2v} + i_{2v} \Psi_{2u}) + \\ + \omega_{\text{эм}} (i_{2u} \Psi_{2v} - i_{2v} \Psi_{2u}). \quad (10.82)$$

Исходя из соотношений:

$$i_{1v} \Psi_{1u} - i_{1u} \Psi_{1v} = \begin{vmatrix} \Psi_{1u} & \Psi_{1v} \\ i_{1u} & i_{1v} \end{vmatrix} = \overline{\Psi}_1 \times \tilde{i}_1, \quad (10.83)$$

$$i_{2v} \Psi_{2u} - i_{2u} \Psi_{2v} = \begin{vmatrix} \Psi_{2u} & \Psi_{2v} \\ i_{2u} & i_{2v} \end{vmatrix} = \overline{\Psi}_2 \times \tilde{i}_2, \quad (10.84)$$

найдем векторные произведения:

$$\overline{\Psi}_1 \times \tilde{i}_1 = (L_1 \tilde{i}_1 + L_{12} \tilde{i}_2) \times \tilde{i}_1 = L_1 (\tilde{i}_1 \times \tilde{i}_1) + L_{12} (\tilde{i}_2 \times \tilde{i}_1) = L_{12} (\tilde{i}_2 \times \tilde{i}_1),$$

$$\overline{\Psi}_2 \times \tilde{i}_2 = (L_2 \tilde{i}_2 + L_{12} \tilde{i}_1) \times \tilde{i}_2 = L_2 (\tilde{i}_2 \times \tilde{i}_2) + L_{12} (\tilde{i}_1 \times \tilde{i}_2) = L_{12} (\tilde{i}_1 \times \tilde{i}_2),$$

так как

$$\tilde{i}_1 \times \tilde{i}_1 = 0, \quad \tilde{i}_2 \times \tilde{i}_2 = 0.$$

Очевидно, что

$$\bar{i}_2 \times \bar{i}_1 = -(\bar{i}_1 \times \bar{i}_2),$$

поэтому

$$\omega_k (\bar{\Psi}_1 \times \bar{i}_1 + \bar{\Psi}_2 \times \bar{i}_2) = \omega_k L_{12} (\bar{i}_2 \times \bar{i}_1 - \bar{i}_2 \times \bar{i}_1) = 0$$

и

$$P_{\text{эм}} = \omega_{\text{зл}} (i_{2u} \Psi_{2v} - i_{2v} \Psi_{2u}), \quad (10.85)$$

т. е. электромагнитная мощность ОЭМ не связана с вращением координат, а определяется полностью вращением ротора. Подставляя (10.85) в (10.80) и учитывая, что

$$\omega = \frac{\omega_{\text{зл}}}{p_n}, \quad (10.86)$$

получим уравнение для электромагнитного момента

$$M = p_n (i_{2u} \Psi_{2v} - i_{2v} \Psi_{2u}), \quad (10.87)$$

которое при использовании (10.79) можно привести к виду

$$M = p_n L_{12} (i_{1v} i_{2u} - i_{1u} i_{2v}). \quad (10.88)$$

10.4. Векторное представление электромагнитного момента ОЭМ

Электромагнитный момент обобщенной электрической машины является вектором, поэтому его можно выразить с помощью векторного произведения векторов, создающих электромагнитный момент. В частности, выражение (10.88) можно записать через определитель:

$$\overline{M} = p_n L_{12} \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ i_{2u} & i_{2v} & 0 \\ i_{1u} & i_{1v} & 0 \end{vmatrix} = p_n L_{12} (i_{1v} i_{2u} - i_{1u} i_{2v}) \bar{k} = p_n L_{12} (\bar{i}_2 \times \bar{i}_1), \quad (10.89)$$

где \bar{i} , \bar{j} , \bar{k} – орты декартовой системы координат (рис. 10.5 а).

Следовательно, электромагнитный момент можно рассматривать как вектор, направленный вдоль орта \bar{k} , который перпендикулярен плоскости (\bar{i} , \bar{j}), где расположены векторы токов \bar{i}_1 и \bar{i}_2 (рис. 10.5 б). Применимельно к модели ОЭМ орты \bar{i} , \bar{j} , расположены в плоскости, перпендикулярной оси ротора. Поэтому вектор электромагнитного момента ОЭМ направлен вдоль оси ротора.

ра. Величина электромагнитного момента в соответствии с векторным произведением определяется площадью параллелограмма, образованного векторами \bar{i}_1 и \bar{i}_2 :

$$|\bar{M}| = p_n L_{12} |\bar{i}_1| \cdot |\bar{i}_2| \sin(\bar{i}_1, \bar{i}_2). \quad (10.90)$$

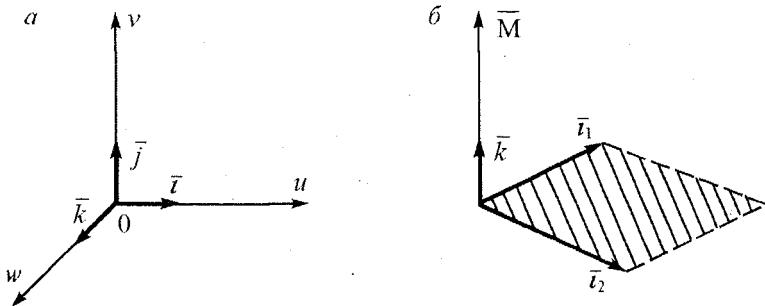


Рис. 10.5. Векторное представление электромагнитного момента

Электромагнитный момент будет иметь максимальное значение, если образующие его векторы перпендикулярны. Здесь уместно заметить, что векторное произведение векторов тока \bar{i}_2 и \bar{i}_1 в матричной форме записывается так:

$$\bar{i}_2 \times \bar{i}_1 = \lambda(\bar{i}_2) \cdot \bar{i}_1 = \begin{bmatrix} 0 & i_{2u} \\ -i_{2v} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{1u} \\ i_{1v} \end{bmatrix} = i_{1v}i_{2u} - i_{1u}i_{2v}, \quad (10.91)$$

где

$$\lambda(\bar{i}_2) = \begin{bmatrix} 0 & i_{2u} \\ -i_{2v} & 0 \end{bmatrix}, \quad (10.92)$$

$\lambda(\bar{i}_2)$ – кососимметричная матрица вектора тока \bar{i}_2 .

Выражение (10.87) можно также записать в векторной форме:

$$\bar{M} = p_n \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ i_{2u} & i_{2v} & 0 \\ \Psi_{2u} & \Psi_{2v} & 0 \end{vmatrix} = p_n (i_{2v} \Psi_{2u} - i_{2u} \Psi_{2v}) \bar{k} = p_n (\bar{i}_2 \times \bar{\Psi}_2). \quad (10.93)$$

Выразив из (10.78)

$$\bar{i}_2 = \frac{\bar{\Psi}_1 - L_1 \bar{i}_1}{L_{12}} \quad (10.94)$$

и подставив в (10.89), найдем

$$\overline{\mathbf{M}} = p_n (\overline{\Psi}_1 \times \overline{i}_1). \quad (10.95)$$

Если из (10.79) найти

$$\overline{i}_2 = \frac{\overline{\Psi}_2 - L_{12} \overline{i}_1}{L_2} \quad (10.96)$$

и подставить в (10.89), то можно получить

$$\overline{\mathbf{M}} = p_n k_r (\overline{\Psi}_2 \times \overline{i}_1), \quad (10.97)$$

где

$$k_r = \frac{L_{12}}{L_1}, \quad (10.98)$$

k_r – коэффициент магнитной связи ротора.

Находя

$$\overline{i}_1 = \frac{\overline{\Psi}_1 - L_{12} \overline{i}_2}{L_1} \quad (10.99)$$

и подставляя в (10.89), имеем

$$\overline{\mathbf{M}} = p_n k_s (\overline{i}_2 \times \overline{\Psi}_1), \quad (10.100)$$

где

$$k_s = \frac{L_{12}}{L_2}, \quad (10.101)$$

k_s – коэффициент магнитной связи статора.

Из равенства

$$\frac{\overline{\Psi}_2 - L_2 \overline{i}_2}{L_{12}} = \frac{\overline{\Psi}_1 - L_{12} \overline{i}_2}{L_1} \quad (10.102)$$

находим

$$\overline{i}_2 = \frac{1}{L_1 L_2 - L_{12}^2} (L_1 \overline{\Psi}_2 - L_{12} \overline{\Psi}_1) \quad (10.103)$$

и подставляем в (10.100), в результате получаем

$$\overline{\mathbf{M}} = \frac{p_n k_r}{\sigma L_1} (\overline{\Psi}_2 \times \overline{\Psi}_1), \quad (10.104)$$

где

$$\sigma = 1 - (L_{12}^2 / L_1 L_2), \quad (10.105)$$

σ – коэффициент рассеяния.

Выразим потокосцепление статора как сумму потокосцеплений взаимоиндукции $\bar{\Psi}_{12}$ и потокосцепления рассеяния статора $\bar{\Psi}_{1\sigma}$:

$$\bar{\Psi}_1 = \bar{\Psi}_{12} + \bar{\Psi}_{1\sigma} = \bar{\Psi}_{12} + L_{1\sigma} \bar{i}_1, \quad (10.106)$$

где $L_{1\sigma}$ – индуктивность рассеяния обмотки статора.

Подстановка (10.106) в (10.95) приводит к результату

$$\begin{aligned} \bar{M} &= p_n [(\bar{\Psi}_{12} + L_{1\sigma} \bar{i}_1) \times \bar{i}_1] = p_n [(\bar{\Psi}_{12} \times \bar{i}_1) + L_{1\sigma} (\bar{i}_1 \times \bar{i}_1)] = \\ &= p_n (\bar{\Psi}_{12} \times \bar{i}_1), \end{aligned} \quad (10.107)$$

так как $\bar{i}_1 \times \bar{i}_1 = 0$.

Аналогично имеем для потокосцепления ротора

$$\bar{\Psi}_2 = \bar{\Psi}_{12} + \bar{\Psi}_{2\sigma} = \bar{\Psi}_{12} + L_{2\sigma} \bar{i}_2, \quad (10.108)$$

что при использовании в (10.93) дает выражение

$$\begin{aligned} \bar{M} &= p_n [\bar{i}_2 \times (\bar{\Psi}_{12} + L_{2\sigma} \bar{i}_2)] = p_n [(\bar{i}_2 \times \bar{\Psi}_{12}) + L_{2\sigma} (\bar{i}_2 \times \bar{i}_2)] = \\ &= p_n (\bar{i}_2 \times \bar{\Psi}_{12}), \end{aligned} \quad (10.109)$$

так как $\bar{i}_2 \times \bar{i}_2 = 0$.

Выражения (10.107) и (10.109) показывают, что потоки рассеяния не участвуют в создании электромагнитного момента ОЭМ.

10.5. Комплексно-векторные уравнения обобщенной электрической машины

Оси координат $u - v$ можно расположить в комплексной плоскости, направив ось u вдоль положительной вещественной оси $+Re$, а ось v – вдоль положительной мнимой оси $+Im$ (рис. 10.6). В этом случае уравнения (10.56), (10.65) и (10.88) можно записать в комплексно-векторной форме

$$\bar{u}_1 = \bar{i}_1 R_1 + \frac{d\bar{\Psi}_1}{dt} + j\omega_k \bar{\Psi}_1, \quad (10.110)$$

$$\bar{u}_2 = \bar{i}_2 R_2 + \frac{d\bar{\Psi}_2}{dt} + j\Delta\omega_k \bar{\Psi}_2, \quad (10.111)$$

$$\bar{M} = p_n L_{12} \operatorname{Im}(\bar{i}_1 \cdot \bar{i}_2^*), \quad (10.112)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Psi}_1 &= L_1 \bar{i}_1 + L_{12} \bar{i}_2; & \bar{\Psi}_2 &= L_2 \bar{i}_2 + L_{12} \bar{i}_1; \\ \bar{u}_1 &= u_{1u} + j u_{1v}; & \bar{u}_2 &= u_{2u} + j u_{2v}; \\ \bar{i}_1 &= i_{1u} + j i_{1v}; & \bar{i}_2 &= i_{2u} + j i_{2v}; \\ \bar{\Psi}_1 &= \Psi_{1u} + j \Psi_{1v}; & \bar{\Psi}_2 &= \Psi_{2u} + j \Psi_{2v}; \\ j &= \sqrt{-1}; & \bar{i}_2^* &= i_{2u} - j i_{2v}. \end{aligned} \right\} \quad (10.113)$$

Найдем

$$\begin{aligned} \bar{i}_1 \cdot \bar{i}_2^* &= (i_{1u} + j i_{1v})(i_{2u} - j i_{2v}) = i_{1u} i_{2u} + i_{1v} i_{2v} + j(i_{1v} i_{2u} - i_{1u} i_{2v}) = \\ &= \operatorname{Re}(\bar{i}_1 \cdot \bar{i}_2^*) + \operatorname{Im}(\bar{i}_1 \cdot \bar{i}_2^*). \end{aligned} \quad (10.114)$$

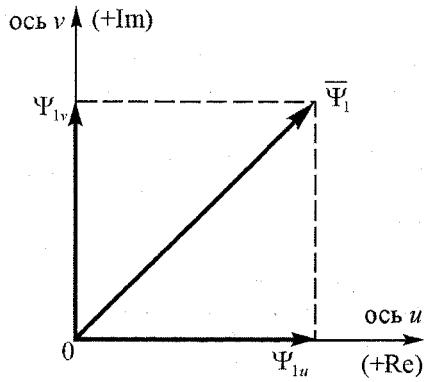


Рис. 10.6. Расположение осей u – v и вектора $\bar{\Psi}_1$ потокосцепления статора в комплексной плоскости

Сопоставляя (10.114) с выражением электромагнитного момента по (10.88), видим, что

$$M = p_n L_{12} \operatorname{Im}(\bar{i}_1 \cdot \bar{i}_2^*). \quad (10.115)$$

Поэтому приведенные выше уравнения электромагнитного момента, выраженные через пространственные векторы, в комплексно-векторной форме будут иметь такой вид (при одном и том же направлении вектора момента):

$$\left. \begin{aligned} \bar{M} &= p_n L_{12} \operatorname{Im}(\bar{i}_1 \cdot \bar{i}_2^*); & \bar{M} &= p_n \operatorname{Im}(\bar{\Psi}_2 \cdot \bar{i}_2^*), \\ \bar{M} &= p_n \operatorname{Im}(\bar{i}_1 \cdot \bar{\Psi}_1^*); & \bar{M} &= p_n k_r \operatorname{Im}(\bar{i}_1 \cdot \bar{\Psi}_2^*), \\ \bar{M} &= p_n k_s \operatorname{Im}(\bar{\Psi}_1 \cdot \bar{i}_2^*); & \bar{M} &= \frac{p_n k_r}{\sigma L_1} \operatorname{Im}(\bar{\Psi}_1 \cdot \bar{\Psi}_2^*), \\ \bar{M} &= p_n \operatorname{Im}(\bar{i}_1 \cdot \bar{\Psi}_{12}^*); & \bar{M} &= p_n \operatorname{Im}(\bar{\Psi}_{12} \cdot \bar{i}_2^*). \end{aligned} \right\} \quad (10.116)$$

Здесь символ * означает комплексно-сопряженную величину.

Система координат $u - v$, где оси вращаются с постоянной угловой скоростью ω_k относительно статора, является общей системой. На практике наибольшее распространение получили три частные случая этой системы координат.

1) Неподвижная относительно статора система координат $\alpha - \beta$

В этом случае: $\omega_k = 0$, ось u = ось α , ось v = ось β и система уравнений (10.110)–(10.112) принимает вид:

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_1 &= \bar{i}_1 R_1 + \frac{d\bar{\Psi}_1}{dt}, \\ \bar{u}_2 &= \bar{i}_2 R_2 + \frac{d\bar{\Psi}_2}{dt} - j \omega_{\text{эл}} \bar{\Psi}_2, \\ \bar{M} &= p_{\text{п}} L_{12} \operatorname{Im}(\bar{i}_1 \cdot \bar{i}_2^*) = p_{\text{п}} L_{12} (i_{1\beta} i_{2\alpha} - i_{1\alpha} i_{2\beta}), \end{aligned} \right\} \quad (10.117)$$

В этой системе координат переменные ротора посредством прямых преобразований приводятся к статору, при этом следует иметь в виду, что:

$$\begin{aligned} \varphi_k &= \omega_k t = 0, \quad \Delta\varphi_k = \varphi_k - \varphi_{\text{эл}} = -\varphi_{\text{эл}}, \\ \varphi_{\text{эл}} &= \omega_{\text{эл}} t. \end{aligned} \quad (10.118)$$

Полагая, что к обмоткам ротора приложены напряжения:

$$\begin{aligned} u_{2d} &= U_{2m} \cos(\omega_1 - \omega_{\text{эл}})t = U_{2m} \cos(\varphi_1 - \varphi_{\text{эл}}), \\ u_{2q} &= U_{2m} \sin(\omega_1 - \omega_{\text{эл}})t = U_{2m} \sin(\varphi_1 - \varphi_{\text{эл}}), \end{aligned} \quad (10.119)$$

выполним прямое преобразование этих напряжений:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_{2\alpha} \\ u_{2\beta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \varphi_{\text{эл}} & -\sin \varphi_{\text{эл}} \\ \sin \varphi_{\text{эл}} & \cos \varphi_{\text{эл}} \end{bmatrix} \cdot U_{2m} \begin{bmatrix} \cos(\varphi_1 - \varphi_{\text{эл}}) \\ \sin(\varphi_1 - \varphi_{\text{эл}}) \end{bmatrix} = \\ &= U_{2m} \begin{bmatrix} \cos \varphi_{\text{эл}} \cos(\varphi_1 - \varphi_{\text{эл}}) - \sin \varphi_{\text{эл}} \sin(\varphi_1 - \varphi_{\text{эл}}) \\ \sin \varphi_{\text{эл}} \cos(\varphi_1 - \varphi_{\text{эл}}) + \cos \varphi_{\text{эл}} \sin(\varphi_1 - \varphi_{\text{эл}}) \end{bmatrix} = \\ &= U_{2m} \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 \end{bmatrix} = U_{2m} \begin{bmatrix} \cos \omega_1 t \\ \sin \omega_1 t \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (10.120)$$

где $\varphi_1 = \omega_1 t = 2\pi f_1 t$.

Аналогичные преобразования можно выполнить для токов и потокосцеплений ротора. Как следует из (10.120), напряжения, токи и потокосцепления,

определенные в неподвижной системе координат $\alpha - \beta$ являются периодическими функциями, изменяющимися с частотой f_1 тока статора.

2) Неподвижная относительно ротора система координат $d - q$

В этом случае имеем: $\omega_k = \omega_{\text{эн}}$; $\varphi_k = \varphi_{\text{эн}}$; ось u = ось d ; ось v = ось q и уравнения (10.100)–(10.112) приобретают вид:

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_1 &= \bar{i}_1 R_1 + \frac{d\bar{\Psi}_1}{dt} + j\omega_{\text{эн}} \bar{\Psi}_1, \\ \bar{u}_2 &= \bar{i}_2 R_2 + \frac{d\bar{\Psi}_2}{dt}, \\ \bar{M} &= p_n L_{12} \operatorname{Im}(\bar{i}_1 \cdot \bar{i}_2^*) = p_n L_{12} (i_{1q} i_{2d} - i_{1d} i_{2q}). \end{aligned} \right\} \quad (10.121)$$

Принимаем, что на обмотки статора 1α и 1β ОЭМ прикладываются напряжения:

$$\begin{aligned} u_{1\alpha} &= U_{1m} \cos \omega_1 t = U_{1m} \cos \varphi_1, \\ u_{1\beta} &= U_{1m} \sin \omega_1 t = U_{1m} \sin \varphi_1, \end{aligned} \quad (10.122)$$

где $\varphi_1 = \omega_1 t$.

С помощью прямого преобразования (10.39) приводим эти напряжения к осям $d - q$:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_{1d} \\ u_{1q} \end{bmatrix} &= \tau_1(\bar{k}, \varphi_{\text{эн}}) \begin{bmatrix} u_{1\alpha} \\ u_{1\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{\text{эн}} & \sin \varphi_{\text{эн}} \\ -\sin \varphi_{\text{эн}} & \cos \varphi_{\text{эн}} \end{bmatrix} \cdot U_{1m} \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 \end{bmatrix} = \\ &= U_{1m} \begin{bmatrix} \cos(\varphi_1 - \varphi_{\text{эн}}) \\ \sin(\varphi_1 - \varphi_{\text{эн}}) \end{bmatrix} = U_{1m} \begin{bmatrix} \cos(\omega_1 - \omega_{\text{эн}})t \\ \sin(\omega_1 - \omega_{\text{эн}})t \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (10.123)$$

Из (10.123) следует, что приведенные к осям ротора $d - q$ напряжения статора $u_{1\alpha}, u_{1\beta}$ имеют частоту ротора ($\omega_1 - \omega_{\text{эн}}$). Поэтому все переменные ОЭМ в осях $d - q$ являются периодическими величинами, изменяющимися с частотой тока ротора.

3) Неподвижная относительно врачающегося магнитного поля система координат $x - y$

Для этой системы координат имеем: $\omega_k = \omega_{0\text{эн}} = \omega_1 = 2\pi f_1$; $\varphi_k = \omega_1 t = \varphi_1$; ось u = ось x ; ось v = ось y , где $\omega_{0\text{эн}}$ – электрическая синхронная угловая скорость, равная угловой частоте ω_1 питающего ОЭМ напряжения статора.

При указанных условиях комплексно-векторные уравнения (10.110)–(10.112) преобразуются к виду:

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_1 &= \bar{i}_1 R_1 + \frac{d\bar{\Psi}_1}{dt} + j \omega_1 \bar{\Psi}_1, \\ \bar{u}_2 &= \bar{i}_2 R_2 + \frac{d\bar{\Psi}_2}{dt} + j (\omega_1 - \omega_{\text{эл}}) \bar{\Psi}_2, \\ \bar{M} &= p_n L_{12} \operatorname{Im}(\bar{i}_1 \cdot \bar{i}_2^*) = p_n L_{12} (i_{1y} i_{2x} - i_{1x} i_{2y}). \end{aligned} \right\} \quad (10.124)$$

Чтобы выяснить, с какой частотой изменяются переменные ОЭМ в этой системе координат, преобразуем напряжения статора (10.122) к осям $x - y$:

$$\begin{bmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \end{bmatrix} = \tau_1(\bar{k}, \varphi_1) \begin{bmatrix} u_{1\alpha} \\ u_{1\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & \sin \varphi_1 \\ -\sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 \end{bmatrix} \cdot U_{1m} \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 \end{bmatrix} = U_{1m} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (10.125)$$

т. е. $u_{1x} = U_{1m}$, $u_{1y} = 0$.

Как видно из (10.125), частота изменения напряжения u_{1x} равна нулю, т. е. мы имеем напряжение постоянного тока, при этом из двух напряжений переменного тока получилось одно напряжение постоянного тока. Аналогичные преобразования можно провести и для ротора и получить $u_{2x} = U_{2m}$ и $u_{2y} = 0$. Понятно, что и преобразование других переменных: токов и потокосцеплений к осям $x - y$ дает такой же результат. Поэтому можно сказать, что в синхронно вращающейся системе координат $x - y$ все переменные ОЭМ имеют нулевую частоту, т. е. являются величинами постоянного тока. Это замечательное свойство преобразования используется при построении различных систем векторного управления машинами переменного тока.

10.6. Фазные преобразования переменных

Большинство электрических машин выполняются трехфазными, а исходная модель ОЭМ является двухфазной. Поэтому для использования теории ОЭМ возникает необходимость преобразования переменных (напряжений, токов, потокосцеплений) реальной трехфазной машины в переменные двухфазной обобщенной электрической машины. После проведения расчетов и анализа рассматриваемых процессов в ОЭМ необходимо полученные результаты привести к реальной трехфазной машине, т. е. осуществить преобразование переменных двухфазной системы в переменные трехфазной системы. При этом преобразования должны быть инвариантными по мощности.

Рассмотрим сначала преобразование переменных $X(a, b, c)$ трехфазной электрической машины в переменные $X(\alpha, \beta)$ двухфазной ОЭМ. Будем полагать, что переменные статора $X(\alpha, \beta)$ и ротора $X(d, q)$ ОЭМ пропорциональны переменным статора $X(a_1, b_1, c_1)$ и ротора $X(a_2, b_2, c_2)$ трехфазной машины

соответственно. Обозначим коэффициент пропорциональности (согласования) k_c . Переменные ОЭМ и трехфазной машины могут иметь любую величину.

Совместим ось 1α обмотки статора с осью 1α (рис. 10.7). Отметим углы оси 1α по отношению к осям $1a, 1b, 1c$: $0^\circ, 120^\circ, 240^\circ$ и углы оси 1β по отношению к осям $1a, 1b, 1c$: $-90^\circ, 30^\circ, 150^\circ$. Теперь составим матрицу поворота трехфазных осей к двухфазным:

$$T_k(3 \rightarrow 2) = \begin{bmatrix} \cos 0^\circ & \cos 120^\circ & \cos 240^\circ \\ \cos 90^\circ & \cos 30^\circ & \cos 150^\circ \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (10.126)$$

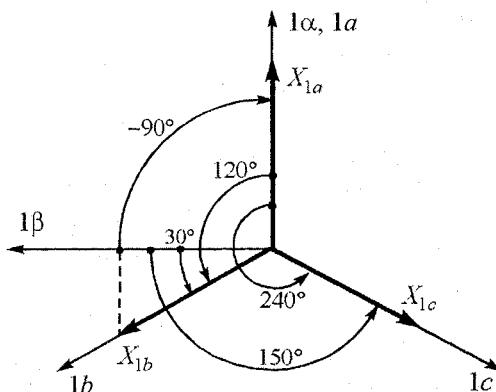


Рис. 10.7. Преобразование переменных из трехфазной системы в двухфазную

Выразим вектор переменных $[X_{1\alpha}, X_{1\beta}]^T$ статора двухфазной системы через вектор переменных $[X_{1a}, X_{1b}, X_{1c}]^T$ трехфазной системы:

$$\begin{bmatrix} X_{1\alpha} \\ X_{1\beta} \end{bmatrix} = k_c \cdot T_k(3 \rightarrow 2) \begin{bmatrix} X_{1a} \\ X_{1b} \\ X_{1c} \end{bmatrix} = k_c \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{1a} \\ X_{1b} \\ X_{1c} \end{bmatrix} = \quad (10.127)$$

$$= k_c \begin{bmatrix} X_{1a} - \frac{X_{1b} + X_{1c}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2}(X_{1b} - X_{1c}) \end{bmatrix}$$

Для трехфазной трехпроводной системы

$$X_{1a} + X_{1b} + X_{1c} = 0, \quad (10.128)$$

тогда

$$\begin{bmatrix} X_{1\alpha} \\ X_{1\beta} \end{bmatrix} = k_c \begin{bmatrix} \frac{3}{2} X_{1a} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} (X_{1b} - X_{1c}) \end{bmatrix}. \quad (10.129)$$

Аналогичное выражение получаем для переменных ротора:

$$\begin{bmatrix} X_{2d} \\ X_{2q} \end{bmatrix} = k_c \begin{bmatrix} \frac{3}{2} X_{2a} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} (X_{2b} - X_{2c}) \end{bmatrix}. \quad (10.130)$$

Теперь рассмотрим преобразование переменных $X(\alpha, \beta; d, q)$ двухфазной машины в переменные $X(a, b, c)$ трехфазной машины. Снова будем полагать, что проекции переменных $X(\alpha, \beta; d, q)$ двухфазной машины на фазные оси a, b, c (косоугольные координаты) трехфазной машины пропорциональны $X(a, b, c)$.

Ось 1α по отношению к осям $1a, 1b, 1c$ составляет углы: $0^\circ, 120^\circ, 240^\circ$, а ось 1β по отношению к осям $1a, 1b, 1c$ находится под углами: $-90^\circ, 30^\circ, 150^\circ$ (рис. 10.8). Исходя из взаимного положения осей $1\alpha - 1\beta$ и $1a, 1b, 1c$ составляем матрицу поворота двухфазных осей к трехфазным:

$$T_k(2 \rightarrow 3) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} = T_k^T(3 \rightarrow 2). \quad (10.131)$$

Вектор переменных $[X_{1a}, X_{1b}, X_{1c}]^T$ статора трехфазной машины можно получить с помощью вектора переменных $[X_{1\alpha}, X_{1\beta}]^T$ двухфазной машины:

$$\begin{bmatrix} X_{1a} \\ X_{1b} \\ X_{1c} \end{bmatrix} = k_c T_k(2 \rightarrow 3) \cdot \begin{bmatrix} X_{1\alpha} \\ X_{1\beta} \end{bmatrix} = k_c \begin{bmatrix} X_{1\alpha} \\ -\frac{1}{2} X_{1\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2} X_{1\beta} \\ -\frac{1}{2} X_{1\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2} X_{1\beta} \end{bmatrix}. \quad (10.132)$$

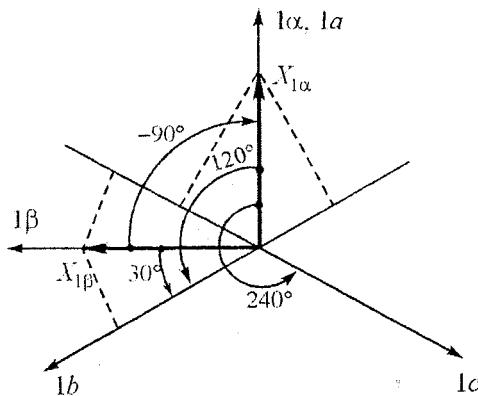


Рис. 10. 8. Преобразование переменных из двухфазной системы в трехфазную

Такое же выражение можно записать и для переменных ротора:

$$\begin{bmatrix} X_{2a} \\ X_{2b} \\ X_{2c} \end{bmatrix} = k_c \begin{bmatrix} X_{2d} \\ -\frac{1}{2}X_{2d} + \frac{\sqrt{3}}{2}X_{2q} \\ -\frac{1}{2}X_{2d} - \frac{\sqrt{3}}{2}X_{2q} \end{bmatrix}. \quad (10.133)$$

Коэффициент пропорциональности k_c определяется из условия инвариантности мощности трехфазной и двухфазной машины. Для упрощения примем $u_{2a} = u_{2b} = u_{2c} = 0$; $u_{2d} = u_{2q} = 0$, тогда полная мощность трехфазной машины

$$S_1 = [u_{1a} \quad u_{1b} \quad u_{1c}]^T \cdot \begin{bmatrix} i_{1a} \\ i_{1b} \\ i_{1c} \end{bmatrix}. \quad (10.134)$$

Представляем матрицы (10.134) в виде:

$$[u_{1a} \quad u_{1b} \quad u_{1c}]^T = k_c T_k^T (2 \rightarrow 3) [u_{1\alpha} \quad u_{1\beta}]^T, \quad (10.135)$$

$$\begin{bmatrix} i_{1a} \\ i_{1b} \\ i_{1c} \end{bmatrix} = T_k (2 \rightarrow 3) \cdot k_c \begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \end{bmatrix} \quad (10.136)$$

с учетом того, что

$$T_k^T(2 \rightarrow 3) = T_k(3 \rightarrow 2). \quad (10.137)$$

В результате полная мощность трехфазной машины (10.134) получает выражение:

$$S_1 = k_c^2 T_k^T(2 \rightarrow 3) T_k(2 \rightarrow 3) [u_{1\alpha} \ u_{1\beta}]^T \begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \end{bmatrix}. \quad (10.138)$$

Вычисление произведения матриц поворота в (10.138) с учетом (10.126) и (10.131) приводит к результату

$$T_k^T(2 \rightarrow 3) \cdot T_k(2 \rightarrow 3) = \frac{3}{2}, \quad (10.139)$$

следовательно

$$S_1 = u_{1\alpha} i_{1\alpha} + u_{1\beta} i_{1\beta} + u_{1c} i_{1c} = \frac{3}{2} k_c^2 (u_{1\alpha} i_{1\alpha} + u_{1\beta} i_{1\beta}). \quad (10.140)$$

Из условия инвариантности следует принять

$$\frac{3}{2} k_c^2 = 1, \quad (10.141)$$

откуда

$$k_c = \sqrt{\frac{2}{3}}. \quad (10.142)$$

Но существует и другой подход к фазным преобразованиям, предложенный Ковачем и Рацем [62]. Сущность его состоит в том, что в преобразованиях переменных трехфазной машины в переменные двухфазной машины и наоборот переменные одной фазы, например, фазы a (фазы α) не изменяются. Тогда при переходе от трехфазной машины к двухфазной следует взять $k_c = \sqrt[3]{2}$:

$$\begin{bmatrix} X_{1\alpha} \\ X_{1\beta} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{3}{2} X_{1a} \\ \sqrt{3} \left(X_{1b} - X_{1c} \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{1a} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} (X_{1b} - X_{1c}) \end{bmatrix}. \quad (10.143)$$

Для соблюдения инвариантности мощности необходимо в этом случае в формулах мощности и электромагнитного момента использовать коэффициент $\sqrt[3]{2}$:

$$P = \frac{3}{2} (u_{1\alpha} i_{1\alpha} + u_{1\beta} i_{1\beta}), \quad (10.144)$$

$$M = \frac{3}{2} p_n L_{12} (i_{1\beta} i_{2\alpha} - i_{1\alpha} i_{2\beta}). \quad (10.145)$$

При переходе от двухфазной машины к трехфазной в преобразованиях переменных принимают коэффициент $k_c = 1$:

$$\begin{bmatrix} X_{1a} \\ X_{1b} \\ X_{1c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{1\alpha} \\ -\frac{1}{2}X_{1\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2}X_{1\beta} \\ -\frac{1}{2}X_{1\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2}X_{1\beta} \end{bmatrix}. \quad (10.146)$$

Вектор $[X_{1\alpha}, X_{1\beta}]^T$ переменной двухфазной обобщенной машины не имеет нулевой составляющей, поэтому, если трехфазная машина имеет переменную X_0 нулевой последовательности

$$X_0 = \frac{X_{1a} + X_{1b} + X_{1c}}{3}, \quad (10.147)$$

то ее надо добавлять в каждую строчку матрицы (10.146):

$$\begin{bmatrix} X_{1a} \\ X_{1b} \\ X_{1c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{1\alpha} + X_0 \\ -\frac{1}{2}X_{1\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2}X_{1\beta} + X_0 \\ -\frac{1}{2}X_{1\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2}X_{1\beta} + X_0 \end{bmatrix}. \quad (10.148)$$

10.7. Имитационные модели эквивалентных двухфазных асинхронных двигателей

Из модели обобщенной электрической машины могут быть получены модели всех электродвигателей. В частности, для двухфазного асинхронного двигателя модель получается из рис. 10.1 при $u_{2d} = u_{2q} = 0$, т. е. когда обмотки ротора замкнуты на активное сопротивление $0 \leq R_{2d} < \infty$. При этом математическая модель двухфазного АД в осях $u - v$ в комплексно-векторной форме имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_1 &= \bar{i}_1 R_1 + \frac{d\bar{\Psi}_1}{dt} + j\omega_k \bar{\Psi}_1, \\ 0 &= \bar{i}_2 R_2 + \frac{d\bar{\Psi}_2}{dt} + j\Delta\phi_k \bar{\Psi}_2, \quad \bar{M} = p_n L_{12} \operatorname{Im}(\bar{i}_1 \cdot \bar{i}_2^*). \end{aligned} \right\} \quad (10.149)$$

Очевидно, что уравнения (10.149) могут быть записаны в любой из рассматриваемых координатных систем: $\alpha - \beta$, $d - q$, $x - y$.

Для проведения компьютерного (имитационного) моделирования векторные уравнения (10.49) могут быть преобразованы с добавлением основного уравнения движения электропривода в уравнения, записанные в форме Коши в осях $\alpha - \beta$, которые называют еще уравнениями в пространстве состояния:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_{1\alpha}}{dt} &= k_1(u_{1\alpha} - i_{1\alpha}R_1) + k_2\omega_{\text{эл}}(L_2i'_{2\beta} + L_{12}i_{1\beta}) + k_3i'_{2\alpha}, \\ \frac{di_{1\beta}}{dt} &= k_1(u_{1\beta} - i_{1\beta}R_1) - k_2\omega_{\text{эл}}(L_2i'_{2\alpha} + L_{12}i_{1\alpha}) + k_3i'_{2\beta}, \\ \frac{di'_{2\alpha}}{dt} &= -k_2(u_{1\alpha} - i_{1\alpha}R_1) - k_4\omega_{\text{эл}}(L_2i'_{2\beta} + L_{12}i_{1\beta}) - k_5i'_{2\alpha}, \\ \frac{di'_{2\beta}}{dt} &= -k_2(u_{1\beta} - i_{1\beta}R_1) + k_4\omega_{\text{эл}}(L_2i'_{2\alpha} + L_{12}i_{1\alpha}) - k_5i'_{2\beta}, \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{J}(M - |M_c| \text{sign}\omega), \\ M &= k_6(i_{1\beta}i'_{2\alpha} - i_{1\alpha}i'_{2\beta}), \end{aligned} \right\} \quad (10.150)$$

где

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= L_{12} + L_{1\sigma}; \quad L_2 = L_{12} + L_{2\sigma}; \quad L_{12} = \frac{x_{\mu \text{ном}}}{2\pi f_{1 \text{ном}}}, \\ L_{1\sigma} &= \frac{x_{1 \text{ном}}}{2\pi f_{1 \text{ном}}}; \quad L_{2\sigma} = \frac{x'_{2 \text{ном}}}{2\pi f_{1 \text{ном}}}; \quad k_1 = \frac{L_2}{L_1 L_2 - L_{12}^2}, \\ k_2 &= \frac{L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2}; \quad k_4 = \frac{L_1}{L_1 L_2 - L_{12}^2}, \\ k_3 &= k_2 R'_2; \quad k_5 = k_4 R'_2; \quad k_6 = \frac{3}{2} p_n L_{12}, \\ u_{1\alpha} &= U_{1m} \cos[\varphi_{\text{эл}}(t)]; \quad u_{1\beta} = U_{1m} \sin[\varphi_{\text{эл}}(t)], \\ \varphi_{\text{эл}}(t) &= 2\pi \int f_1(t) dt, \end{aligned} \right\} \quad (10.151)$$

J – момент инерции электропривода,

U_{1m} – амплитуда напряжения статора,

$x_{1 \text{ном}}, x'_{2 \text{ном}}$ – индуктивные сопротивления рассеяния обмоток статора и ротора АД при номинальной частоте $f_{1 \text{ном}}$.

Система уравнений (10.150) представляет собой имитационную модель эквивалентного двухфазного АД в неподвижных осях координат $\alpha - \beta$. В этой

системе уравнений параметры ротора приведены к статору. Токи ротора изменяются с частотой тока статора. Эта модель справедлива при питании АД от источника напряжения с неизменной амплитудой U_{1m} и частотой $f_{1\text{ном}}$, от регулятора напряжения с $f_{1\text{ном}}$, а также при частотном управлении, когда амплитуда напряжения изменяется в соответствии с принятым законом частотного управления, а частота в переходном процессе изменяется в соответствии с необходимым законом изменения скорости, например, по линейному закону

$$f_1(t) = f_{1\text{нач}} + \frac{f_{1\text{кон}} - f_{1\text{нач}}}{t_0} \cdot t, \quad (10.152)$$

где t_0 – интервал времени линейного изменения частоты.

На основе этой модели можно получить полное представление о динамических свойствах асинхронного электропривода, анализируя зависимости $\omega(t)$ и $M(t)$.

Для удобства пользования моделью на основе (10.150) составлена структурная схема (рис. 10.9).

Иногда удобнее проводить имитационное моделирование электропривода в синхронно вращающихся осях $x - y$. При этом систему уравнений можно представить через токи или потокосцепления. Преобразование (10.149) в осях $x - y$ позволяет получить имитационную модель эквивалентного двухфазного АД относительно потокосцеплений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Psi_{1x}}{dt} &= u_{1x} - c_1\Psi_{1x} + c_2\Psi_{2x} + \omega_1\Psi_{1y}, \\ \frac{d\Psi_{1y}}{dt} &= u_{1y} - c_1\Psi_{1y} + c_2\Psi_{2y} - \omega_1\Psi_{1x}, \\ \frac{d\Psi_{2x}}{dt} &= -c_3\Psi_{2x} + c_4\Psi_{1x} + (\omega_1 - \omega_{\text{эн}})\Psi_{2y}, \\ \frac{d\Psi_{2y}}{dt} &= -c_3\Psi_{2y} + c_4\Psi_{1y} - (\omega_1 - \omega_{\text{эн}})\Psi_{2x}, \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{J}(M - |M_c| \text{sign}\omega), \\ M &= c_5(\Psi_{1y}\Psi_{2x} - \Psi_{1x}\Psi_{2y}), \end{aligned} \right\} \quad (10.153)$$

где

$$\omega_{\text{эн}} = p_n\omega; \quad \omega_1 = 2\pi f_1; \quad D = \frac{1}{L_1 L_2 - L_{12}^2}; \quad c_1 = R_1 L_2 D,$$

$$c_2 = R_1 L_{12} D; \quad c_3 = R'_2 L_1 D; \quad c_4 = R'_2 L_{12} D; \quad c_5 = 3/2(p_n L_{12} D).$$

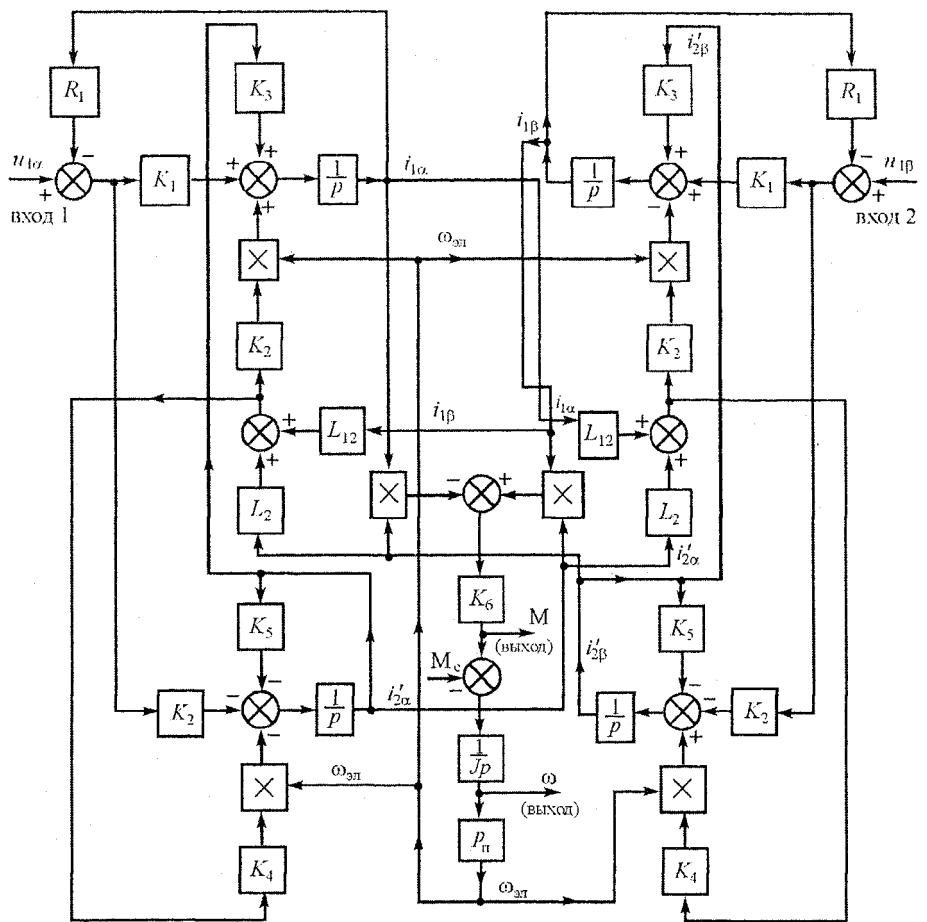


Рис. 10.9. Структурная схема эквивалентного двухфазного АД в осях $\alpha - \beta$

При синусоидальном питании обмоток статора имеем

$$u_{1x} = U_{1m}; \quad u_{1y} = 0, \quad (10.154)$$

где U_{1m} – амплитуда синусоидального питающего напряжения.

По системе уравнений (10.153) составлена структурная схема, которая приведена на рис. 10.10.

В модели (10.153) существует связь между токами и потокосцеплениями в виде системы линейных уравнений:

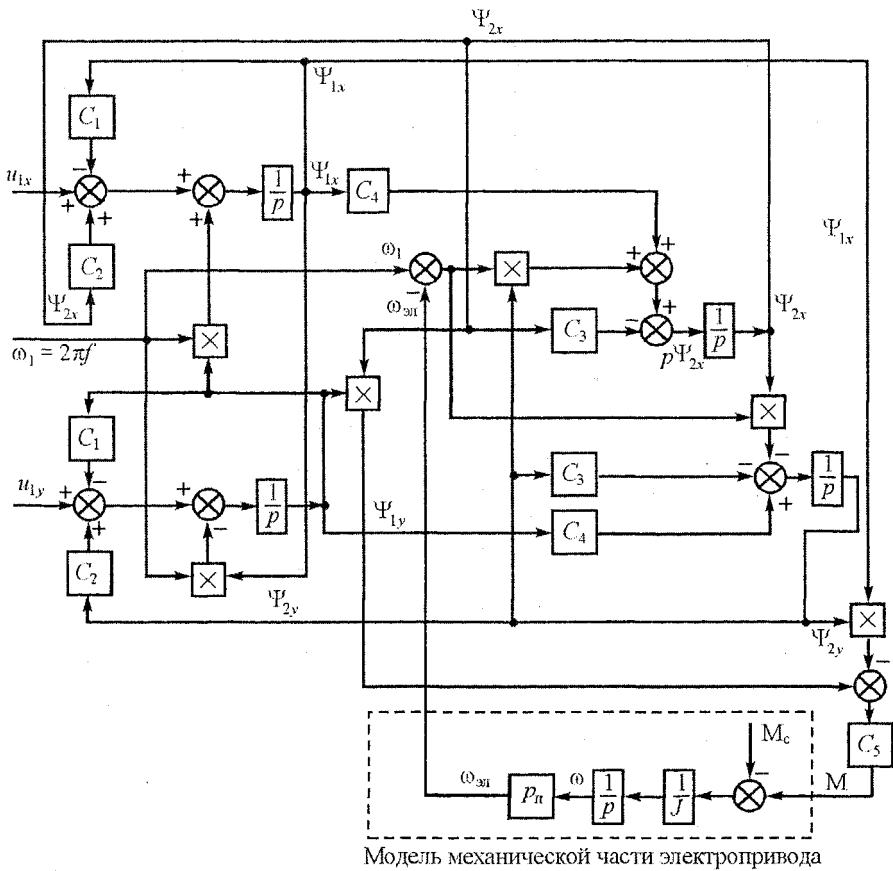


Рис. 10.10. Структурная схема двухфазного АД в осях $x - y$

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{1x} &= L_1 i_{1x} + L_{12} i'_{2x}; & \Psi_{2x} &= L_{12} i_{1x} + L_2 i'_{2x}, \\ \Psi_{1y} &= L_1 i_{1y} + L_{12} i'_{2y}; & \Psi_{2y} &= L_{12} i_{1y} + L_2 i'_{2y}, \end{aligned} \right\} \quad (10.155)$$

на основании которой можно выразить токи через потокосцепления с помощью формул Крамера:

$$\left. \begin{aligned} i_{1x} &= \frac{\Delta_{1x}}{\Delta}; & i_{1y} &= \frac{\Delta_{1y}}{\Delta}; \\ i'_{2x} &= \frac{\Delta_{2x}}{\Delta}; & i'_{2y} &= \frac{\Delta_{2y}}{\Delta}, \end{aligned} \right\} \quad (10.156)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} L_1 & L_{12} \\ L_{12} & L_2 \end{vmatrix} = L_1 L_2 - L_{12}^2, \\ \Delta_{1x} &= \begin{vmatrix} \Psi_{1x} & L_{12} \\ \Psi_{2x} & L_2 \end{vmatrix} = L_2 \Psi_{1x} - L_{12} \Psi_{2x}, \\ \Delta_{1y} &= \begin{vmatrix} \Psi_{1y} & L_{12} \\ \Psi_{2y} & L_2 \end{vmatrix} = L_2 \Psi_{1y} - L_{12} \Psi_{2y}, \\ \Delta_{2x} &= \begin{vmatrix} L_1 & \Psi_{1x} \\ L_{12} & \Psi_{2x} \end{vmatrix} = L_1 \Psi_{2x} - L_{12} \Psi_{1x}, \\ \Delta_{2y} &= \begin{vmatrix} L_1 & \Psi_{1y} \\ L_{12} & \Psi_{2y} \end{vmatrix} = L_1 \Psi_{2y} - L_{12} \Psi_{1y}, \end{aligned} \right\} \quad (10.157)$$

Δ – определитель системы линейных уравнений (10.155).

10.8. Математическая и имитационная модели трехфазного асинхронного двигателя

Приведенные модели двухфазного АД будут справедливы и при несинусоидальном питающем напряжении, когда создается установившийся динамический режим, характеризующийся колебаниями скорости и электромагнитного момента двигателя около средних значений. Но форма, частота и амплитуда колебаний будет различна для двух- и трехфазного асинхронного двигателя. Поэтому моделирование трехфазного АД по эквивалентной двухфазной модели не будет отражать этих особенностей. В связи с этим для моделирования процессов АД при управлении, где используется обычно несинусоидальное напряжение (фазовое и частотное управление), следует применять математическую модель трехфазного АД. При этом управление силовыми ключами полупроводникового преобразователя происходит с контролем проходящего через них тока, т. е. тока асинхронного двигателя. По этой причине целесообразно применять модель двигателя в неподвижной системе координат. При составлении модели трехфазного АД будем придерживаться допущений, применяемых для обобщенной электрической машины. В данном случае мы используем так называемую косоугольную (или по-другому, естественную) систему координат с направлением по осям фазных обмоток статора: 1 a , 1 b , 1 c . Переменные и параметры ротора приведены к статору.

Записываем систему уравнений для трехфазного АД через токи и потокосцепления:

$$\left. \begin{aligned}
\frac{di_{1a}}{dt} &= \frac{1}{\sigma L_1} (u_{1a} - i_{1a} R_1 + k_r e_a''), \\
\frac{di_{1b}}{dt} &= \frac{1}{\sigma L_1} (u_{1b} - i_{1b} R_1 + k_r e_b''), \\
\frac{di_{1c}}{dt} &= \frac{1}{\sigma L_1} (u_{1c} - i_{1c} R_1 + k_r e_c''), \\
\frac{di'_{2a}}{dt} &= -\frac{1}{\sigma L_2} [k_s (u_{1a} - i_{1a} R_1) + e_a''], \\
\frac{di'_{2b}}{dt} &= -\frac{1}{\sigma L_2} [k_s (u_{1b} - i_{1b} R_1) + e_b''], \\
\frac{di'_{2c}}{dt} &= -\frac{1}{\sigma L_2} [k_s (u_{1c} - i_{1c} R_1) + e_c''], \\
\frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{J} (M - |M_c| \operatorname{sign} \omega), \\
M &= -p_n L_{12} (i_{1a} i_{2c} b + i_{1b} i_{2a} c + i_{1c} i_{2b} a), \\
e_a'' &= i'_{2a} R'_2 + \omega_m (L_{12} i_{1c} b + L_2 i_{2c} b), \\
e_b'' &= i'_{2b} R'_2 + \omega_m (L_{12} i_{1a} c + L_2 i_{2a} c), \\
e_c'' &= i'_{2c} R'_2 + \omega_m (L_{12} i_{1b} a + L_2 i_{2b} a), \\
i_{1c} b &= \frac{1}{\sqrt{3}} (i_{1b} - i_{1c}), \quad i_{1a} c = \frac{1}{\sqrt{3}} (i_{1c} - i_{1a}), \\
i_{1b} a &= \frac{1}{\sqrt{3}} (i_{1a} - i_{1b}), \quad i_{2c} b = \frac{1}{\sqrt{3}} (i'_{2b} - i'_{2c}), \\
i_{2a} c &= \frac{1}{\sqrt{3}} (i'_{2c} - i'_{2a}), \quad i_{2b} a = \frac{1}{\sqrt{3}} (i'_{2a} - i'_{2b}), \quad \omega_m = p_n \omega,
\end{aligned} \right\} \quad (10.160)$$

где

$$\left. \begin{aligned}
L_1 &= L_{12} + L_{1\sigma}; \quad L_2 = L_{12} + L_{2\sigma}; \quad L_{12} = \frac{3}{2} L_m, \\
k_r &= \frac{L_{12}}{L_2}; \quad k_s = \frac{L_{12}}{L_1}; \quad \sigma = 1 - \frac{L_{12}^2}{L_1 L_2},
\end{aligned} \right\} \quad (10.161)$$

$$\left. \begin{aligned}
u_{1a} &= i_{1a}R_1 + \frac{d\Psi_{1a}}{dt}; \quad u_{1b} = i_{1b}R_1 + \frac{d\Psi_{1b}}{dt}; \quad u_{1c} = i_{1c}R_1 + \frac{d\Psi_{1c}}{dt}, \\
0 &= i'_{2a}R'_2 + \frac{d\Psi'_{2a}}{dt} + \frac{\omega_{\text{зп}}}{\sqrt{3}}(\Psi_{2b} - \Psi_{2c}), \\
0 &= i'_{2b}R'_2 + \frac{d\Psi'_{2b}}{dt} + \frac{\omega_{\text{зп}}}{\sqrt{3}}(\Psi_{2c} - \Psi_{2a}), \\
0 &= i'_{2c}R'_2 + \frac{d\Psi'_{2c}}{dt} + \frac{\omega_{\text{зп}}}{\sqrt{3}}(\Psi_{2a} - \Psi_{2b}), \\
M &= p_n \frac{\sqrt{3}}{2} L_m [(i_{1a}i'_{2c} + i_{1b}i'_{2a} + i_{1c}i'_{2b}) - (i_{1a}i'_{2b} + i_{1b}i'_{2c} + i_{1c}i'_{2a})], \\
\Psi_{1a} &= L_{1a}i_{1a} - \frac{L_m}{2}i_{1b} - \frac{L_m}{2}i_{1c} + L_m \left(i'_{2a} - \frac{1}{2}i'_{2b} - \frac{1}{2}i'_{2c} \right), \\
\Psi_{1b} &= L_{1b}i_{1b} - \frac{L_m}{2}i_{1c} - \frac{L_m}{2}i_{1a} + L_m \left(i'_{2b} - \frac{1}{2}i'_{2c} - \frac{1}{2}i'_{2a} \right), \\
\Psi_{1c} &= L_{1c}i_{1c} - \frac{L_m}{2}i_{1a} - \frac{L_m}{2}i_{1b} + L_m \left(i'_{2c} - \frac{1}{2}i'_{2a} - \frac{1}{2}i'_{2b} \right), \\
\Psi_{2a} &= L_{2a}i'_{2a} - \frac{L_m}{2}i'_{2b} - \frac{L_m}{2}i'_{2c} + L_m \left(i_{1a} - \frac{1}{2}i_{1b} - \frac{1}{2}i_{1c} \right), \\
\Psi_{2b} &= L_{2b}i'_{2b} - \frac{L_m}{2}i'_{2c} - \frac{L_m}{2}i'_{2a} + L_m \left(i_{1b} - \frac{1}{2}i_{1c} - \frac{1}{2}i_{1a} \right), \\
\Psi_{2c} &= L_{2c}i'_{2c} - \frac{L_m}{2}i'_{2a} - \frac{L_m}{2}i'_{2b} + L_m \left(i_{1c} - \frac{1}{2}i_{1a} - \frac{1}{2}i_{1b} \right),
\end{aligned} \right\} \quad (10.158)$$

где

$$\left. \begin{aligned}
L_{1a} &= L_{1b} = L_{1c} = L_m + L_{1\sigma} = L_{1\phi}, \\
L_{2a} &= L_{2b} = L_{2c} = L_m + L_{2\sigma} = L_{2\phi},
\end{aligned} \right\} \quad (10.159)$$

$L_{1\phi}$ – полная индуктивность фазы статора,

$L_{2\phi}$ – полная индуктивность фазы ротора,

L_m – максимальное значение взаимной индуктивности между фазами статора и ротора,

$L_{1\sigma}$ – индуктивность рассеяния фазы статора,

$L_{2\sigma}$ – индуктивность рассеяния фазы ротора.

Систему уравнений (10.158) можно преобразовать к системе уравнений в форме Коши, т. е. получить имитационную модель трехфазного АД с постоянными параметрами:

L_{12} – наибольшее значение взаимной индуктивности трехфазной обмотки,
 σ – коэффициент рассеяния,
 k_r, k_s – коэффициенты магнитной связи ротора и статора трехфазной обмотки,
 e''_a, e''_b, e''_c – приведенные к статору ЭДС, индуцируемые потокосцеплением ротора,
 $i_{1cb}, i_{1ac}, i_{1ba}$ – токи по осям, ортогональным осям фаз $1a, 1b, 1c$ статора,
 $i_{2cb}, i_{2ac}, i_{2ba}$ – токи по осям, ортогональным осям фаз $2a, 2b, 2c$ ротора,
 ω – угловая скорость ротора,
 p_n – число пар полюсов АД.

10.9. Математические модели и характеристики синхронных двигателей

Модель двухфазного синхронного двигателя (СД) является частным случаем модели обобщенной машины, показанной на рис. 10.1, когда обмотка по оси $2q$ отсутствует, т. е. $u_{2q} = 0, i_{2q} = 0$, а к обмотке по оси $2d$ прикладывается напряжение постоянного тока (рис. 10.11). Рассмотрим явнополюсный синхронный двигатель без демпферной обмотки. В явнополюсном СД индуктивности по осям d и q разные. К обмоткам статора СД приложены напряжения:

$$u_{1\alpha} = U_{1m} \sin \omega_1 t, \quad u_{1\beta} = -U_{1m} \cos \omega_1 t. \quad (10.162)$$

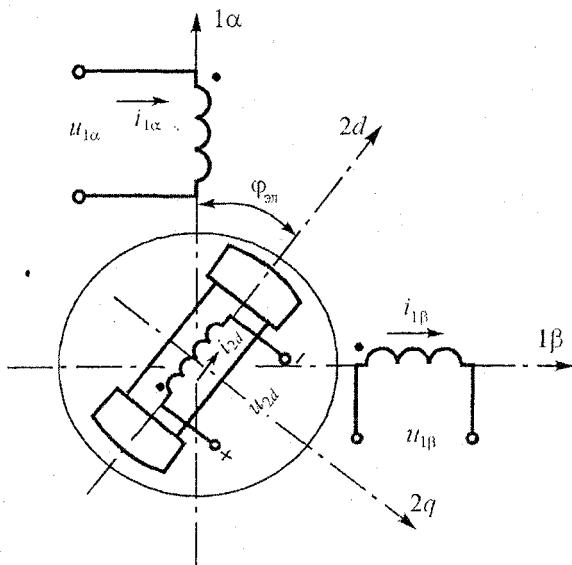


Рис. 10.11. Модель двухфазного явнополюсного синхронного двигателя
290

Математическая модель обобщенной электрической машины в осях $1\alpha - 1\beta$, $2d - 2q$ описывается уравнениями (10.4) и (10.24). Принимая во внимание, что $u_{2q} = 0$, $i_{2q} = 0$, получаем

$$\left. \begin{aligned} u_{1\alpha} &= i_{1\alpha} R_1 + \frac{d\Psi_{1\alpha}}{dt}, \\ u_{1\beta} &= i_{1\beta} R_1 + \frac{d\Psi_{1\beta}}{dt}, \\ u_{2d} &= i_{2d} R_2 + \frac{d\Psi_{2d}}{dt}, \\ M &= p_n L_{12} i_{2d} (i_{1\beta} \cos \varphi_{\text{эл}} - i_{1\alpha} \sin \varphi_{\text{эл}}). \end{aligned} \right\} \quad (10.163)$$

Для анализа свойств и характеристик СД используют неподвижную относительно ротора систему координат $d - q$.

Применяя координатные преобразования для (10.163), получаем математическую модель двухфазного синхронного двигателя в осях $d - q$:

$$\left. \begin{aligned} u_{1d} &= i_{1d} R_1 + \frac{d\Psi_{1d}}{dt} - \omega_{\text{эл}} \Psi_{1q}, \\ u_{1q} &= i_{1q} R_1 + \frac{d\Psi_{1q}}{dt} + \omega_{\text{эл}} \Psi_{1d}, \\ u_{2d} &= i_{2d} R_2 + \frac{d\Psi_{2d}}{dt}; \quad u_{2q} = i_{2q} R_2 + \frac{d\Psi_{2q}}{dt}, \\ M &= p_n (i_{1q} \Psi_{1d} - i_{1d} \Psi_{1q}), \\ \Psi_{1d} &= L_{1d} i_{1d} + L_{12} i_{2d}; \quad \Psi_{1q} = L_{1q} i_{1q} + L_{12} i_{2q}, \\ \Psi_{2d} &= L_{2d} i_{2d} + L_{12} i_{1d}; \quad \Psi_{2q} = L_{2q} i_{2q} + L_{12} i_{1q}, \end{aligned} \right\} \quad (10.164)$$

где L_{1d} , L_{1q} – индуктивности обмотки статора по осям d и q ,

L_{2d} , L_{2q} – индуктивности обмотки ротора по осям d и q .

С помощью прямого координатного преобразования (10.39) определяем напряжения (10.162) обмоток статора в осях $d - q$, принимая во внимание, что:

$$\omega_k = \omega_{\text{эл}}, \quad \Phi_k = \Psi_{\text{эл}} = \omega_{\text{эл}} t, \quad \Phi_1 = \omega_1 t,$$

$$X_{1\alpha} = u_{1\alpha}, \quad X_{1\beta} = u_{1\beta},$$

$$X_{1d} = u_{1d}, \quad X_{1q} = u_{1q},$$

$$\begin{bmatrix} u_{1d} \\ u_{1q} \end{bmatrix} = U_{1m} \begin{bmatrix} \cos \varphi_{\text{эл}} & \sin \varphi_{\text{эл}} \\ -\sin \varphi_{\text{эл}} & \cos \varphi_{\text{эл}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sin \varphi_1 \\ \cos \varphi_1 \end{bmatrix} =$$

$$= U_{1m} \begin{bmatrix} \sin(\varphi_1 - \varphi_{\text{эл}}) \\ -\cos(\varphi_1 - \varphi_{\text{эл}}) \end{bmatrix} = U_{1m} \begin{bmatrix} \sin \theta_{\text{эл}} \\ -\cos \theta_{\text{эл}} \end{bmatrix}, \quad (10.165)$$

где

$$\theta_{\text{эл}} = (\omega_1 - \omega_{\text{эл}})t, \quad (10.166)$$

$\theta_{\text{эл}}$ – электрический угол, на который отстает вектор магнитного поля ротора от вектора магнитного поля статора.

Учитывая (10.165) и то, что $u_{2q} = 0$, $i_{2q} = 0$, записываем в окончательном виде математическую модель СД в осях $d-q$:

$$\left. \begin{aligned} U_{1m} \sin \theta_{\text{эл}} &= i_{1d} R_1 + L_{1d} \frac{di_{1d}}{dt} + L_{12} \frac{di_{2d}}{dt} - \omega_{\text{эл}} L_{1q} i_{1q}, \\ -U_{1m} \cos \theta_{\text{эл}} &= i_{1q} R_1 + L_{1q} \frac{di_{1q}}{dt} + \omega_{\text{эл}} (L_{1d} i_{1d} + L_{12} i_{2d}), \\ u_{2d} &= i_{2d} R_2 + L_{2d} \frac{di_{2d}}{dt} + L_{12} \frac{di_{1d}}{dt}, \\ M &= p_n i_{1q} [(L_{1d} - L_{1q}) i_{1d} + L_{12} i_{2d}]. \end{aligned} \right\} \quad (10.167)$$

Системе уравнений (10.167) соответствует модель СД, показанная на рис. 10.12, где обозначено

$$\left. \begin{aligned} e_{\text{в}1} &= -\omega_{\text{эл}} L_{1q} i_{1q}, \\ e_{\text{в}2} &= +\omega_{\text{эл}} (L_{1d} i_{1d} + L_{12} i_{2d}). \end{aligned} \right\} \quad (10.168)$$

Математическая модель (10.164) с добавлением уравнения движения электропривода и учетом $u_{2q} = 0$, $i_{2q} = 0$ может быть записана в форме Коши, т. е. в пространстве состояния переменных, что по существу является имитационной моделью двухфазного синхронного двигателя:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Psi_{1d}}{dt} &= u_{1d} - i_{1d}R_1 + \omega_{\text{эн}}\Psi_{1q}, \\ \frac{d\Psi_{1q}}{dt} &= u_{1q} - i_{1q}R_1 - \omega_{\text{эн}}\Psi_{1d}, \\ \frac{d\Psi_{2d}}{dt} &= u_{2d} - i_{2d}R_2, \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{J}(M - |M_c|\text{sign}\omega), \\ M &= p_n(i_{1q}\Psi_{1d} - i_{1d}\Psi_{1q}), \\ i_{1d} &= \frac{\Psi_{1d}}{L_{1d}} - \frac{L_{12}}{L_{1d}}i_{2d}, \\ i_{1q} &= \frac{\Psi_{1q}}{L_{1q}}, \quad i_{2d} = \frac{\Psi_{2d}}{L_{2d}} - \frac{L_{12}}{L_{2d}}i_{1d}, \\ \omega_{\text{эн}} &= p_n\omega. \end{aligned} \right\} \quad (10.169)$$

Используя операторную форму записи для (10.169), составляем структурную схему двухфазного синхронного двигателя (рис. 10.13).

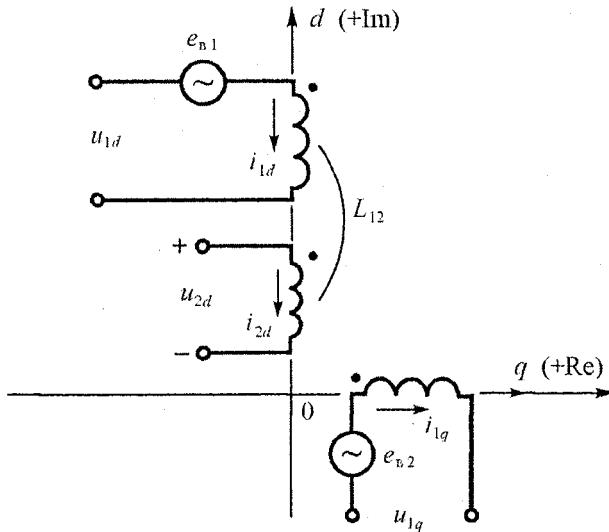


Рис. 10.12. Модель синхронного двухфазного двигателя в осях $d - q$

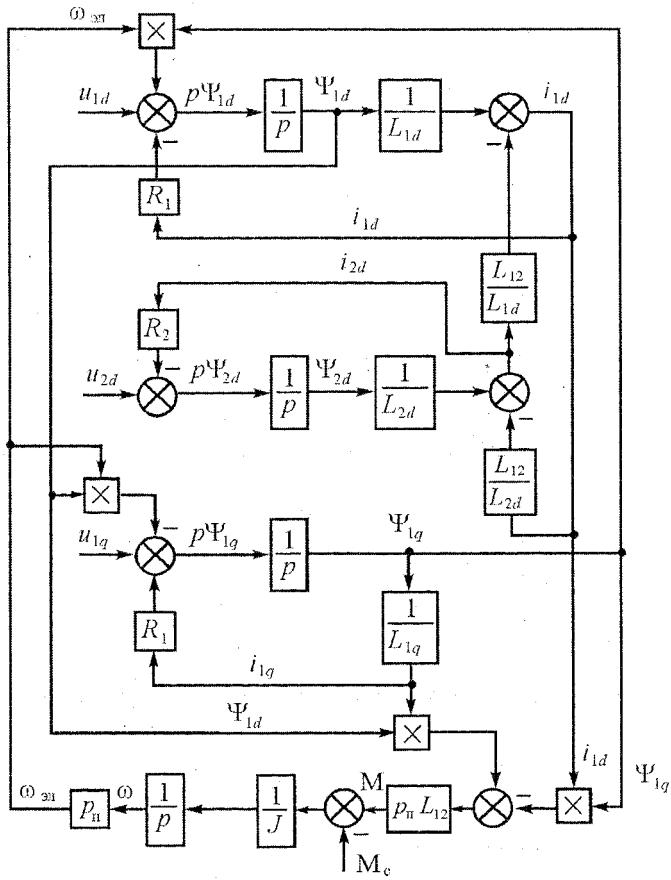


Рис. 10.13. Структурная схема двухфазного синхронного двигателя

Для установившегося режима работы двухфазного СД имеем:

$$\left. \begin{aligned} u_{2d} &= U_{2d} = \text{const}; \quad i_{2d} = I_{2d} = \text{const}, \\ i_{1d} &= I_{1d} = \text{const}, \\ i_{1q} &= I_{1q} = \text{const}, \\ \frac{di_{1d}}{dt} &= \frac{di_{1q}}{dt} = \frac{di_{2d}}{dt} = 0; \quad \omega_{\text{вн}} = \omega_1. \end{aligned} \right\} \quad (10.170)$$

При подстановке (10.170) в (10.167) получаем математическое описание двухфазного СД в осях $d - q$ для установившегося режима работы:

$$\left. \begin{aligned} U_{1m} \sin \theta_{\text{зл}} &= -\omega_1 L_{1q} I_{1q} + I_{1d} R_1, \\ -U_{1m} \cos \theta_{\text{зл}} &= \omega_1 (L_{1d} I_{1d} + L_{12} I_{2d}) + I_{1q} R_1, \\ U_{2d} &= I_{2d} R_2, \\ M &= p_n I_{1q} [(L_{1d} - L_{1q}) I_{1d} + L_{12} I_{2d}], \end{aligned} \right\} \quad (10.171)$$

Обозначим:

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 L_{1q} &= X_{1q}; \quad \omega_1 L_{1d} = X_{1d}, \\ \omega_1 L_{12} I_{2d} &= -E_{1m}, \end{aligned} \right\} \quad (10.172)$$

где X_{1q} , X_{1d} – индуктивные сопротивления СД соответственно по поперечной и продольной осям,

E_{1m} – амплитудное значение ЭДС, индукированной в обмотке статора потокосцеплением взаимоиндукции.

Из (10.171) с учетом (10.172) находим токи:

$$I_{1q} = \frac{s_1 (E_{1m} - U_{1m} \cos \theta_{\text{зл}}) - U_{1m} \sin \theta_{\text{зл}}}{s_1 R_1 + X_{1q}}, \quad (10.173)$$

$$I_{1d} = \frac{E_{1m} - U_{1m} \cos \theta_{\text{зл}}}{X_{1d}} - \frac{s_1^2 (E_{1m} - U_{1m} \cos \theta_{\text{зл}}) - s_1 U_{1m} \sin \theta_{\text{зл}}}{s_1 R_1 + X_{1q}}, \quad (10.174)$$

где

$$s_1 = \frac{R_1}{X_{1q}}. \quad (10.175)$$

Активная мощность двухфазного СД определяется выражением:

$$P = U_{1d} I_{1d} + U_{1q} I_{1q}, \quad (10.176)$$

где

$$U_{1d} = U_{1m} \sin \theta_{\text{зл}}, \quad U_{1q} = -U_{1m} \cos \theta_{\text{зл}}. \quad (10.177)$$

Подставляя (10.173), (10.174) и (10.177) в (10.176), после преобразований получим

$$P = 2(P' + P''), \quad (10.178)$$

где

$$P' = \frac{E_1 U_1 \sin \theta_{\text{зл}} - s_1 E_1 U_1 (\cos \theta_{\text{зл}} + s_1 \sin \theta_{\text{зл}})}{s_1 R_1 + X_{1q}}, \quad (10.179)$$

$$P'' = \frac{U_1^2}{2} \left(\frac{1}{s_1 R_1 + X_{1q}} - \frac{1}{X_{1d}} \right) \sin 2\theta_{\text{эл}} + \\ + \frac{s_1 U_1^2}{s_1 R_1 + X_{1q}} \left[s_1 \sin^2 \theta_{\text{эл}} + \cos \theta_{\text{эл}} (\cos \theta_{\text{эл}} + s_1 \sin \theta_{\text{эл}}) \right] \quad (10.180)$$

P' – активная мощность фазы СД, обусловленная взаимодействием магнитных полей статора и ротора,

P'' – активная мощность фазы СД, обусловленная неодинаковой магнитной проводимостью по продольной и поперечной осям двигателя,

U_1, E_1 – действующие значения напряжения и ЭДС статора СД.

Очевидно, что активная мощность m -фазного СД может быть записана в виде:

$$P = m(P' + P''). \quad (10.181)$$

Обычно параметры синхронного двигателя такие, что активное сопротивление R_1 обмотки статора значительно меньше индуктивного сопротивления X_{1q} , что позволяет принять коэффициент $s_1 \approx 0$. Тогда активная мощность m -фазного СД в соответствии с (10.179)–(10.181) может быть представлена в виде двух составляющих:

$$P = P_{\text{эм}} = \left[\frac{U_1 E_1}{X_{1d}} \sin \theta_{\text{эл}} + \frac{U_1^2}{2} \left(\frac{1}{X_{1q}} - \frac{1}{X_{1d}} \right) \sin 2\theta_{\text{эл}} \right]. \quad (10.182)$$

А поскольку электромагнитная мощность равна произведению электромагнитного момента M на синхронную угловую скорость ω_0 , т. е.

$$P_{\text{эм}} = M \omega_0, \quad (10.183)$$

то электромагнитный момент явнополюсного m -фазного СД тоже будет состоять из двух составляющих

$$M = M_{\text{син}} + M_p, \quad (10.184)$$

первая из которых представляет собой синхронный

$$M_{\text{син}} = \frac{m_1 U_1 E_1}{X_{1d} \omega_0} \sin \theta_{\text{эл}}, \quad (10.185)$$

а вторая – реактивный

$$M_p = \frac{m U_1^2}{2 \omega_0} \left(\frac{1}{X_{1q}} - \frac{1}{X_{1d}} \right) \sin 2\theta_{\text{эл}} \quad (10.186)$$

моменты.

Уравнение (10.184) совместно с (10.185) и (10.186) выражает угловую характеристику синхронного двигателя. В неявнополюсном СД индуктивные сопротивления по продольной и поперечной осям одинаковы, т. е. $X_{1d} = X_{1q}$ и реактивный момент отсутствует.

Рабочий участок угловой характеристики можно линеаризовать

$$M \approx \frac{M_{\text{ном}}}{\theta_{\text{эл.ном}}} \theta_{\text{эл.}} = \frac{M_{\text{ном}}}{\theta_{\text{ном}}} \theta, \quad (10.187)$$

где θ , $\theta_{\text{ном}}$ – текущее и номинальное значение пространственного угла между векторами магнитного поля статора и ротора СД,

$M_{\text{ном}}$ – номинальный электромагнитный момент.

Для асинхронного пуска синхронного двигателя на роторе укладывается короткозамкнутая обмотка, которая при качаниях ротора играет роль демпфирующей обмотки. Асинхронный момент, создаваемый демпфирующей обмоткой, пропорционален отклонению угловой скорости ротора ω от синхронной ω_0 :

$$M_{\text{ac}} = \beta(\omega_0 - \omega), \quad (10.188)$$

где

$$\beta = \frac{2M_k}{\omega_0 s_k}, \quad (10.189)$$

β – модуль жесткости линеаризованной пусковой характеристики СД, M_k , s_k – критический момент и критическое скольжение пусковой характеристики СД.

Суммарный электромагнитный момент синхронного двигателя при небольших углах θ можно записать в виде

$$M = M_{\text{син}} + M_{\text{ac}} = \frac{M_{\text{ном}}}{\theta_{\text{ном}}} \theta + \beta(\omega_0 - \omega), \quad (10.190)$$

где

$$\theta = \int_0^t (\omega_0 - \omega) dt. \quad (10.191)$$

Обозначим

$$C_m = \frac{M_{\text{ном}}}{\theta_{\text{ном}}}, \quad (10.192)$$

где C_m представляет собой коэффициент упругой магнитной связи, подобный коэффициенту жесткости C_m при закручивании вала на угол $\Delta\varphi$ в механической системе.

Следовательно, в пределах линейной части угловой характеристики СД электромагнитный момент синхронного двигателя действует аналогично упругому моменту в двухмассовой системе электропривода [15]. Запишем уравнение (10.190) совместно с основным уравнением движения электропривода

$$\left. \begin{aligned} M &= C_m \theta + \beta(\omega_0 - \omega), \\ M - M_c &= J \frac{d\theta}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (10.193)$$

Решая (10.193), получим дифференциальное неоднородное уравнение второго порядка

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{1}{T_m} \cdot \frac{d\theta}{dt} + \Omega_0^2 \theta = \Omega_0^2 \theta_c, \quad (10.194)$$

где

$$T_m = \frac{J}{\beta}, \quad (10.195)$$

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{C_m}{J}}, \quad (10.196)$$

$$\theta_c = \frac{M_c}{C_m}, \quad (10.197)$$

T_m – электромеханическая постоянная времени синхронного электропривода,
 Ω_0 – собственная частота колебаний синхронного электропривода,
 θ_c – угол рассогласования в положении векторов магнитного поля статора и ротора при статическом моменте M_c .

Характеристическое уравнение для соответствующего однородного уравнения

$$\frac{d^2\theta'}{dt^2} + \frac{1}{T_m} \cdot \frac{d\theta'}{dt} + \Omega_0^2 \theta' = 0 \quad (10.198)$$

имеет вид

$$p^2 + \frac{1}{T_m} p + \Omega_0^2 = 0. \quad (10.199)$$

Это уравнение имеет комплексно-сопряженные корни

$$p_{1,2} = -\xi \pm j\Omega_p, \quad (10.200)$$

так как $\xi < \Omega_0$,

где

$$\xi = \frac{1}{2T_m}, \quad (10.201)$$

$$\Omega_p = \sqrt{\Omega_0^2 - \xi^2}, \quad (10.202)$$

ξ – коэффициент затухания,

Ω_p – резонансная частота.

Из (10.194) видно, что частным решением этого дифференциального уравнения является

$$\theta'' = \theta_c. \quad (10.203)$$

Тогда на основании (10.200) и (10.203) можно записать решение неоднородного дифференциального уравнения (10.194):

$$\theta = \theta_c + e^{-\xi t} \left(A e^{j\Omega_p t} + B e^{-j\Omega_p t} \right), \quad (10.204)$$

где A и B – постоянные интегрирования, которые определяются из начальных условий. Рассмотрим наброс нагрузки в синхронном электроприводе, тогда при $t = 0$ в общем случае имеем:

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \theta_{\text{нач}}, \\ \frac{d\theta}{dt} \Big|_{t=0} &= \omega_0 - \omega_{\text{нач}} = \Delta\omega_0. \end{aligned} \right\} \quad (10.205)$$

Применяя условия (10.205) в (10.204), находим постоянные интегрирования:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{\theta_{\text{нач}} - \theta_c}{2} + \frac{1}{2j\Omega_p} [\Delta\omega_0 + \xi(\theta_{\text{нач}} - \theta_c)], \\ B &= \frac{\theta_{\text{нач}} - \theta_c}{2} - \frac{1}{2j\Omega_p} [\Delta\omega_0 + \xi(\theta_{\text{нач}} - \theta_c)], \end{aligned} \right\} \quad (10.206)$$

подстановка которых в (10.204) приводит к решению:

$$\theta = \theta_c + e^{-\xi t} \left[(\theta_{\text{нач}} - \theta_c) \cos \Omega_p t + \frac{\Delta\omega_0 + \xi(\theta_{\text{нач}} - \theta_c)}{\Omega_p} \sin \Omega_p t \right]. \quad (10.207)$$

При этом, время t_m , при котором функция (10.207) принимает экстремальные значения, находится из уравнения:

$$\frac{d\theta}{dt} = \Delta\omega_0 \cos \Omega_p t_m - \frac{\Omega_0^2 (\theta_{\text{нав}} - \theta_c) + \xi \Delta\omega_0}{\Omega_p} \sin \Omega_p t_m = 0; \quad (10.208)$$

$$t_m = \frac{1}{\Omega_p} \left[n\pi + \arctg \frac{\Delta\omega_0 \Omega_p}{(\theta_{\text{нав}} - \theta_c) \Omega_0^2 + \xi \Delta\omega_0} \right]. \quad (10.209)$$

Угловая скорость ротора ω определяется выражением (рис. 10.14)

$$\omega = \omega_0 - \frac{d\theta}{dt} = \omega_0 - e^{-\xi t} \left[\Delta\omega_0 \cos \Omega_p t - \frac{\Omega_0^2 (\theta_{\text{нав}} - \theta_c) + \xi \Delta\omega_0}{\Omega_p} \sin \Omega_p t \right]. \quad (10.210)$$

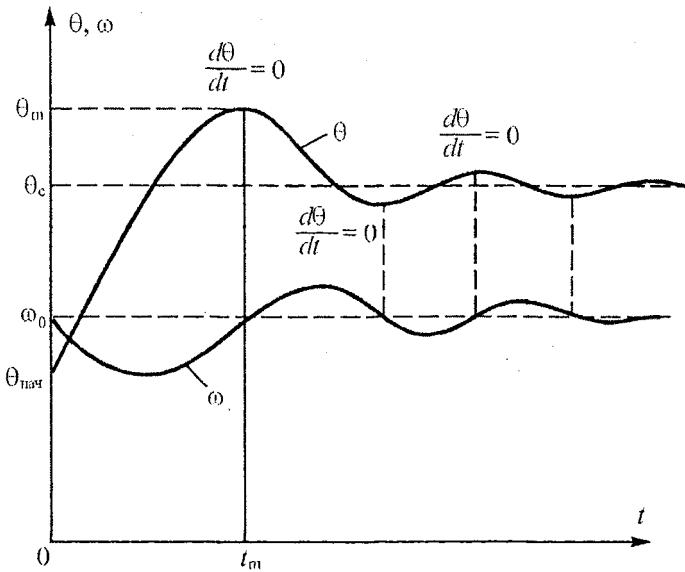


Рис. 10.14. Переходный процесс синхронного электропривода при набросе нагрузки

Если переходный процесс начинается при $\Delta\omega_0 = \omega_0 - \omega_{\text{нав}} = 0$, то угол рассогласования θ и скорость ω принимают более простые выражения:

$$\theta = \theta_c + \frac{\Omega_0}{\Omega_p} (\theta_{\text{нав}} - \theta_c) e^{-\xi t} \sin \left(\Omega_p t + \arctg \frac{\Omega_p}{\xi} \right), \quad (10.211)$$

$$\omega = \omega_0 - \frac{(\theta_c - \theta_{\text{нам}})\Omega_p^2}{\Omega_p} e^{-\xi t} \sin \Omega_p t, \quad (10.212)$$

причем экстремальные значения θ_m будут при времени

$$t_m = \frac{n\pi}{\Omega_p}, \quad \text{где } n = 1, 2, \dots \quad (10.213)$$

Необходимо, чтобы в переходном процессе синхронного электропривода максимальный угол θ_m не превышал допустимого.

Реактивную мощность двухфазного СД можно записать в виде:

$$Q = U_{1q} I_{1d} - U_{1d} I_{1q}. \quad (10.214)$$

Подставляя (10.173), (10.174) и (10.177) в (10.214), после преобразований получим

$$Q = 2(Q_{1q} + Q_{1d}), \quad (10.215)$$

где

$$Q_{1q} = \frac{U_1^2 \sin \theta_{\text{зл}}}{s_1 R_1 + X_{1q}} (\sin \theta_{\text{зл}} - s_1 \cos \theta_{\text{зл}}), \quad (10.216)$$

$$Q_{1d} = U_1 (U_1 \cos \theta_{\text{зл}} - E_1) \left(\frac{1}{X_{1d}} - \frac{s_1^2}{s_1 R_1 + X_{1q}} \right) \cos \theta_{\text{зл}}, \quad (10.217)$$

Q_{1q} – поперечная реактивная мощность одной фазы СД,

Q_{1d} – продольная реактивная мощность одной фазы СД.

Очевидно, что реактивную мощность m -фазного синхронного двигателя можно представить в виде

$$Q = m(Q_{1q} + Q_{1d}). \quad (10.218)$$

Выражение (10.216) показывает, что реактивная мощность СД по поперечной оси всегда положительная. В то же время продольная реактивная мощность, как следует из (10.217), может быть положительной, если $E_1 < U_1 \cos \theta_{\text{зл}}$, и отрицательной при $E_1 > U_1 \cos \theta_{\text{зл}}$. Следовательно, с помощью тока возбуждения СД можно изменять величину и знак продольной реактивной мощности и тем самым влиять на суммарную реактивную мощность синхронного двигателя. Режим работы СД, когда суммарная реактивная мощность положительная, называется режимом недовозбуждения. Для этого режима можно записать уравнение электрического равновесия в комплексной плоскости

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1 R_1 + j \dot{I}_{1d} X_{1d} + j \dot{I}_{1q} X_{1q} \quad (10.219)$$

и построить векторную диаграмму (рис. 10.15).

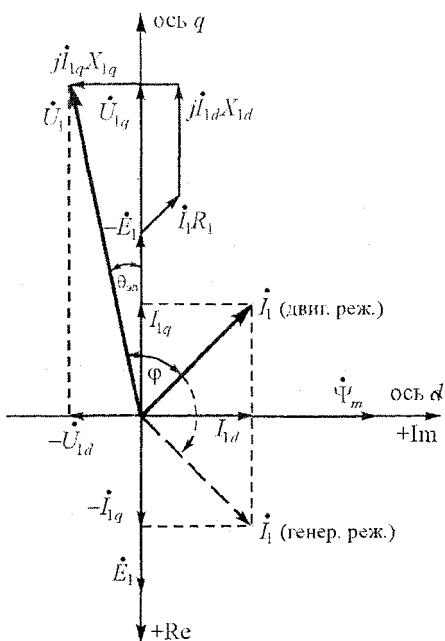


Рис. 10.15. Векторная диаграмма синхронного двигателя в режиме недовозбуждения

В режиме перевозбуждения СД уравнение электрического равновесия остается прежним, но составляющая тока статора I_{1d} по продольной оси изменяет свое направление (рис. 10.16). В результате вектор тока статора \dot{I}_1 опережает вектор напряжения \dot{U}_1 , и синхронный двигатель генерирует в сеть реактивную мощность емкостного характера.

Рассмотрим ток статора I_1 синхронного двигателя, работающего при изменяемой величине ЭДС E_1 и постоянном напряжении питания U_1 . Исходя из составляющих тока I_1 по осям d и q , можем записать равенство

$$I_1 = \sqrt{I_{1d}^2 + I_{1q}^2} \quad (10.220)$$

При пренебрежении активным сопротивлением R_1 обмотки статора выражения (10.173) и (10.174) преобразуются к виду:

$$I_{1q} = -\frac{U_1 \sin \theta_{\text{эзл}}}{X_{1q}}, \quad (10.221)$$

$$I_{1d} = \frac{E_1 - U_1 \cos \theta_{\text{эзл}}}{X_{1d}}. \quad (10.222)$$

С целью выявления важной закономерности в зависимости тока статора I_1 от ЭДС E_1 рассмотрим неявнополюсный СД, для которого

$$X_{1d} = X_{1q} = X_c, \quad (10.223)$$

где X_c – синхронное индуктивное сопротивление.

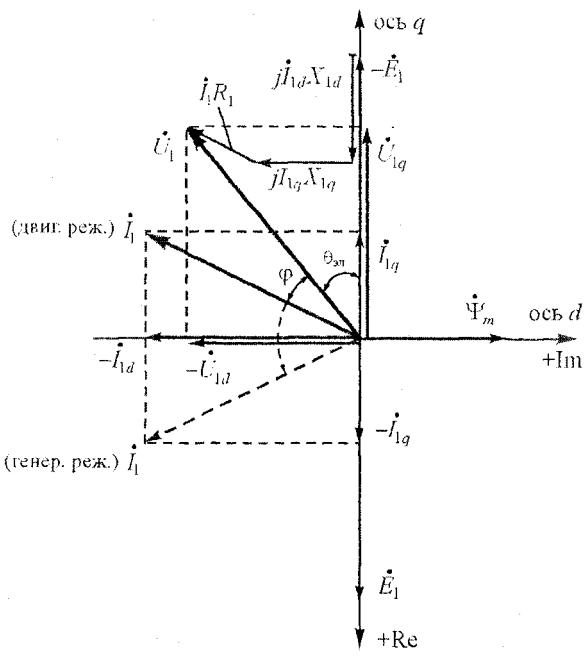


Рис. 10.16. Векторная диаграмма синхронного двигателя в режиме перевозбуждения

Тогда, подставляя (10.221) и (10.222) в (10.220), получим

$$I_1 = \frac{1}{X_c} \sqrt{E_1^2 - 2E_1 U_1 \cos \theta_{\text{эл}} + U_1^2}. \quad (10.224)$$

Для упрощения дальнейших записей и выкладок примем $U_1 = U_{1\text{ном}}$ и введем безразмерные относительные величины:

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{I_1}{I_{1K}}; \quad e_1 = \frac{E_1}{U_{1\text{ном}}}, \\ \mu &= \frac{M}{M_{K,\text{ном}}}; \quad \lambda_m = \frac{M_{K,\text{ном}}}{M_{\text{ном}}}, \end{aligned} \right\} \quad (10.225)$$

где

$$I_{1K} = \frac{U_{1\text{ном}}}{X_c}, \quad M_{K,\text{ном}} = \frac{m I_{1K} E_{1\text{ном}}}{\omega_0}, \quad (10.226)$$

I_{1K} – ток статора при коротком замыкании,

$M_{k, \text{ном}}$ – максимальный синхронный момент при номинальных величинах напряжения и ЭДС,

λ_m – номинальная перегрузочная способность СД.

Теперь ток статора (10.224) можно представить в безразмерных относительных величинах

$$i_1 = \sqrt{e_1^2 - 2e_1 \cos \theta_{\text{эл}} + 1}. \quad (10.227)$$

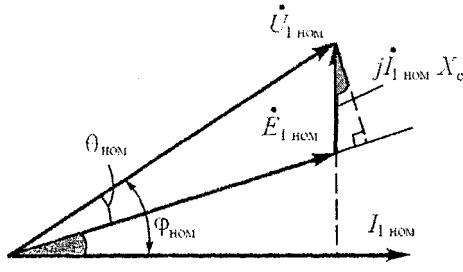


Рис. 10.17. Векторная диаграмма неявнополюсного синхронного двигателя для номинального режима работы при $R_1 = 0$

Угол нагрузки $\theta_{\text{эл}}$ можно найти из (10.185) с учетом (10.223) и (10.225):

$$\mu = \frac{e_1}{a} \sin \theta_{\text{эл}}, \quad (10.228)$$

где

$$a = \frac{E_{1 \text{nom}}}{U_{1 \text{nom}}}. \quad (10.229)$$

Коэффициент a можно определить из векторной диаграммы неявнополюсного СД для номинального режима при $R_1 = 0$ (рис. 10.17):

$$a = \frac{E_{1 \text{nom}}}{U_{1 \text{nom}}} = \frac{\cos \varphi_{\text{ном}}}{\cos(\varphi_{\text{ном}} - \theta_{\text{ном}})}, \quad (10.230)$$

где

$$\theta_{\text{ном}} = \arcsin\left(\frac{1}{\lambda_m}\right). \quad (10.231)$$

На основании (10.228) находим

$$\cos \theta_{\text{эл}} = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_{\text{эл}}} = \frac{\sqrt{e_1^2 - a^2 \mu^2}}{e_1} \quad (10.232)$$

и подставляем в (10.227), что дает уравнение для тока статора

$$i_1 = \sqrt{e_1^2 - 2\sqrt{e_1^2 - a^2 \mu^2} + 1} \quad (10.233)$$

как функцию относительной ЭДС e_1 статора при определенном относительном моменте μ . Если магнитная система неявнополюсного СД ненасыщена,

то ЭДС пропорциональна току возбуждения. Тогда уравнение (10.233) выражает U -образные характеристики неявнополюсного СД. При данной величине μ значение ЭДС, соответствующее минимальному току статора, будет определяться уравнением

$$e_{1\min}^2 - a^2 \mu^2 = 1$$

или

$$e_{1\min} = \sqrt{1 + a^2 \mu^2}. \quad (10.234)$$

Для (10.234) находим согласно (10.233) наименьшее значение тока статора

$$i_1(e_{1\min}) = a\mu. \quad (10.235)$$

Выразим активную и реактивную мощности неявнополюсного СД в относительных единицах, используя выражения (10.182) и (10.215)–(10.217) с учетом (10.233), $R_1 = 0$ и $U_1 = U_{1\text{ном}}$:

$$p^* = \frac{P_\phi}{U_{1\text{ном}} I_{1k}} = e_1 \sin \theta_{\text{эл}}, \quad (10.236)$$

$$q^* = \frac{Q_\phi}{U_{1\text{ном}} I_{1k}} = 1 - e_1 \cos \theta_{\text{эл}}. \quad (10.237)$$

Коэффициент мощности неявнополюсного СД

$$\cos \varphi = \frac{p^*}{\sqrt{p^{*2} + q^{*2}}} = \frac{e_1 \sin \theta_{\text{эл}}}{i_1} \quad (10.238)$$

принимает значение 1 при $q^* = 0$, т. е.

$$1 = \frac{e_1 \sin \theta_{\text{эл}}}{i_1}. \quad (10.239)$$

Выражаем из (10.228)

$$\sin \theta_{\text{эл}} = \frac{a\mu}{e_1} \quad (10.240)$$

и подставляем в (10.239), что позволяет найти уравнение

$$i_1(\cos \varphi = 1) = a\mu. \quad (10.241)$$

Как следует из (10.237), при $q^* = 0$ имеем

$$e_1(\cos \varphi = 1) = \frac{1}{\cos \theta_{\text{эл}}}. \quad (10.242)$$

Подставляем (10.242) в (10.227) и находим

$$i_1(\cos \varphi = 1) = \sqrt{e_1^2 - 1} = a\mu. \quad (10.243)$$

Из (10.243) определяем ЭДС, соответствующую $\cos \varphi = 1$:

$$e_1(\cos \varphi = 1) = \sqrt{1 + a^2 \mu^2}. \quad (10.244)$$

Величину ЭДС, при которой достигается минимум тока статора, находим из решения уравнения

$$\frac{di_1}{de_1} = \frac{1}{de_1} \left(\sqrt{e_1^2 - 2\sqrt{e_1^2 - a^2 \mu^2}} + 1 \right) = 0, \quad (10.245)$$

что приводит к результату (10.234). Следовательно, минимум тока статора получается при $\cos \varphi = 1$.

На рис. 10.18 приведены U -образные характеристики неявнополюсного ненасыщенного СД при $R_1 = 0$, $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,8$ и $\lambda_m = 2$.

Переход к обычно применяемым относительным единицам можно выполнить, если учесть соотношения:

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{I_1}{I_{1\kappa}} = \frac{I_1}{I_{1\text{ном}}} X_c^*, \\ \mu &= \frac{M}{M_{\kappa, \text{ном}}} = \frac{M}{M_{\text{ном}}} \cdot \frac{1}{\lambda_m}, \end{aligned} \right\} \quad (10.246)$$

где X_c^* – относительное синхронное индуктивное сопротивление СД.

При учете насыщения магнитной системы U -образные характеристики СД рассчитывают, используя кривую холостого хода в относительных единицах (рис. 10.19):

$$e_1 = \frac{E_1}{U_{1\text{ном}}} = F \left(i_{\text{в}} = \frac{I_{\text{в}}}{I_{\text{в.о}}} \right), \quad (10.247)$$

где $I_{\text{в.о}}$ – ток возбуждения СД, обеспечивающий номинальное напряжение синхронной машины при холостом ходе.

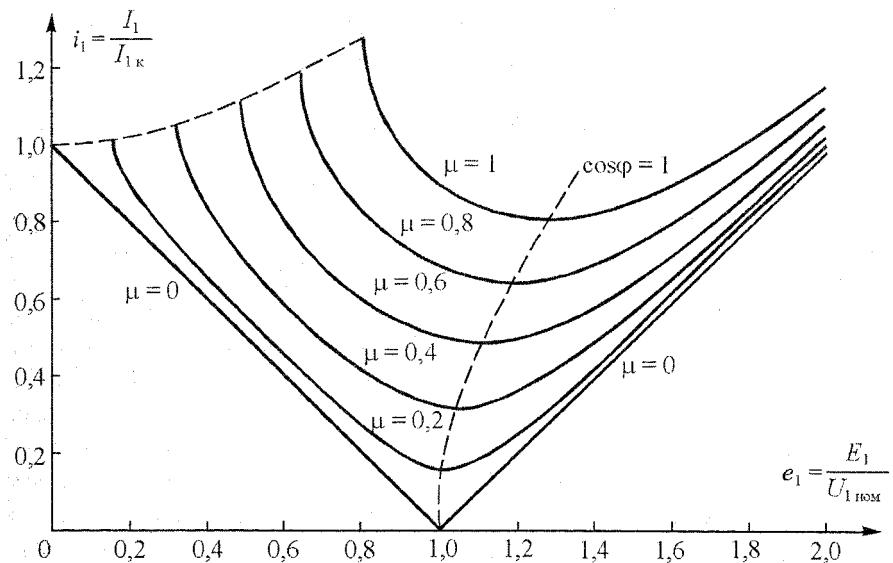


Рис. 10.18. U -образные характеристики неявлнополосного ненасыщенного синхронного двигателя при $\lambda_m = 2$, $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,8$

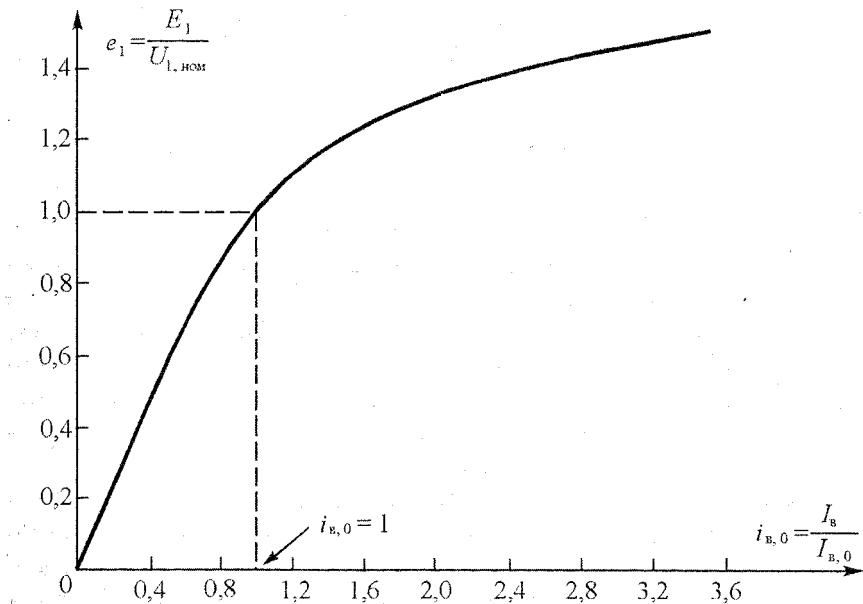


Рис. 10.19. Нормальная характеристика холостого хода синхронной машины в относительных единицах

10.10. Математические модели и характеристики вентильных двигателей

10.10.1. Основные понятия

Вентильный двигатель (ВД) представляет собой электромеханическую систему, включающую полупроводниковый преобразователь электрической энергии (ППЭ), синхронный двигатель (СД) и датчик положения ротора (ДПР) (рис. 10.20). Известно большое число принципиальных схем вентильных двигателей [66, 67, 68]. Общим признаком для всех схем является наличие обратной связи по положению ротора. Сигнал обратной связи по положению ротора относительно положения обмоток статора формируется ДПР. Этот сигнал поступает на ППЭ и используется для получения открывающих импульсов полупроводниковых ключей, коммутирующих обмотки статора в требуемой последовательности. При этом в обмотках статора СД формируются такие мгновенные значения токов, которые при данном положении врачающегося ротора обеспечивают расположение результирующего вектора магнитодвигущей силы (МДС) статора перпендикулярно вектору МДС ротора.

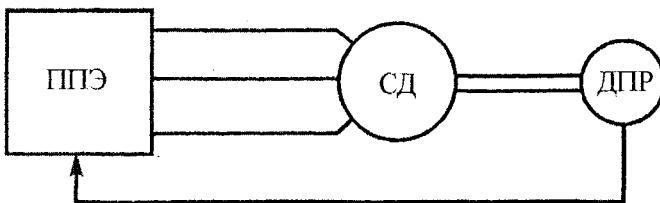


Рис. 10.20. Структура вентильного двигателя

Такое управление позволяет получить максимальное значение электромагнитного момента двигателя, что можно видеть из векторного выражения момента (10.89) обобщенной электрической машины. Другими словами можно сказать, что вентильный двигатель – это электродвигатель переменного тока, обмотки статора которого питаются от преобразователя частоты, осуществляющего коммутацию тока в функции угла поворота φ ротора с частотой, соответствующей угловой скорости ω ротора (рис. 10.21).

Вентильные двигатели появились в 30-е годы XX столетия (Е. Керн, С. Виллис, И. Александерсен, Д. А. Завалишин, О. Г. Вегнер) [68], но из-за несовершенства электронных элементов того времени не получили широкого распространения. С приходом транзисторов (1947–1948 г.г.) начали разрабатываться вентильные микродвигатели с постоянными магнитами. С появлением тиристоров (1957–1958 г.г.) возникли вентильные двигатели средней и большой мощности.

мощности с электромагнитным возбуждением синхронных двигателей. До 70-х годов прошлого столетия вентильные двигатели с постоянными магнитами практически не разрабатывались из-за отсутствия постоянных магнитов с высокой удельной энергией. Создание постоянных магнитов на основе редкоземельных металлов (SmCo, NdFeB), имеющих удельную энергию (200–400) кДж/м³ [69], позволило разработать синхронные двигатели малой мощности с массогабаритными показателями, превышающими показатели двигателей постоянного тока. Со второй половины 80-х годов прошлого века появляются предпосылки для создания вентильных двигателей на основе новых полупроводниковых приборов (IGBT, MOSFET) и сравнительно недорогих постоянных магнитов NdFeB [70].

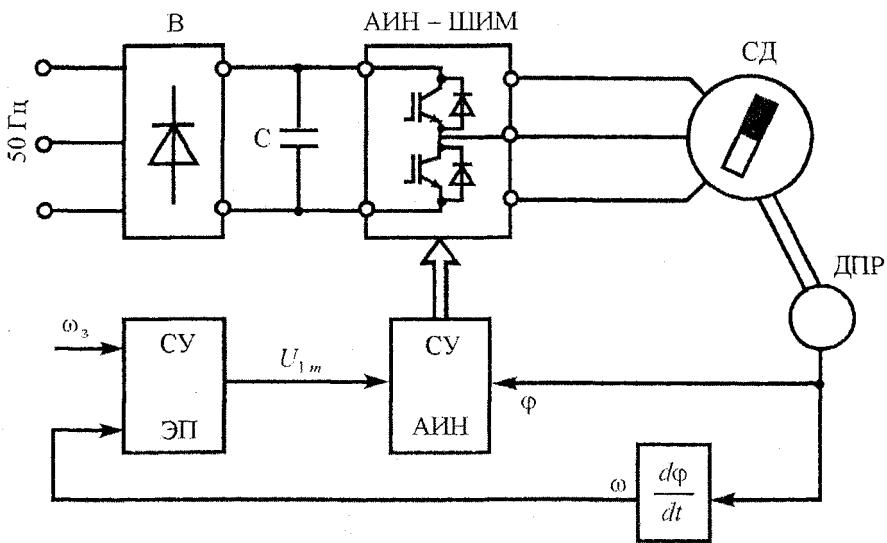


Рис. 10.21. Функциональная схема вентильного двигателя

Разнообразие современных решений вентильного двигателя обусловлено использованием разных типов ППЭ, СД и ДПР. Преобразователь энергии ППЭ может представлять собой автономный инвертор, получающий питание от источника постоянного тока (например, от аккумуляторной батареи) или от выпрямителя, связанного с сетью переменного тока (см. рис. 10.21). Инвертор напряжения с широтно-импульсной модуляцией (АИН ШИМ) управляет положением результирующего вектора МДС статора относительно вектора МДС ротора и регулирует величину первой гармоники напряжения, подводимого к фазам обмотки статора. С помощью изменения величины выходного

напряжения инвертора осуществляется регулирование скорости ротора вентильного двигателя. Пространственное положение вектора МДС статора определяется соответствующей комбинацией одновременно открытых ключей инвертора напряжения, а величина напряжения – длительностью открытого состояния этих ключей. Необходимая комбинация одновременно открытых ключей формируется по сигналам ДПР, выделяющим интервалы разрешения работы каждого ключа длительностью λ . Величина напряжения двигателя регулируется одним из способов ШИМ и определяется уровнем сигнала автоматического управления электроприводом (сигнал U_{lm} на рис. 10.21).

В вентильных двигателях для управления положением результирующего вектора МДС статора относительно вектора МДС вращающегося ротора используют два способа [71, 77]:

1) *непрерывный*, при котором по сигналу непрерывного датчика положения ротора (например, резольвера или инкоудера) формируется требуемый алгоритм коммутации силовых ключей инвертора, обеспечивающий заданное положение вектора МДС статора относительно вектора МДС ротора;

2) *дискретный*, при котором по сигналам дискретного датчика положения ротора (например, датчиков Холла) в заданных точках положения ротора осуществляется коммутация требуемых фаз обмотки статора и дискретное перемещение вектора МДС статора.

Для непрерывного и дискретного способов управления применяются соответствующие алгоритмы переключения силовых ключей инвертора. При непрерывном способе управления положением вектора МДС статора применяется такой алгоритм коммутации ключей, при котором инвертор формирует трехфазную симметричную систему синусоидального тока, строго синхронную с положением ротора. В каждый момент времени в инверторе открыты три ключа и по всем трем фазам обмотки статора протекает ток. Длительность λ интервала разрешения работы каждого ключа составляет 180 электрических градусов за период изменения выходного напряжения инвертора. При синусоидальных обмотках статора ВД и таком управлении вектор МДС плавно перемещается вдоль поверхности статора двигателя. Вентильные двигатели с непрерывным управлением положением вектора МДС статора получили название «синхронные двигатели с постоянными магнитами (СДПМ)». Иногда их называют бесконтактными двигателями переменного тока. Для управления электрическими величинами СДПМ применяют векторные способы.

При дискретном способе управления положением вектора МДС статора используют такой алгоритм переключения силовых ключей, при котором инвертор формирует в фазах двигателя переменный ток прямоугольной формы. В каждый момент времени в инверторе открыты два ключа и ток протекает по двум фазам обмотки статора, включенным последовательно. Длительность λ интервала разрешения работы каждого ключа составляет 120 электрических

градусов за период изменения выходного напряжения инвертора. При дискретном способе управления вектор МДС статора перемещается дискретно относительно поверхности статора. Вентильные двигатели с дискретным управлением положением вектора МДС статора получили название: «бесконтактные (бесщеточные) двигатели постоянного тока (БДПТ)». Для управления переменными величинами БДПТ используют скалярные способы.

Рассмотрим математические модели и характеристики вентильного двигателя с непрерывным управлением положением вектора МДС статора относительно вектора МДС ротора, где, аналогично коллекторному двигателю постоянного тока, векторы МДС статора и ротора расположены под углом 90° и неподвижны один относительно другого. При этом, для общности, будем полагать, что обмотка статора двухфазная синусоидальная, а обмотка ротора имеет электромагнитное возбуждение. Это позволит нам рассматривать вентильный двигатель как частный случай обобщенной электрической машины. Трехфазная обмотка статора реального двигателя может быть преобразована в эквивалентную двухфазную обмотку в соответствии с правилами фазных преобразований. Наличие ротора с постоянными магнитами эквивалентно электромагнитному возбуждению с постоянной величиной тока, которая обеспечивает постоянный магнитный поток ротора.

10.10.2. Математические модели двухфазного вентильного двигателя типа СДПМ

Модель двухфазного вентильного двигателя в осях $1\alpha - 1\beta, 2d - 2q$ показана на рис. 10.22. На статоре по осям $1\alpha - 1\beta$ расположены обмотки, которые подключены к автономному инвертору напряжения с синусоидальной ШИМ. Датчик положения ротора выдает сигналы в систему управления СУ, которые обеспечивают подачу на обмотки статора синусоидальных напряжений (по первым гармоникам), изменяющихся с угловой частотой, равной электрической угловой скорости ротора:

$$\left. \begin{aligned} u_{1\alpha} &= -U_{1m} \sin \omega_{\text{эл}} t, \\ u_{1\beta} &= U_{1m} \cos \omega_{\text{эл}} t, \end{aligned} \right\} \quad (10.248)$$

где U_{1m} – амплитуда первой гармоники напряжения,
 ω – механическая угловая скорость ротора,
 $\omega_{\text{эл}}$ – электрическая угловая скорость ротора, равная

$$\omega_{\text{эл}} = p_n \omega,$$

p_n – число пар полюсов,
 t – время.

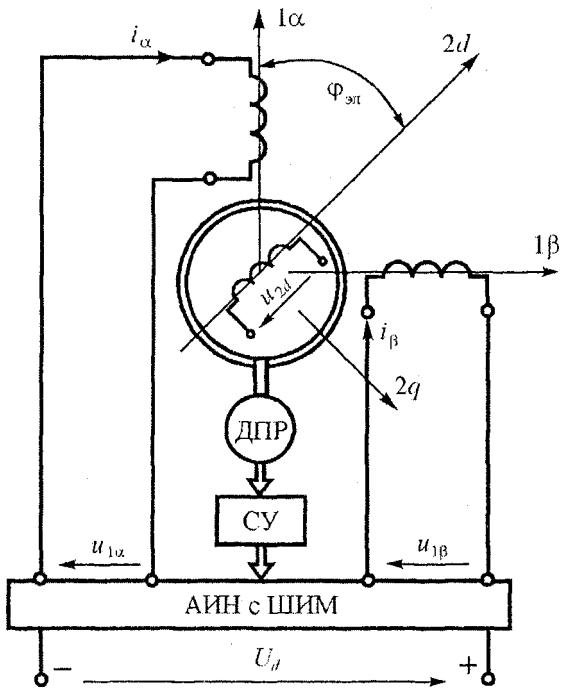


Рис. 10.22. Модель двухфазного вентильного двигателя
в осях $1\alpha - 1\beta$, $2d - 2q$

Используя преобразования напряжений $u_{1\alpha}$ и $u_{1\beta}$ к осям $d - q$

$$\begin{bmatrix} u_{1d} \\ u_{1q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{1\alpha} \\ u_{1\beta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \varphi_{\text{эл}} & \sin \varphi_{\text{эл}} \\ -\sin \varphi_{\text{эл}} & \cos \varphi_{\text{эл}} \end{bmatrix}, \quad (10.249)$$

находим: $u_{1d} = 0$; $u_{1q} = U_{1m}$.

Учитывая, что $u_{1d} = 0$, $i_{1d} = 0$, $u_{2q} = 0$, $i_{2q} = 0$, получаем математическую модель вентильного двигателя в осях координат $d - q$ [72]:

$$\left. \begin{aligned} u_{1q} &= i_{1q} R_1 + \frac{d\Psi_{1q}}{dt} + \omega_{\text{эл}} \Psi_{1d}, \\ u_{2d} &= i_{2d} R_2 + \frac{d\Psi_{2d}}{dt}, \\ M &= p_{\text{н}} i_{1q} \Psi_{1d}; \quad \Psi_{1d} = L_{12} i_{2d}, \\ \Psi_{1q} &= L_{1q} i_{1q}; \quad \Psi_{2d} = L_{2d} i_{2d}, \end{aligned} \right\} \quad (10.250)$$

где Ψ_{1d} , Ψ_{1q} – потокосцепления статора по осям d и q ,
 Ψ_{2d} – потокосцепление ротора по оси d ,
 i_{1d} , i_{1q} – токи статора по осям d и q ,
 i_{2d} – ток ротора по оси d ,
 L_{12} – наибольшее значение взаимной индуктивности обмоток статора и ротора,
 L_{1d} , L_{1q} – полные индуктивности обмоток статора по осям d и q ,
 R_1 , R_2 – активные сопротивления обмоток статора и ротора,
 L_{2d} – полная индуктивность обмотки ротора по оси d .

Системе уравнений (10.250) соответствует модель вентильного двигателя в осях $d - q$, приведенная на рис. 10.23, где ЭДС вращения e определяется выражением

$$e_1 = \omega_{\text{эн}} \Psi_{1d}. \quad (10.251)$$

Добавим к системе уравнений (10.250) уравнение движения электропривода

$$M - M_c = J \frac{d\omega}{dt} \quad (10.252)$$

и запишем уравнения в операторной форме:

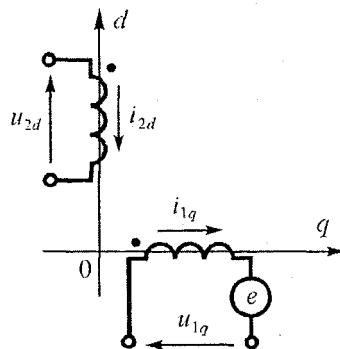


Рис. 10.23. Модель вентильного двигателя в осях $d - q$

$$\left. \begin{aligned} p\Psi_{1d}(p) &= u_{1q}(p) - i_{1q}(p)R_1 - \omega_{\text{эн}}(p)\Psi_{1d}(p), \\ p\Psi_{2d}(p) &= u_{2d}(p) - i_{2d}(p)R_2, \\ p\omega(p) &= \frac{1}{J}[M(p) - M_c(p)], \\ M(p) &= p_n L_{12} i_{1q}(p) i_{2d}(p), \\ \Psi_{1d}(p) &= L_{12} i_{2d}(p); \quad \Psi_{1q}(p) = L_{1q} i_{1q}(p), \\ \Psi_{2d}(p) &= L_{2d} i_{2d}(p); \quad \omega_{\text{эн}}(p) = p_n \omega(p), \end{aligned} \right\} \quad (10.253)$$

где M – электромагнитный момент вентильного двигателя,

M_c – статический момент,

J – суммарный момент инерции электропривода, приведенный к валу двигателя. Операторным уравнениям (10.253) соответствует структурная схема, приведенная на рис. 10.24.

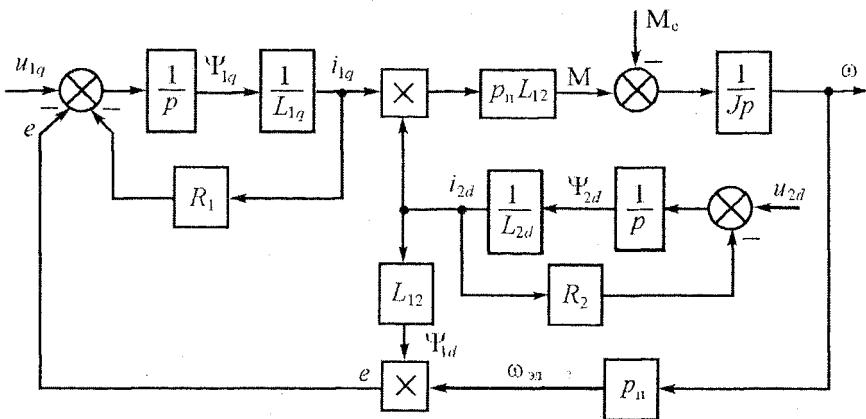


Рис. 10.24. Структурная схема электропривода
с вентильным двигателем в осях $d - q$

Если магнитный поток, создаваемый по оси d , постоянный, т. е.

$$\Psi_{1d} = L_{12} i_{2d} = \Psi_m = \text{const},$$

то ЭДС вращения e и электромагнитный момент M получают выражения

$$e_1 = \omega_{\text{эн}} \Psi_m, \quad M = p_n i_{1q} \Psi_m \quad (10.254)$$

и структурная схема рис. 10.24 преобразуется в структурную схему рис. 10.25.

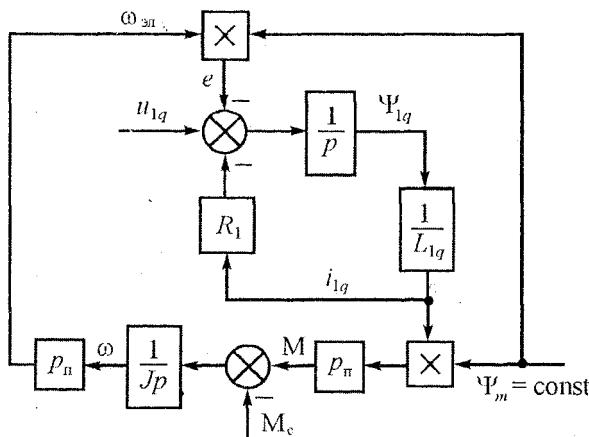


Рис. 10.25. Структурная схема вентильного двигателя
при постоянном магнитном потоке

10.10.3. Механические характеристики вентильного двигателя типа СДПМ при ортогональности векторов МДС статора и ротора

Для установившегося режима работы

$$\frac{d\Psi_{1q}}{dt} = \frac{d\Psi_{2d}}{dt} = 0$$

и уравнения (10.250) преобразуются к виду:

$$\left. \begin{aligned} U_{1q} &= I_{1q}R_1 + p_n\omega I_{12}I_{2d}, \\ U_{2d} &= I_{2d}R_2, \\ M &= p_nL_{12}I_{1q}I_{2d}. \end{aligned} \right\} \quad (10.255)$$

На основании (10.255) получаем выражение для электромагнитного момента

$$M = \frac{p_n L_{12}}{R_1} I_{2d} U_{1q} - \frac{(p_n L_{12} I_{2d})^2}{R_1}, \quad (10.256)$$

из которого находим уравнение механической характеристики

$$\omega = \frac{U_{1q}}{p_n L_{12} I_{2d}} - \frac{MR_1}{(p_n L_{12} I_{2d})^2}. \quad (10.257)$$

Введем обозначения, обычно применяемые в машинах постоянного тока:

$$\left. \begin{aligned} p_n L_{12} I_{2d} &= k\Phi_m, \\ \Phi_m &= \frac{p_n L_{12}}{k} I_{2d} = L_\phi I_{2d}, \end{aligned} \right\} \quad (10.258)$$

тогда уравнение (10.257) преобразуется в известное выражение механической характеристики двигателя постоянного тока независимого возбуждения (ДПТ НВ):

$$\omega = \omega_0 - \frac{M}{\beta}, \quad (10.259)$$

где

$$\omega_0 = \frac{U_{1q}}{k\Phi_m}, \quad (10.260)$$

$$\beta = \frac{(k\Phi_m)^2}{R_1}, \quad (10.261)$$

ω_0 – угловая скорость идеального холостого хода вентильного двигателя,
 β – модуль жесткости механической характеристики,
 k – конструктивная постоянная вентильного двигателя,
 Φ_m – магнитный поток взаимоиндукции.

Следовательно, если двухфазные синусоидальные напряжения $u_{1\alpha}$ и $u_{1\beta}$, подаваемые на обмотки статора вентильного двигателя, имеющего распределенные синусоидальные обмотки, изменяются точно с угловой частотой ω_1 , равной электрической угловой скорости ω_m ротора, как это определено выражением (10.248), и векторы МДС ротора и статора взаимно перпендикулярны, то в установившемся режиме двухфазного вентильного двигателя при постоянных параметрах продольная реакция якоря отсутствует ($u_{1d} = 0, i_{1d} = 0$) и индуктивность якорной обмотки по оси q не оказывает влияния на электромагнитный момент и механические характеристики ВД.

10.10.4. Механические характеристики вентильного двигателя типа СДПМ при неортогональности векторов МДС статора и ротора

Неортогональность в положении векторов МДС статора и ротора рассматриваемого СДПМ возникает при упреждающем управлении на угол $\theta_{эл}$, что аналогично работе двигателя постоянного тока независимого возбуждения со сдвигом щеток с геометрической нейтрали на угол $\theta_{эл}$. Обозначим

$$\varphi_{эл} = \omega_{эл} t, \quad (10.262)$$

тогда подаваемые на обмотки статора напряжения можно записать в виде:

$$\left. \begin{array}{l} u_{1\alpha} = -U_{1m} \sin \varphi_{эл}, \\ u_{1\beta} = U_{1m} \cos \varphi_{эл}. \end{array} \right\} \quad (10.263)$$

При $\theta_{эл} \neq 0$ оси $d - q$ будут расположены под углом $(\varphi_{эл} + \theta_{эл})$ к осям $\alpha - \beta$. В этом случае напряжения $u_{1\alpha}$ и $u_{1\beta}$ преобразуются к осям $d - q$ в соответствии с выражением:

$$\begin{bmatrix} u_{1d} \\ u_{1q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{1\alpha} \\ u_{1\beta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{эл} + \theta_{эл}) & \sin(\varphi_{эл} + \theta_{эл}) \\ -\sin(\varphi_{эл} + \theta_{эл}) & \cos(\varphi_{эл} + \theta_{эл}) \end{bmatrix}. \quad (10.264)$$

При подстановке (10.263) в (10.264) получаем

$$\begin{bmatrix} u_{1d} \\ u_{1q} \end{bmatrix} = U_{1m} \begin{bmatrix} \sin \theta_{эл} \\ \cos \theta_{эл} \end{bmatrix}. \quad (10.265)$$

Для установившегося режима работы получаем математическую модель ВД в осях $d - q$:

$$\left. \begin{aligned} U_{1d} &= I_{1d}R_1 - \omega_{\text{эн}}\Psi_{1q}, \\ U_{1q} &= I_{1q}R_1 + \omega_{\text{эн}}\Psi_{1d}, \\ U_{2d} &= I_{2d}R_2, \\ \Psi_{1d} &= L_{1d}I_{1d} + L_{12}I_{2d}, \\ \Psi_{1q} &= L_{1q}I_{1q}, \\ \Psi_{2d} &= L_{2d}I_{2d} + L_{12}I_{1d}, \\ M &= p_n I_{1q} [I_{1d} (L_{1d} - L_{1q}) + L_{12}I_{2d}] \end{aligned} \right\} \quad (10.266)$$

Из (10.266) находим токи

$$I_{1d} = \frac{U_{1d}R_1 + U_{1q}\omega_{\text{эн}}L_{1q} - \omega_{\text{эн}}^2 L_{1q}L_{12}I_{2d}}{R_1^2 + \omega_{\text{эн}}^2 L_{1q}L_{1d}}, \quad (10.267)$$

$$I_{1q} = \frac{U_{1q}R_1 - U_{1d}\omega_{\text{эн}}L_{1d} - \omega_{\text{эн}}R_1L_{12}I_{2d}}{R_1^2 + \omega_{\text{эн}}^2 L_{1q}L_{1d}}. \quad (10.268)$$

Рассмотрим симметричную магнитную систему ротора, когда

$$L_{1d} = L_{1q} = L_1. \quad (10.269)$$

Это условие соответствует ВД с постоянными магнитами, расположенными на поверхности ротора [67, 68, 73].

Преобразование (10.266) с учетом (10.267)–(10.268) позволяет найти выражение для магнитного момента

$$M = \frac{\beta_n \left(\frac{U_{1q}}{\Psi_{\Sigma}} - \omega \right)}{1 + (\tau\omega)^2}, \quad (10.270)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \beta_n &= p_n \tau I_{2d} L_{12} \left(U_{1d} \frac{T_1}{L_1} + I_{2d} \right), \\ \Psi_{\Sigma} &= p_n (U_{1d}T_1 + L_{12}I_{2d}); \quad T_1 = \frac{L_1}{R_1}; \quad \tau = p_n T_1. \end{aligned} \right\} \quad (10.271)$$

Обозначив

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_1}{L_{12}} &= \frac{L_1}{R_1} \cdot \frac{1}{L_{12}} \approx \frac{1}{R_1}, \\ L_1 L_{12} I_d^2 &\approx (L_{12} I_{2d})^2 = \Psi_m^2, \\ \frac{U_{1d}}{R_1} &= I_{dk}, \end{aligned} \right\} \quad (10.272)$$

получим

$$\Psi_\Sigma = p_n \Psi_m (1 + k_1), \quad (10.273)$$

$$\beta_n = \frac{(p_n \Psi_m)^2 (1 + k_1)}{R_1}, \quad (10.274)$$

где

$$k_1 = \frac{I_{dk}}{I_{2d}} = \frac{L_{12}}{R_1} \cdot \frac{U_{1m}}{\Psi_m} \sin \theta_{\text{зл}}, \quad (10.275)$$

β_n – модуль жесткости линеаризованной механической характеристики,
 Ψ_Σ – суммарное потокосцепление взаимоиндукции, обусловленное действием обмотки возбуждения (постоянных магнитов) и продольной реакции якоря,
 I_{dk} – установившееся значение тока в обмотке по оси $1d$, соответствующее продольной реакции якоря,
 k_1 – коэффициент, определяющий долю тока продольной реакции якоря в создании результирующего магнитного потока.

Следует заметить, что при опережающем угле управления $\theta_{\text{зл}}$ продольная реакция якоря будет размагничивающей, т. е. в формуле (10.275) необходимо принять $\theta_{\text{зл}} < 0$, тогда $k_1 < 0$. В этом случае составляющая тока I_{1d} по оси d будет создавать магнитный поток, направленный против магнитного потока постоянных магнитов. Как это видно из (10.273) и (10.274), при $k_1 < 0$ результирующий магнитный поток и модуль жесткости механической характеристики уменьшаются. Это явление подобно сдвигу щеток с геометрической нейтрали против направления вращения якоря ДПТ НВ.

При упреждающем угле управления $\theta_{\text{зл}}$ вентильного двигателя угловая скорость идеального холостого хода ω_0 будет определяться напряжением U_{1q} и суммарным потокосцеплением Ψ_Σ :

$$\omega_0 = \frac{U_{1q}}{\Psi_\Sigma}. \quad (10.276)$$

Так как $\Psi_s < \Psi_m$ при упреждающем управлении, то результирующий магнитный поток будет ослабляться и скорость идеального холостого хода будет возрастать. Но магнитная система вентильного двигателя должна иметь возможности осуществлять обратимые процессы уменьшения и увеличения магнитного потока в заданных пределах.

Принимая во внимание обозначения (10.273) (10.276), механическую характеристику (10.270) вентильного двигателя представим в окончательном виде

$$M = \frac{\beta_n(\omega - \omega_0)}{1 + (\tau\omega)^2}. \quad (10.277)$$

Это нелинейная характеристика, проходящая через точку идеального холостого хода $(0, \omega_0)$ и точку пускового момента $(M_n, 0)$, где

$$M_n = \beta_n \omega_0. \quad (10.278)$$

Из уравнения

$$\frac{dM}{d\omega} = 0 \quad (10.279)$$

находим критическую угловую скорость

$$\omega_k = \omega_0 \left(1 \pm \frac{\sqrt{(\omega_0 \tau)^2 + 1}}{\omega_0 \tau} \right), \quad (10.280)$$

при которой электромагнитный момент (10.277) достигает экстремальных (критических) значений (рис. 10.26):

$$M_k = \frac{\mp \beta_n}{2\tau \sqrt{(\omega_0 \tau)^2 + 1} \pm \omega_0 \tau}, \quad (10.281)$$

где знак плюс относится к скоростям $\omega_0 < \omega_k$, а знак минус к области скоростей $\omega_0 > \omega_k > -\infty$. Механическая характеристика (10.277) имеет переменную жесткость

$$\beta = \frac{dM}{d\omega} = \quad (10.282)$$

$$= \beta_n \frac{(\omega - \omega_1)(\omega - \omega_2)}{[(\omega \tau)^2 + 1]^2},$$

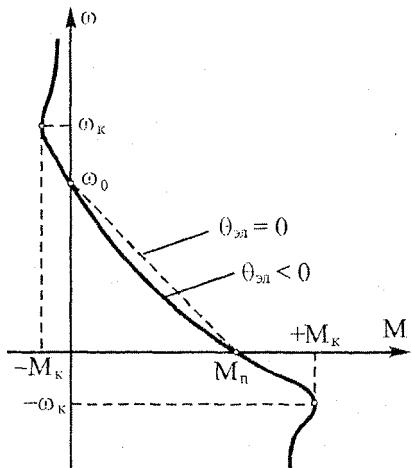


Рис. 10.26. Механическая характеристика вентильного двигателя при $\theta_{31} \neq 0$

зависящую от скорости, где

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= \frac{\omega_0 \tau + \sqrt{(\omega_0 \tau)^2 + 1}}{\tau}, \\ \omega_2 &= \frac{\omega_0 \tau - \sqrt{(\omega_0 \tau)^2 + 1}}{\tau}. \end{aligned} \right\} \quad (10.283)$$

Степень отклонения механической характеристики (10.277) от линейной (10.259) определяется величинами τ и k_1 . При $\theta_{\text{зл}} = 0$ уравнение (10.277) преобразуется к (10.259).

Динамические свойства вентильного двигателя при $\theta_{\text{зл}} \neq 0$ можно исследовать на основе математической модели (10.169), структурная схема которой приведена на рис. 10.27.

В качестве примера к изложенному были рассчитаны механические характеристики вентильного двигателя типа Maxon с постоянными магнитами, имеющего следующие данные [74]:

1) Соединение обмоток статора в треугольник:

$P_{\text{ном}} = 400 \text{ Вт}$; $U_{\text{ном}} = 48 \text{ В}$; $n_{x,x} = 5000 \text{ об/мин}$; $M_n = 11,8 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $I_{x,x} = 0,65 \text{ А}$; $I_{\text{max}} = 8,7 \text{ А}$ при $n = 5000 \text{ об/мин}$; $C = 0,0913 \text{ В}\cdot\text{с/рад}$; $T_m = 0,004 \text{ с}$; $R_1 = 0,56 \text{ Ом}$; $M_{\text{max}} = 0,657 \text{ Н}\cdot\text{м}$ при $n = 5000 \text{ об/мин}$, $J_d = 8,31 \cdot 10^{-5} \text{ кгм}^2$; $L_1 = 0,41 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$; $\eta_{\text{max}} = 86,5 \%$.

2) Соединение обмоток статора в звезду:

$P_{\text{ном}} = 400 \text{ Вт}$; $U_{\text{ном}} = 48 \text{ В}$; $n_{x,x} = 2900 \text{ об/мин}$; $M_n = 6,8 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $I_{x,x} = 0,27 \text{ А}$; $I_{\text{max}} = 5 \text{ А}$ при $n = 5000 \text{ об/мин}$; $C = 0,158 \text{ В}\cdot\text{с/рад}$; $T_m = 0,004 \text{ с}$; $R_1 = 0,56 \text{ Ом}$; $L_1 = 0,41 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$; $J_d = 8,31 \cdot 10^{-5} \text{ кгм}^2$; $M_{\text{max}} = 0,656 \text{ Н}\cdot\text{м}$ при $n = 5000 \text{ об/мин}$.

На рис. 10.28 показаны расчетные механические характеристики ВД типа Maxon EC Ф60 при ортогональном расположении векторов МДС статора и ротора.

10.10.5. Механические характеристики и математическая модель вентильного двигателя типа БДПТ

БДПТ – недорогие двигатели с высоким быстродействием при низких скоростях. В них используются простые датчики положения ротора (датчики Холла) и простые системы управления. Бесконтактные двигатели постоянного тока изготавливаются на различное число фаз с разного вида обмотками статора, но преобладающими являются трехфазные обмотки статора, поскольку нередко БДПТ создаются на базе серийных асинхронных двигателей с заменой короткозамкнутого ротора на ротор с постоянными магнитами [77, 78, 83].

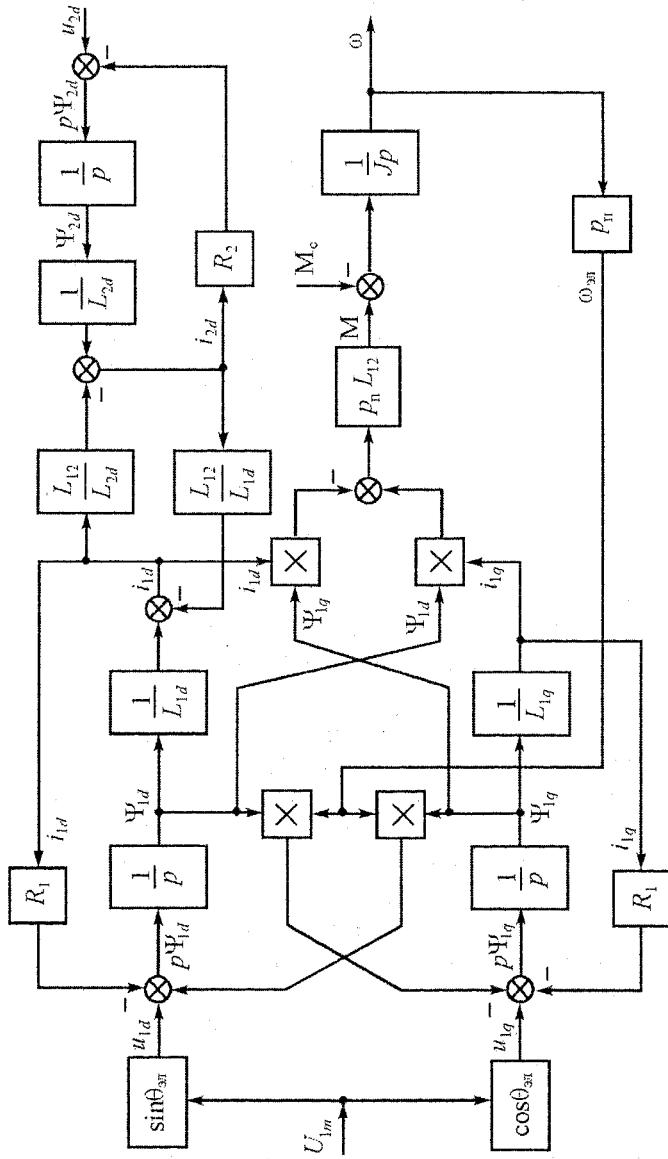


Рис. 10.27. Структурная схема вентильного двигателя при $\theta_{3\pi} \neq 0$

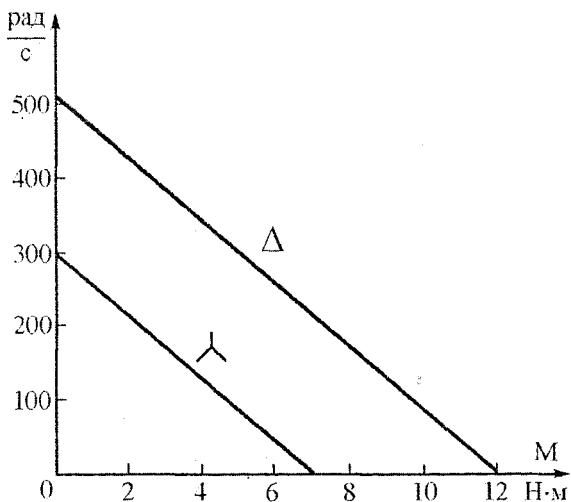


Рис. 10.28. Механические характеристики вентильного двигателя типа Maxon EC Ø60, 400 Вт при $\theta_{зл} = 0$

Трехфазная обмотка статора БДПТ подключается к источнику электроэнергии через автономный транзисторный инвертор, построенный по трехфазной мостовой схеме (рис. 10.29). Силовые транзисторы $T_1 - T_6$ инвертора должны получать от системы управления команды на включение и отключение в зависимости от положения ротора. Необходимые синхронизирующие сигналы получают от датчика положения ротора (ДПР). Наиболее простые и дешевые ДПР строятся на основе эффекта Холла, открытого в 1878 году. Сущность эффекта Холла состоит в том, что на двух гранях полупроводниковой пластины, помещенной в магнитное поле с индукцией \vec{B} , возникает ЭДС E_H , пропорциональная индукции B , если через другие грани полупроводниковой пластины проходит ток I постоянной величины (рис. 10.30).

Векторы ЭДС \vec{E}_H , магнитной индукции \vec{B} и тока \vec{I} находятся в перпендикулярных плоскостях. Ток I (обычно несколько мА) пропускают от внешнего источника. Холловский ключ представляет собой полупроводниковый ключ, который открывается или закрывается, если он находится в магнитном поле выше пороговой величины срабатывания.

Для обнаружения ЭДС E_H выше порогового уровня создают формирующие полупроводниковые схемы, интегрированные с датчиками Холла (рис. 10.31). В трехфазном БДПТ три датчика Холла размещаются под углом 120° на статоре двигателя. Они срабатывают или отдельного постоянного магнита, который соединяется с ротором двигателя, или от постоянных магнитов самого ротора (см. рис. 10.29).

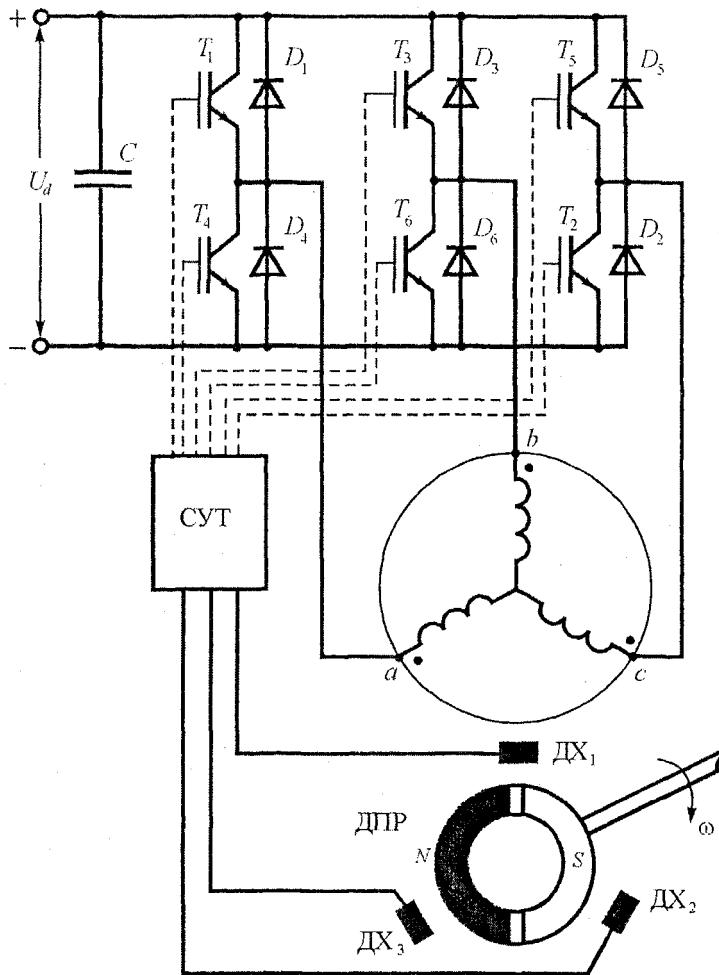


Рис. 10.29. Силовая схема трехфазного бесконтактного двигателя постоянного тока (БДПТ)

Три фазные обмотки статора присоединяются к источнику напряжения через шесть проводящих интервалов в соответствии с информацией, получаемой от датчиков Холла. Момент включения каждого датчика Холла смещен на 30° от соответствующего максимума электромагнитного момента двигателя.

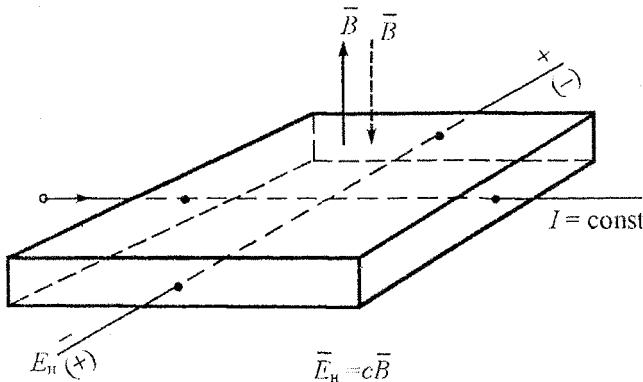


Рис. 10.30. Эффект Холла

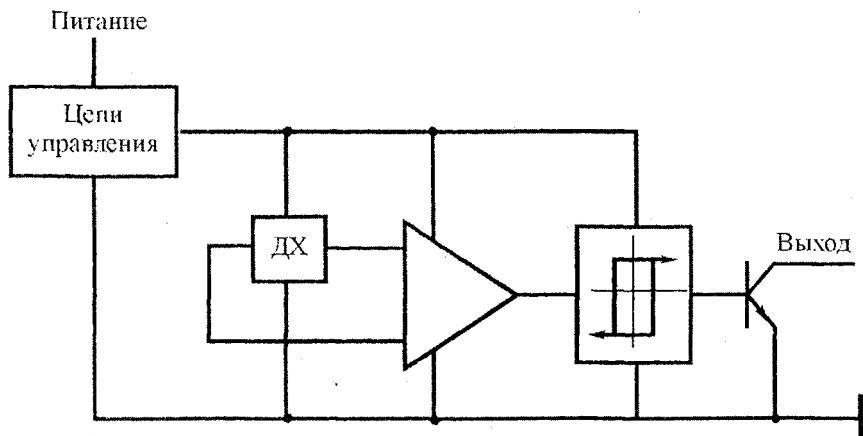


Рис. 10.31. Формирование выходного сигнала датчика Холла

На рис. 10.32 приведены диаграммы сигналов датчиков Холла и подключения выходного напряжения инвертора к фазам статора БДПТ. В соответствии с этой диаграммой в течение интервала в 60 электрических градусов ток от источника постоянного напряжения U_d протекает по двум фазам обмотки статора. Третья фаза отключена от источника. В конце каждого 60-градусного интервала ток переключается от одной из проводящих фаз на фазу, в которой не было тока. В межкоммутационный интервал проводят ток два транзистора инвертора: верхний и нижний (см. рис. 10.29 и рис. 10.32). Протекающие по обмоткам статора токи создают вектор \vec{F} МДС статора. Этот вектор МДС, например \vec{F}_{a-b} , на протяжении изменения электрического угла φ_{st} пово-

рота ротора, равного 60° , неподвижен в пространстве, а затем скачком изменяет свое положение к \bar{F}_{a-c} (рис. 10.33). При этом первоначальное положение вектора \bar{F}_0 МДС ротора соответствует направлению вектора \bar{F}_{ca} . В предположении равномерного вращения ротора вектор \bar{F}_0 переместится за 60° из положения вектора \bar{F}_{ca} в положение вектора \bar{F}_{cb} . Первоначальный угол между векторами МДС статора и ротора был 120° , а через 60° стал 60° . Затем скачок вектора МДС статора от \bar{F}_{ab} к \bar{F}_{ac} восстанавливает первоначальный угол между векторами \bar{F}_{ac} и \bar{F}_0 в 120° . Средний за интервал изменения угол между векторами МДС статора и ротора равен: $\alpha_{cp} = (120^\circ + 60^\circ)/2 = 90^\circ$.

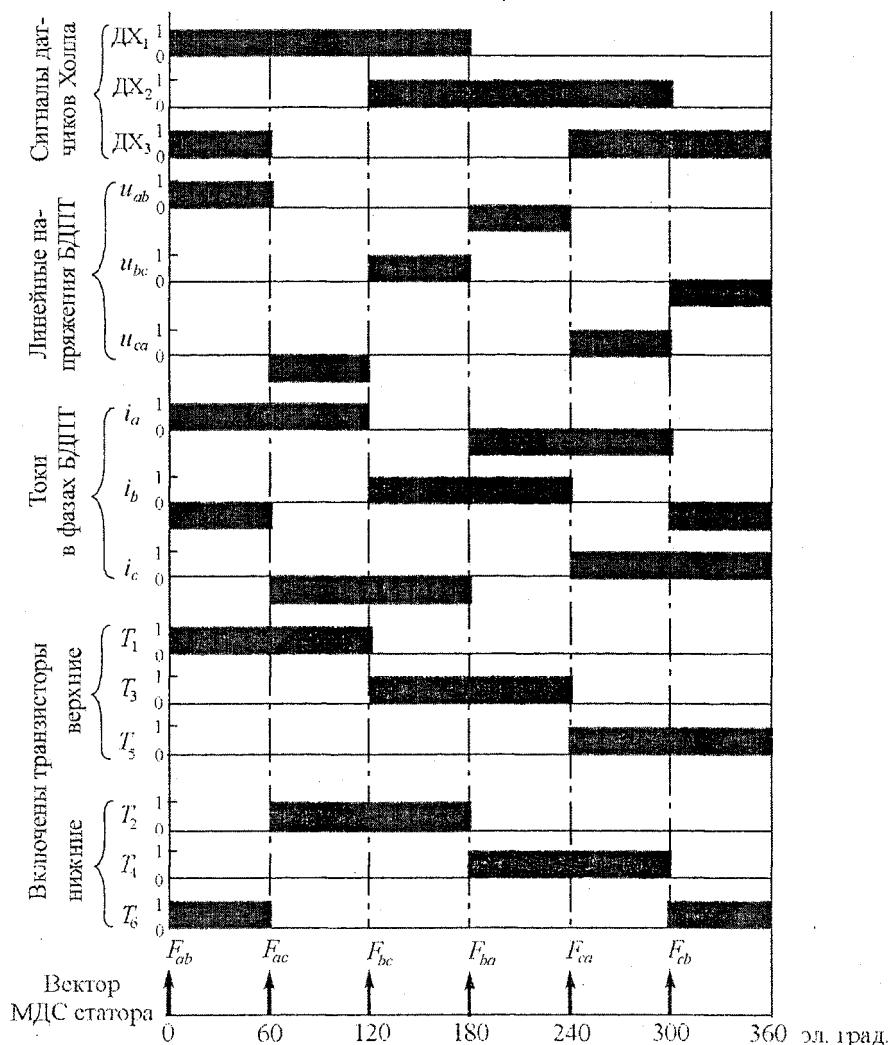


Рис. 10.32. Диаграмма сигналов БДПТ за один период

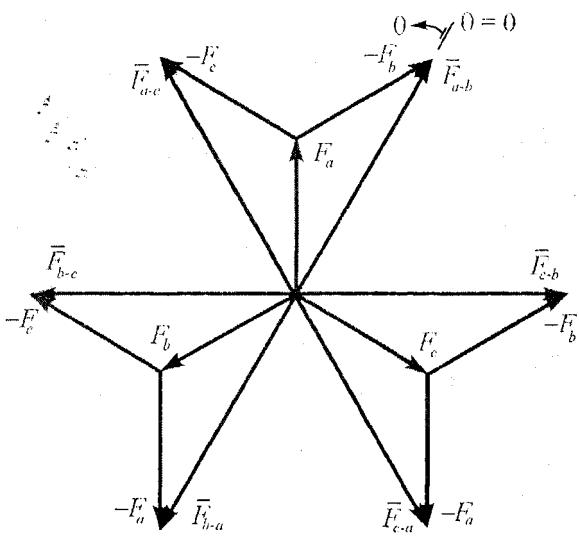


Рис. 10.33. Формирование результирующего вектора МДС статора БДПТ

Поскольку мгновенное значение электромагнитного момента БДПТ определяется векторным произведением МДС статора \bar{F}_1 и МДС ротора \bar{F}_0 :

$$\bar{M} = k_m (\bar{F}_0 \times \bar{F}_1) = k_m |\bar{F}_0| |\bar{F}_1| \sin(\bar{F}_0, \bar{F}_1), \quad (10.284)$$

где k_m – коэффициент пропорциональности, то электромагнитный момент БДПТ

$$M = M_{\max} \sin \left[\omega_{\text{эл}} t - (n-1) \frac{\pi}{3} \right] \quad (10.285)$$

будет пульсировать с шестикратной частотой по отношению к электрической частоте ротора, где

$$n = \left[\frac{3\omega_{\text{эл}} t}{\pi} \right] = \text{целое число},$$

$\omega_{\text{эл}}$ – электрическая скорость ротора,
 t – время.

Уравнение статической механической характеристики БДПТ получим, исходя из следующих соображений. Строго говоря, координатные преобразования уравнений применимы только к электрическим машинам, где выполняются основные требования модели обобщенной электрической машины: си-

нусоидальное распределение МДС обмотки статора и синусоидальное питание распределенных обмоток. Если электрическая машина симметричная и МДС имеет синусоидальное распределение, но питание обмоток статора осуществляется несинусоидальным напряжением (или током), то можно применить координатные преобразования переменных для установившегося динамического режима, когда скорость и электромагнитный момент двигателя колеблются около средних значений. Но следует иметь в виду, что форма, частота и амплитуда колебательных составляющих будут различными для двух- и трехфазных моделей электродвигателя. Двухфазная модель не будет отражать этих особенностей, но главные свойства и характеристики можно выявить из этой модели. Такой подход широко использовался при анализе работы асинхронных двигателей, питающихся от преобразователей частоты с несинусоидальным выходным напряжением в прежние годы и иногда применяется и теперь.

В настоящее время ряд БДПТ создается со сосредоточенными обмотками, когда МДС имеет прямоугольную форму. Обмотки статора таких двигателей питаются напряжением (током) прямоугольной формы (в идеале). Формальные условия для применения координатных преобразований в этом случае отсутствуют. Но поскольку обмотки статора симметричные по форме и пространственному расположению, то можно выделить первую (основную) гармонику МДС, которую и рассматривать в дальнейшем. Аналогично, из симметричных несинусоидальных напряжений можно выделить основную временную гармонику. В результате по первым гармоникам МДС и напряжений (или токов) удовлетворяются основные условия модели обобщенной электрической машины, для которой можно применять координатные преобразования. С помощью координатных преобразований можно получить аналитические выражения, отражающие главные свойства и характеристики данного вида электродвигателя, а затем провести моделирование в натуральных осях его трехфазной модели и проанализировать особенности, вносимые высшими гармониками МДС и напряжений. По этому пути мы и пойдем. Тогда на основе проделанного анализа работы БДПТ, который отражается на рис. 10.29–10.33, можно видеть, что по первым гармоникам работа БДПТ соответствует работе СДПМ при упреждающем угле управления $\theta_{\text{зп}} = -30^\circ$. Следовательно, статическая механическая характеристика БДПТ будет определяться выражением (10.277), где

$$k_1 = \frac{I_{d,k}}{I_{2d}} = \frac{U_{1d}}{R_1} \cdot \frac{L_{12}}{\Psi_m} = \frac{L_{12}U_{1m}}{R_1\Psi_m} \sin(-30^\circ) = -\frac{L_{12}U_{1m}}{2R_1\Psi_m}, \quad (10.286)$$

$$\beta_n = \frac{(p_n\Psi_m)^2}{R_1} \left(1 - \frac{L_{12}U_{1m}}{2R_1\Psi_m} \right) \quad (10.287)$$

Ψ_m – потокосцепление взаимоиндукции, обусловленное действием постоянных магнитов,

U_{1m} – амплитудное значение первой гармоники фазного напряжения АД

$$U_{1m} = \frac{4U_d}{\pi\sqrt{3}} \cos(30^\circ) = \frac{2U_d}{\pi},$$

U_d – напряжение на входе транзисторного инвертора (см. рис. 10.29).

Следовательно, БДПТ имеет нелинейные механические характеристики (10.277) с учетом (10.286) и (10.287), подобные механическим характеристикам СДПМ с упреждающим углом управления $\theta_{\text{эл}} = -30^\circ$ (см. рис. 10.26).

Математическую модель БДПТ с трехфазной обмоткой статора можно записать в натуральных осях $1a, 1b, 1c$ при допущении симметричного выполнения обмотки в виде [79–82]:

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 \\ 0 & R_1 & 0 \\ 0 & 0 & R_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix}, \quad (10.288)$$

где R_1 – активное сопротивление фазы обмотки статора,

i_a, i_b, i_c – токи, протекающие в фазах двигателя,

u_a, u_b, u_c – мгновенные значения фазных напряжений,

Ψ_a, Ψ_b, Ψ_c – потокосцепления фаз двигателя.

Если обозначить через L собственную индуктивность, L_m взаимную индуктивность, Ψ_m – потокосцепление взаимоиндукции постоянных магнитов с обмоткой статора, $\varphi_{\text{эл}}$ – электрический угол поворота ротора относительно статора, то вектор потокосцепления статора можно выразить таким образом:

$$\begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & L_m & L_m \\ L_m & L & L_m \\ L_m & L_m & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Psi_{ma}(\varphi_{\text{эл}}) \\ \Psi_{mb}(\varphi_{\text{эл}}) \\ \Psi_{mc}(\varphi_{\text{эл}}) \end{bmatrix}, \quad (10.289)$$

При соединении обмотки статора в звезду имеем

$$i_a + i_b + i_c = 0, \quad (10.290)$$

что позволяет ток каждой фазы выразить через сумму токов двух других фаз:

$$\left. \begin{array}{l} i_a = -(i_b + i_c), \\ i_b = -(i_a + i_c), \\ i_c = -(i_a + i_b). \end{array} \right\} \quad (10.291)$$

Применив (10.291) в (10.289), получим следующий вид вектора потокосцепления статора:

$$\begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_\sigma & 0 & 0 \\ 0 & L_\sigma & 0 \\ 0 & 0 & L_\sigma \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Psi_{ma}(\phi_{\text{эл}}) \\ \Psi_{mb}(\phi_{\text{эл}}) \\ \Psi_{mc}(\phi_{\text{эл}}) \end{bmatrix}, \quad (10.292)$$

где

$$L_\sigma = L - L_m. \quad (10.293)$$

ЭДС, индукируемая в обмотках статора двигателя, будет определяться производной от (10.292):

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_\sigma & 0 & 0 \\ 0 & L_\sigma & 0 \\ 0 & 0 & L_\sigma \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} - \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{ma}(\phi_{\text{эл}}) \\ \Psi_{mb}(\phi_{\text{эл}}) \\ \Psi_{mc}(\phi_{\text{эл}}) \end{bmatrix}. \quad (10.294)$$

Так как

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{ma}(\phi_{\text{эл}}) \\ \Psi_{mb}(\phi_{\text{эл}}) \\ \Psi_{mc}(\phi_{\text{эл}}) \end{bmatrix} &= \frac{d\phi_{\text{эл}}}{dt} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi_{\text{эл}}} \begin{bmatrix} \Psi_{ma}(\phi_{\text{эл}}) \\ \Psi_{mb}(\phi_{\text{эл}}) \\ \Psi_{mc}(\phi_{\text{эл}}) \end{bmatrix} = \\ &= \omega_{\text{эл}} \frac{\partial}{\partial \phi_{\text{эл}}} \begin{bmatrix} \Psi_{ma}(\phi_{\text{эл}}) \\ \Psi_{mb}(\phi_{\text{эл}}) \\ \Psi_{mc}(\phi_{\text{эл}}) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} e_a(\phi_{\text{эл}}) \\ e_b(\phi_{\text{эл}}) \\ e_c(\phi_{\text{эл}}) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (10.295)$$

где

$$\omega_{\text{эл}} = \frac{d\phi_{\text{эл}}}{dt}, \quad (10.296)$$

$e_a(\phi_{\text{эл}})$, $e_b(\phi_{\text{эл}})$, $e_c(\phi_{\text{эл}})$ – ЭДС вращения фаз a , b , c обмотки статора,

$\omega_{\text{эл}}$ – электрическая угловая скорость ротора,

то уравнение электрического равновесия (10.288) с учетом (10.289)–(10.295) принимает вид:

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_l & 0 & 0 \\ 0 & R_l & 0 \\ 0 & 0 & R_l \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_\sigma & 0 & 0 \\ 0 & L_\sigma & 0 \\ 0 & 0 & L_\sigma \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a(\phi_{\text{эл}}) \\ e_b(\phi_{\text{эл}}) \\ e_c(\phi_{\text{эл}}) \end{bmatrix}. \quad (10.297)$$

Электромагнитный момент БДПТ будет определяться выражением

$$M = \frac{P_{\text{эм}}}{\omega} = \frac{e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c}{\omega}, \quad (10.298)$$

где ω – механическая угловая скорость ротора.

При постоянной угловой скорости ω ротора форма фазной ЭДС e_q будет подобна кривой распределения магнитной индукции $B_\delta(\phi_{\text{эл}})$ в воздушном зазоре, как это следует из зависимости

$$e_q = C_k B_\delta(\phi_{\text{эл}}) \omega = C_q(\phi_{\text{эл}}) \omega, \quad (10.299)$$

где C_k – конструктивная постоянная двигателя,

$$C_q(\phi_{\text{эл}}) = \frac{e_q}{\omega} = C_k B_\delta(\phi_{\text{эл}}), \quad (10.300)$$

q – номер фазы обмотки статора: $q = 1$ – для фазы a , $q = 2$ – для фазы b , $q = 3$ – для фазы c .

В современных БДПТ реальная форма фазных ЭДС близка к трапециoidalной, поэтому функции $C_q(\phi_{\text{эл}})$, как это следует из (10.300), будут иметь такую же форму. Трапециoidalную функцию с амплитудой C_{max} и наклоном α и $(\pi - \alpha)$ электрических градусов в положительном полупериоде можно записать через разложение в ряд Фурье:

$$C_q(\phi_{\text{эл}}) = \frac{4C_{\text{max}}}{\alpha\pi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)\alpha}{(2n-1)^2} \sin(2n-1) \left[\phi_{\text{эл}} - (q-1) \frac{2\pi}{3} \right], \quad (10.301)$$

где

$$C_{\text{max}} = \frac{E_{\text{ном}}}{\omega_{\text{ном}}}, \quad (10.302)$$

$E_{\text{ном}}$ – номинальное значение ЭДС вращения фазы двигателя на плоском участке кривой индукции $B_\delta(\phi_{\text{эл}})$,

$\omega_{\text{ном}}$ – номинальная угловая скорость двигателя.

Подставляя (10.300) с учетом номера фазы в (10.298), получим другое выражение для мгновенного значения электромагнитного момента БДП:

$$M = C_1(\phi_{\text{эл}}) \cdot i_a + C_2(\phi_{\text{эл}}) \cdot i_b + C_3(\phi_{\text{эл}}) i_c. \quad (10.303)$$

К рассмотренным уравнениям следует добавить уравнение движения электропривода

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M - M_c}{J}, \quad (10.304)$$

где M_c – статический момент на валу двигателя,
 J – суммарный момент инерции электропривода.

Уравнения (10.297), (10.299), (10.301), (10.303) и (10.304) составляют математическую модель БДПТ.

10.11. Математические модели, свойства и характеристики переключаемых реактивных двигателей

10.11.1. Общие сведения

Реактивный двигатель – это электродвигатель с явнополюсным ротором без обмотки возбуждения, где вращающий момент обусловлен стремлением ротора занять такое положение, при котором магнитное сопротивление между возбужденной обмоткой статора и ротором принимает минимальное значение. По терминологии математических моделей синхронного двигателя – это синхронный двигатель с разными индуктивностями по продольной L_d и поперечной L_q осям. Чем больше разность $L_d - L_q$, тем большим будет реактивный момент. Синхронный реактивный двигатель обычно имеет распределенную обмотку статора без явно выраженных полюсов.

Переключаемый реактивный двигатель (ПРД) является частным случаем синхронного реактивного двигателя (СРД) с явно выраженным полюсами статора, на которые надеты катушки возбуждения, подобные катушкам полюсов электрических машин постоянного тока. При этом число полюсов ротора, т. е. зубцов, не равно числу явно выступающих полюсов статора (рис. 10.34). Распределение магнитной индукции в ПРД и СРД различное.

Следует заметить, что термин «переключаемый реактивный двигатель» (по-английски: switched reluctance motor –SRM) впервые был использован Насаром С. А. в 1969 г. [84]. В настоящее время в зарубежной литературе встречаются названия: бесконтактный реактивный двигатель, электроникоммутируемый реактивный

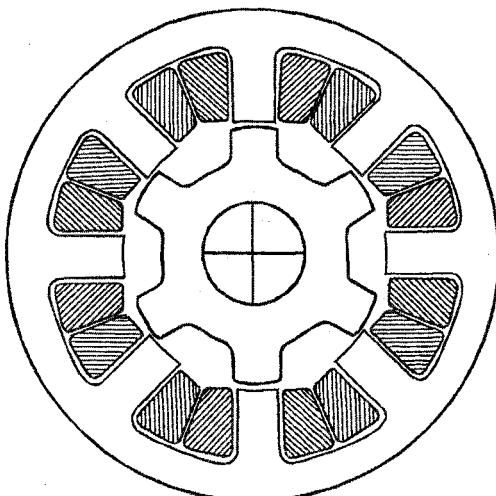


Рис. 10.34. Переключаемый реактивный двигатель с 8 полюсами статора и 6 полюсами ротора

двигатель. В русско-язычной литературе переключаемый реактивный двигатель называют вентильно-индукторной машиной (ВИМ). Из-за многозначности термина «вентильный» может возникнуть двусмысличество в понимании вида электродвигателя. Поэтому, на наш взгляд, удобнее использовать русский вариант английского названия: переключаемый реактивный двигатель с аббревиатурой ПРД. По принципу действия ПРД соответствует силовому реактивному шаговому двигателю, однако, по конструкции, методам управления и характеристикам эти двигатели отличаются. Главное отличие состоит в том, что ПРД конструируются для электромеханического преобразования энергии в диапазоне мощностей от несколько кВт до несколько сотен кВт (по имеющимся сведениям – до 300 кВт), а шаговые двигатели предназначены для отработки заданного числа шагов, в основном, без обратной связи по положению ротора. Для коммутации тока в соответствующих фазах ПРД используется обратная связь по положению ротора, выполненная в виде соответствующих датчиков или с помощью вычислений на основе моделей и электрических датчиков напряжения и тока.

По данным [84] впервые ПРД был построен Давидсоном в Шотландии в 1838 году для привода локомотива на железной дороге Глазго – Эдинбург. Индукторный шаговый двигатель, запатентованный С. Л. Уокером в Абердине, имел многие черты,ственные современным шаговым двигателям и, следовательно, ПРД. В конце 1960-х годов появился шаговый двигатель с электронным управлением, способствовавший развитию электроприводов с электронным управлением и разработкам бесконтактных двигателей постоянного тока. На одном из этапов этих разработок вырисовались основные черты и особенности переключаемых реактивных двигателей как реальных конкурентов по простоте и надежности регулируемому электроприводу с асинхронными короткозамкнутыми двигателями и бесконтактными двигателями постоянного тока.

Простота конструкций, надежность, технологичность в изготовлении, ремонтопригодность позволили применять ПРД в агрессивных и взрывоопасных средах. В настоящее время область применения этих двигателей значительно расширяется, включая шахтные установки, электромобили, электровозы, высокоскоростные шпинделы и т. п. Мощность изготовленных ПРД находится в пределах 2–300 кВт при частоте вращения 500÷100000 об/мин. [84].

10.11.2. Основные черты конструкций переключаемых реактивных двигателей

Число полюсов статора Z_c , на которые надевают катушки возбуждения (см. рис. 10.34), определяется выражением

$$Z_c = 2mg \quad (10.305)$$

где m – число фаз обмоток статора,

q – число катушек на полюс и фазу.

Число зубцов (полюсов) ротора симметричного ПРД обычно на $2q$ больше или меньше, т. е.

$$Z_p = Z_c \pm 2q. \quad (10.306)$$

Преобладают ПРД с меньшим числом зубцов ротора.

Основными показателями конструкции ПРД являются [84]:

– шаг

$$\Theta_{ш} = \frac{2\pi}{mZ_p}, \quad (10.307)$$

– полюсная дуга статора (ширина зубца)

$$\beta_c = \frac{\pi}{Z_c}, \quad (10.308)$$

– полюсная дуга ротора (ширина зубца)

$$\beta_p \approx \beta_c, \quad (10.309)$$

– абсолютная зона момента

$$\Theta_a = \frac{\pi}{Z_p}, \quad (10.310)$$

– эффективная зона момента

$$\Theta_e \approx \beta_c, \quad (10.311)$$

– относительная зона перекрытия

$$\rho_A = \frac{\Theta_a}{\Theta_{ш}} = \frac{m}{2}, \quad (10.312)$$

– относительная эффективная зона перекрытия

$$\rho_E = \frac{\Theta_e}{\Theta_{ш}} = \frac{m}{2} \cdot \frac{Z_p}{Z_c}. \quad (10.313)$$

Величины ρ_A и ρ_E должны быть больше или равны 1, причем $\rho_A < \rho_E$. Необходимость иметь $\rho_E \geq 1$ вытекает из требования иметь пусковой момент двигателя во всех положениях ротора при работе только одной фазы и отсутствия провалов в кривой момента.

С повышением числа шагов ротора за один оборот

$$N_{\text{ш}} = \frac{2\pi}{\Theta_{\text{ш}}} = m Z_p \quad (10.314)$$

увеличивается равномерность вращения. Этого можно достичь увеличением Z_p или m . Увеличение Z_p имеет свои ограничения, так как с возрастанием числа зубцов ротора уменьшается разность $\Delta L = L_d - L_q$, которая определяет величину электромагнитного момента ПРД. Поэтому стремятся взять большее число фаз, при этом появляются положительные свойства двигателя. В частности, 4-х и 5-и фазные ПРД позволяют работать одновременно двум фазам, что способствует формированию постоянного значения врачающего момента. Мы приводим не в полном объеме классификационную таблицу ПРД, взятую из [84].

Классификационная таблица ПРД

m	q	Z_c	Z_p	$\Theta_{\text{ш}}$	$N_{\text{ш}}$
—	—	—	—	эл. град.	шаг/об.
1	1	2	2	180	2
2	1	4	2	90	4
3	1	6	4	30	12
3	1	6	8	15	24
3	2	12	8	15	24
3	3	18	12	10	36
4	1	8	6	15	24
4	2	16	12	7,5	48
5	1	10	8	9	40
6	2	24	20	3	120
7	1	14	12	4,29	84

На рис. 10.35 *a* – 10.35 *г* приведены примеры геометрии наиболее распространенных ПРД. При $m = 2$ отсутствует пусковой момент, как это следует из (10.313). Чтобы его создать, конструкция ротора делается с переменным воздушным зазором, как это показано на рис. 10.35 *а*.

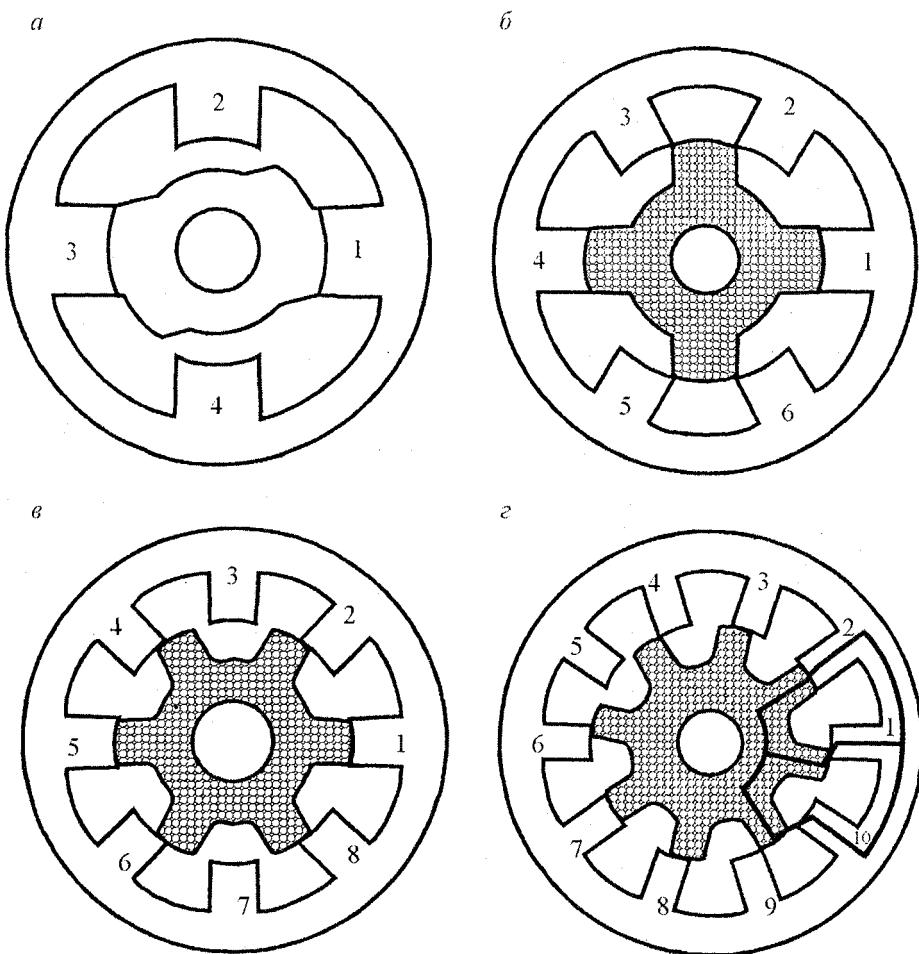


Рис. 10.35: *а* – двухфазный 4/2 ПРД с переменным воздушным зазором; *б* – трехфазный 6/4 ПРД; *в* – четырехфазный 8/6 ПРД; *г* – пятифазный 10/8 ПРД

10.11.3. Формирование электромагнитного момента ПРД

Электромагнитный момент, действующий на ротор двигателя, всегда стремится расположить зубец ротора вдоль продольной оси *d* магнитного поля, создаваемого возбужденной фазой (рис. 10.36). Момент всегда направлен в сторону оси *d* ближайшей фазы. Поэтому двигательный момент может возникнуть только тогда, если ось зубца ротора находится между осями *d* и *q* и

движение происходит в положительном направлении, т. е. когда индуктивность возбужденной фазы возрастает. При симметричном двигателе каждая фаза развивает однонаправленный момент только на половине полюсного деления ротора

$$\tau_p = \frac{\pi}{Z_p} \cdot \quad (10.315)$$

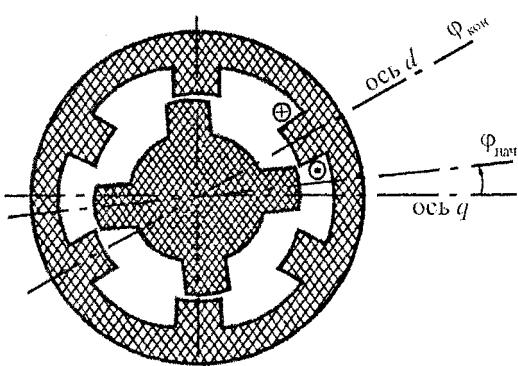


Рис. 10.36. Положение ротора ПРД между осями d и q

Следовательно, необходимо, как минимум, две фазы, чтобы ротор смог развивать однонаправленный момент во всех своих положениях. Если при перемещении ротора индуктивность возбужденной фазы уменьшается, двигатель работает в генераторном режиме (рис. 10.37). Величина электромагнитного момента реактивного двигателя определяется изменением магнитной коэнергии W при повороте ротора [60].

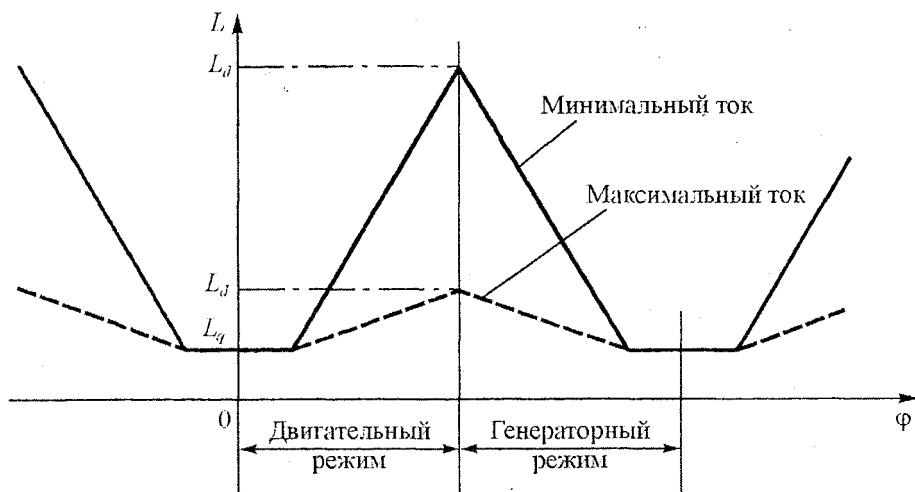


Рис. 10.37. Изменение идеализированной индуктивности фазы как функции угла поворота ротора

Если взять одиночный контур, по которому протекает ток i , то энергия магнитного поля определяется выражением

$$W = \int_0^{\Psi} i d\Psi, \quad (10.316)$$

а коэнергия (рис. 10.38)

$$W' = \int_0^i \Psi di, \quad (10.317)$$

где Ψ – потокосцепление контура.

В ПРД потокосцепление является функцией тока i , протекающего в фазе статора, и угла положения ротора ϕ . Характеристики $\Psi(i, \phi)$ выражаются семейством кривых, показанных на рис. 10.39, где угол $\phi_{\text{нап}}$ соответствует начальному положению оси зубца ротора по отношению к поперечной оси q , а угол $\phi_{\text{кон}}$ – согласованному положению осей зубца статора и зубца ротора (см. рис. 10.36). В соответствии со сказанным можно вычислить коэнергию ПРД

$$W(\phi, i) = \int_0^i \Psi(\phi, i) di \Big|_{\phi=\text{const}} \quad (10.318)$$

и мгновенный электромагнитный момент

$$M(i) = \frac{\partial W(\phi, i)}{\partial \phi} \Big|_{i=\text{const}}. \quad (10.319)$$

Для ненасыщенной магнитной системы выражение (10.319) можно преобразовать к виду

$$M(i) = \frac{Z'_p}{2} i^2 \frac{\partial L(\phi)}{\partial \phi} \Big|_{i=\text{const}}, \quad (10.320)$$

где Z'_p – число полюсов ротора, участвующих в создании электромагнитного момента на протяжении шага.

Чтобы ПРД развивал максимальный момент, необходимо подключать к источнику напряжения соответствующую фазу статора в нужный момент времени, т. е. при определенном угловом положении ротора по отношению к по-

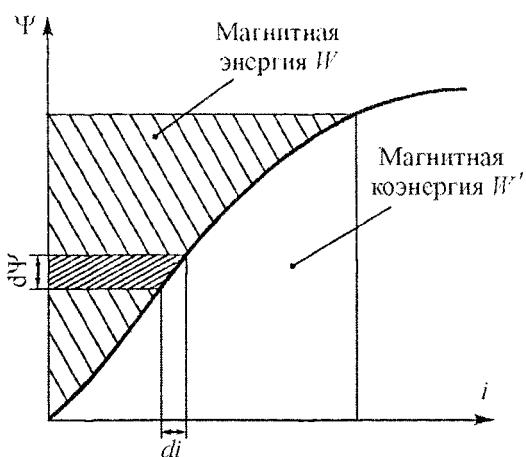


Рис. 10.38. К определению магнитной коэнергии

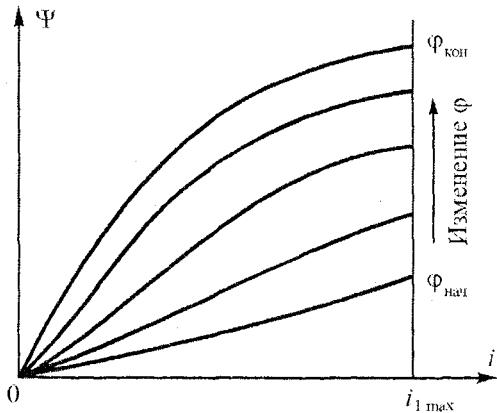


Рис. 10.39. Характеристики потокосцепления ПРД

пересечной оси q . При этом ко времени согласованного положения осей зубца ротора и полюса статора следует иметь ток в фазе статора близким к нулю (рис. 10.40). Если пренебречь падением напряжения на активном сопротивлении обмотки, то в конце действия положительного импульса напряжения U , т. е. в конце угла проводимости

$$\lambda = \Phi_1 - \Phi_{\text{нач}}$$

максимальное потокосцепление фазы можно записать в виде

$$\Psi_{\max} = \int_0^t U dt = \frac{U}{\omega} \int_0^\lambda d\phi = \frac{U\lambda}{\omega}, \quad (10.321)$$

где ω – механическая угловая скорость ротора.

При $\Phi_{\text{нач}} = 0$, т. е. при нулевом угле опережения управления, максимальное значение угла проводимости

$$\lambda_{\max} = \pi / Z_p. \quad (10.322)$$

На основании (10.321) и (10.322) получаем выражение для основной скорости ПРД

$$\omega_0 = \frac{\pi U}{Z_p} \cdot \frac{1}{\Psi_{\max}}. \quad (10.323)$$

Величина импульса напряжения U и максимального потокосцепления Ψ_{\max} зависит от конструкции двигателя и уровня насыщения магнитной цепи. Для получения скорости ω выше основной ω_0 необходимо уменьшить Ψ_{\max} , т. е. ослабить магнитный поток. Это можно сделать с помощью начального угла управления $\phi_{\text{нач}} > 0$, тогда $\lambda < \lambda_{\max}$ и $\Psi(\lambda) < \Psi_{\max}$. При отключении тока в одной фазе почти сразу включается ток во второй, что снижает пульсации электромагнитного момента ПРД. В течение каждого цикла изменения тока в обмотках фазы статора магнитная энергия поступает в фазу, частично преобразуется в механическую и оставшаяся часть возвращается в источник постоянного тока. За один оборот ротора происходит mZ_p шагов, соответствующих такому же числу циклов преобразования энергии. Источник питания переключаемого реактивного двигателя должен обеспечивать такой обмен энергией.

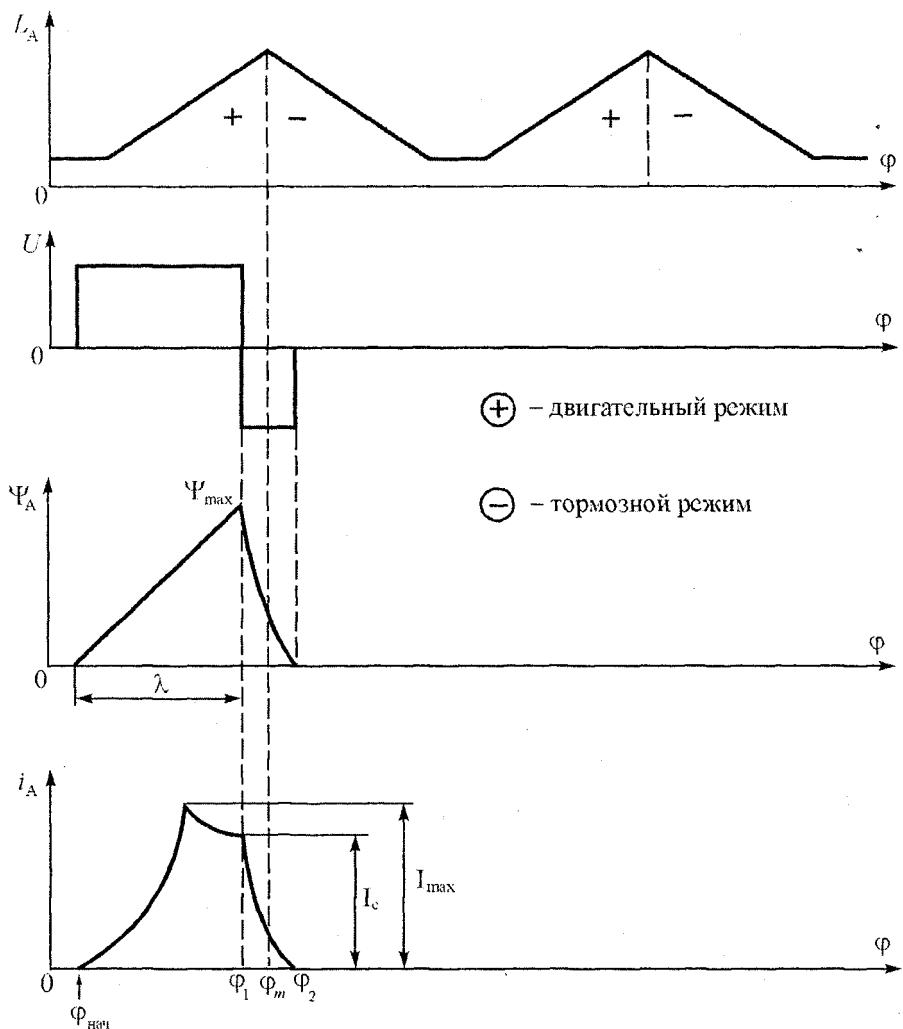


Рис. 10.40. Индуктивность, напряжение, потокосцепление и ток фазы А при $\varphi_{\text{наг}} > 0$

При прямоугольном импульсе напряжения кривая тока в фазе статора определяется параметрами двигателя. В общем случае мгновенный электромагнитный момент двигателя имеет пульсации. В современных ПРД применяют формирование кривой тока по определенному закону, при котором обеспечивается постоянное значение мгновенного электромагнитного момента или минимальные его пульсации. Наиболее часто кривую тока формируют в виде

синусоиды. Рассмотрим формирование электромагнитного момента для ненасыщенных часто применяемых двух видов ПРД: 6/4 и 8/6 ПРД.

На рис. 10.41 показаны в развертке положения ротора 6/4 ПРД через один шаг $\theta_m = 30^\circ$ за пол оборота, а на рис. 10.42 – изменение фазных индуктивностей L_A, L_B, L_C и переключающих функций Π_A, Π_B, Π_C за один оборот ротора. Выделенные участки кривых со знаком плюс фазных индуктивностей соответствуют двигательному режиму ПРД. Переключающие функции определяют фазу статора и длительность формирования кривой тока. При ненасыщенной магнитной системе фазные индуктивности в идеале можно записать в виде прямой

$$L_A = L_q + \frac{L_d - L_q}{\varphi_m} \cdot \varphi = L_q + \frac{\Delta L}{\varphi_m} \varphi, \quad (10.324)$$

где $\Delta L = L_d - L_q$.

Подставляя (10.324) в (10.320), получаем выражение мгновенного электромагнитного момента для 6/4 ПРД:

$$M = \frac{2i^2}{2} \cdot \frac{\Delta L}{\varphi_m} = i^2 \frac{\Delta L}{\theta_m}. \quad (10.325)$$

Если в пределах действия переключающих функций рис. 10.42:

$$0 \leq \varphi \leq \theta_m = \frac{\pi}{6}$$

ток в фазе статора изменяется по закону

$$i = I_m \sin(6\omega t) = I_m \sin(6\varphi) = I_m \sin \varphi_{\text{эл}}, \quad (10.326)$$

то электромагнитный момент 6/4 ПРД в соответствии с (10.325) принимает вид

$$M = \frac{I_m^2 \Delta L \cdot 6}{\pi} \sin^2 \varphi_{\text{эл}} = \frac{6I^2 \Delta L}{\pi} (1 - \cos 2\varphi_{\text{эл}}), \quad (10.327)$$

где I_m, I – соответственно амплитудное и действующее значения синусоидального тока,

$\varphi_{\text{эл}}$ – электрический угол, определяемый как (см. рис. 10.42)

$$\varphi_{\text{эл}} = 6\varphi, \quad (10.328)$$

φ – механический угол поворота ротора.

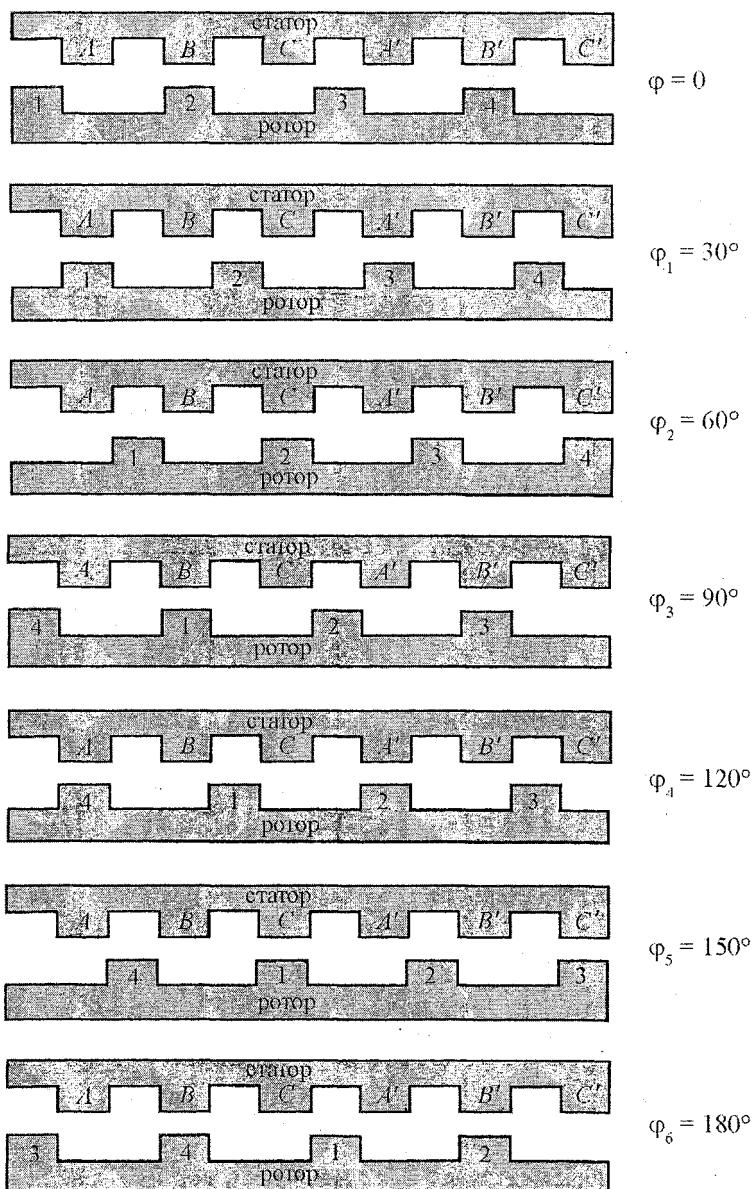


Рис. 10.41. Положение ротора 6/4 ПРД за полоборота
(в развертке)

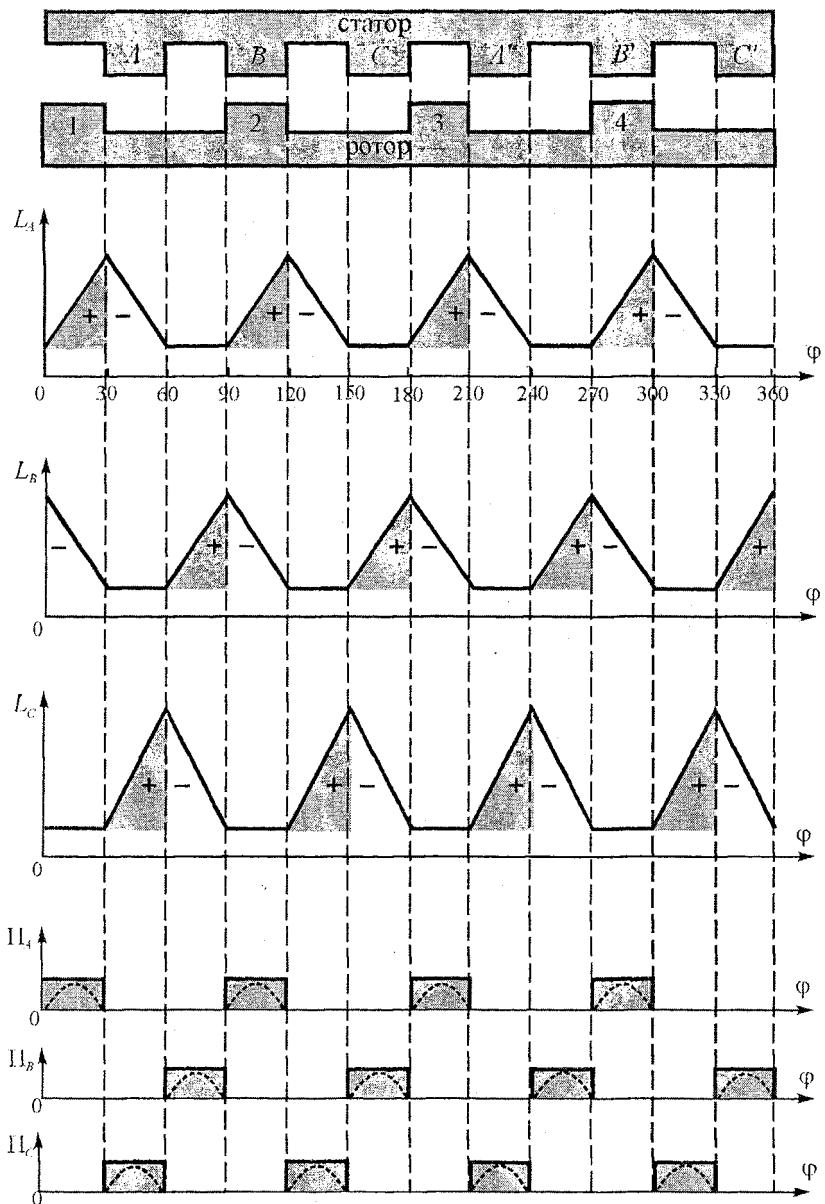


Рис. 10.42. Изменение фазных индуктивностей ненасыщенного 6/4 ПРД за один оборот ротора:

II_A, II_B, II_C – переключающие функции

На основании (10.327) можно найти максимальный

$$M_{\max} = \frac{12I^2 \Delta L}{\pi}, \quad (10.329)$$

минимальный

$$M_{\min} = 0$$

и средний

$$M_{\text{ср}} = \frac{M_{\max}}{2} = \frac{6I^2 \Delta L}{\pi} \quad (10.330)$$

электромагнитные моменты 6/4 ПРД. Определим теперь средний момент этого двигателя, исходя из преобразований магнитной энергии на каждом шаге при отсутствии насыщения магнитной системы (рис. 10.43). Энергия, преобразуемая в механическую, будет определяться изменением коэнергии

$$W_{\text{мк}} = \frac{1}{2} \Psi_m I_m - \frac{1}{2} \Psi_q I_m = \frac{I_m^2}{2} (L_m - L_q) = I^2 \Delta L, \quad (10.331)$$

где

$$\Delta L = L_m - L_q, \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

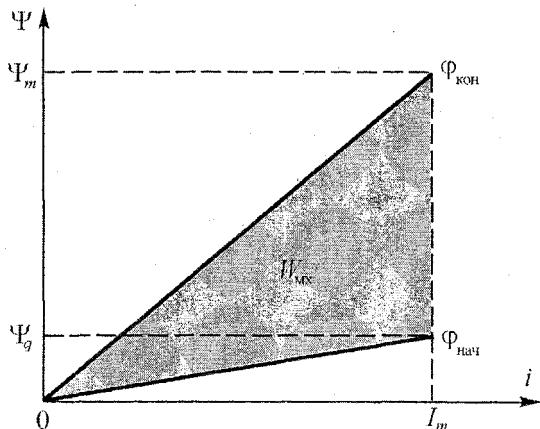


Рис. 10.43. Изменение потокосцепления и коэнергии на одном шаге ненасыщенного ПРД

Суммарная механическая энергия за один оборот ротора

$$W_{\Sigma} = mZ_p W_{\text{мк}} = 3 \cdot 4 \cdot I^2 \Delta L = 12I^2 \Delta L. \quad (10.332)$$

Средний электромагнитный момент ПРД

$$M_{cp} = \frac{W_{\Sigma}}{2\pi} = \frac{12I^2\Delta L}{2\pi} = \frac{6I^2\Delta L}{\pi},$$

что соответствует выражению (10.330). Для 8/6 ПРД изменение фазных индуктивностей и переключающих функций приведено на рис. 10.44. Как видно из рис. 10.44, в четырехфазном ПРД в двигательном режиме могут проводить ток две фазы на каждом шаге $\theta_w = 15^\circ$. Введем функции прямоугольного синуса

$$r_{\sin} = \frac{\sin \varphi_{\text{эл}}}{|\sin \varphi_{\text{эл}}|}, \quad (10.333)$$

и прямоугольного косинуса

$$r_{\cos} = \frac{\cos \varphi_{\text{эл}}}{|\cos \varphi_{\text{эл}}|}, \quad (10.334)$$

тогда переключающие функции приобретают аналитические выражения

$$\begin{aligned} \Pi_A &= \frac{1 - r_{\sin}}{2}; & \Pi_B &= \frac{1 - r_{\cos}}{2}; \\ \Pi_C &= \frac{1 + r_{\sin}}{2}; & \Pi_D &= \frac{1 + r_{\cos}}{2}, \end{aligned} \quad (10.335)$$

где

$$\varphi_{\text{эл}} = 6\varphi.$$

В любой момент времени в каждой фазе 8/6 ПРД будут формироваться синусоидальные токи:

$$\left. \begin{aligned} i_A &= \Pi_A (-I_m \sin \varphi_{\text{эл}}), \\ i_B &= \Pi_B (-I_m \cos \varphi_{\text{эл}}), \\ i_C &= \Pi_C I_m \sin \varphi_{\text{эл}}, \\ i_D &= \Pi_D I_m \cos \varphi_{\text{эл}}, \end{aligned} \right\} \quad (10.336)$$

где I_m – амплитуда тока в фазе.

Как следует из рис. 10.44, на протяжении каждого шага $\theta_w = 15^\circ$ в формировании электромагнитного момента двигателя последовательно участвуют токи фаз:

$$i_C + i_D, \quad i_C + i_B,$$

$$i_A + i_B \quad \text{и} \quad i_A + i_D.$$

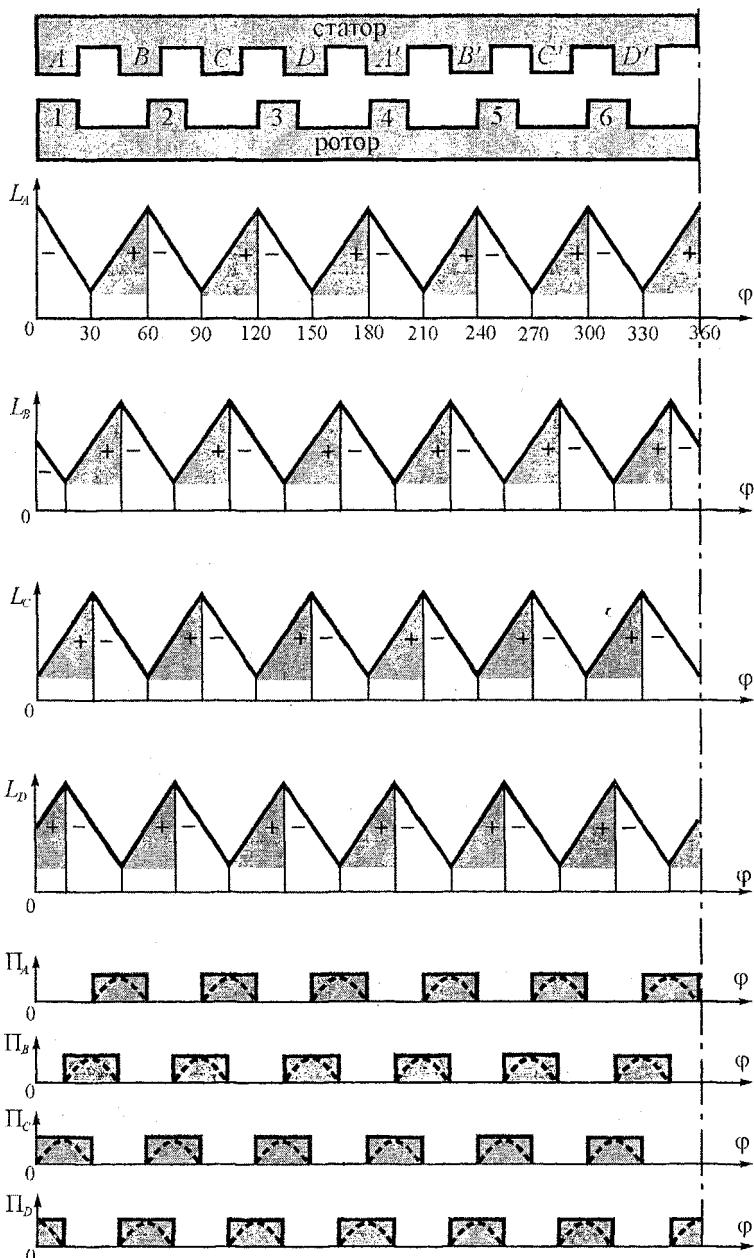


Рис. 10.44. Изменение фазных индуктивностей 8/6 ПРД за один оборот ротора:

Π_A , Π_B , Π_C , Π_D – переключающие функции

Исходя из (10.325) и рис. 10.44, можно видеть, что на протяжении шага электромагнитный момент 8/6 ПРД будет определяться токами:

$$M = \frac{2(i_C^2 + i_D^2)}{2} \cdot \frac{6\Delta L}{\pi} = (i_C^2 + i_D^2) \frac{6\Delta L}{\pi}, \quad (10.337)$$

что с учетом (10.336) дает значение

$$M = \frac{6\Delta L \cdot I_m^2}{\pi} = \frac{12\Delta L I^2}{\pi}, \quad (10.338)$$

т. е. в этом случае 8/6 ПРД имеет постоянное значение мгновенного электромагнитного момента.

Эту же величину момента можно найти из выражения

$$M_{cp} = \frac{W_{\Sigma}}{2\pi} = \frac{mZ_p W_{mx}}{2\pi} = \frac{4 \cdot 6 \cdot W_{mx}}{2\pi} = \frac{12W_{mx}}{\pi} = \frac{12\Delta L I^2}{\pi},$$

где W_{mx} определяется (10.331). Необходимо заметить, что электромагнитный момент ПРД пропорционален квадрату тока, поэтому его механические свойства подобны свойствам двигателя постоянного тока последовательного возбуждения, хотя ПРД не имеет установившегося режима работы.

Отмеченные свойства ПРД были получены для ненасыщенного двигателя. Однако при этом, как видно из рис. 10.43, меньше половины потребляемой от источника энергии преобразуется в механическую энергию. Для повышения коэффициента преобразования энергии

$$k_3 = \frac{W_{mx}}{W_{mx} + W} \quad (10.339)$$

магнитную систему ПРД насыщают. При этом магнитная энергия W , которая возвращается в источник питания, уменьшается, что и способствует увеличению k_3 . В насыщенных двигателях коэффициент преобразования энергии достигает значений 0,65÷0,67. С целью получения больших значений W_{mx} по сравнению с линейной магнитной цепью уменьшают воздушный зазор двигателя, что позволяет получить соответствующее насыщение магнитной цепи при том же значении токов для большинства положений ротора. Но при насыщенной магнитной цепи снижаются максимальные значения индуктивности и потокосцепления фазы, при этом возрастает скорость ω_0 (рис. 10.45). Увеличение коэффициента преобразования энергии может быть получено за счет предварительного намагничивания ПРД, которое осуществляется с помощью отдельной обмотки диаметрального шага, соединенной последовательно со всеми фазами, или с помощью постоянных магнитов. Работу ПРД при наличии дополнительной обмотки с диаметральным шагом можно пояснить с по-

мощью рис. 10.46, где приведены кривые потокосцепления, соответствующие начальному $\phi_{\text{нч}}$ и конечному $\phi_{\text{кон}}$ углам положения зубца ротора. МДС дополнительной обмотки приводится к току фазы по формуле

$$i'_n = \frac{i_n w_n}{w_1},$$

где i_n, w_n — ток и число витков дополнительной обмотки подмагничивания, w_1 — число витков фазы статора.

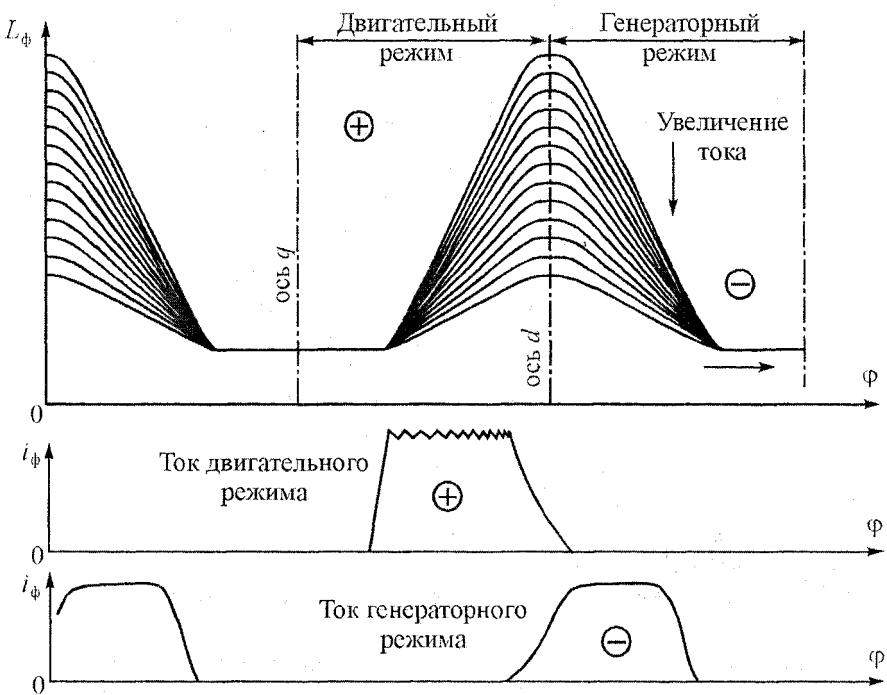


Рис. 10.45. Индуктивность L_ϕ и ток i_ϕ фазы в функции положения ротора для насыщенного ПРД

Из-за действия дополнительной обмотки подмагничивания энергетический цикл ПРД смещается вправо (см. рис. 10.46). Это приводит к тому, что механическая энергия увеличивается на величину, определяемую разностью площадей $ABB'A' - AEFA'$, а магнитная энергия, возвращаемая источнику при размагничивании фазы, уменьшается на величину, определяемую площадью $OCD'D$. Такие изменения в цикле намагничивания и размагничивания фазы

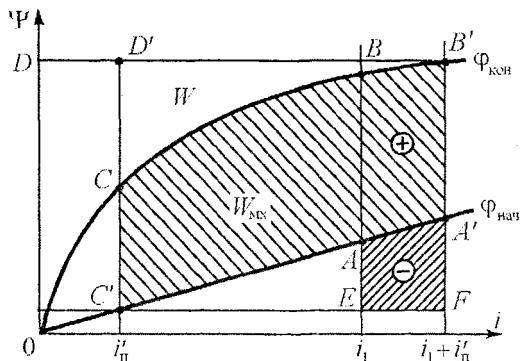


Рис. 10.46. Характеристики потокосцепления ПРД при дополнительном подмагничивании
дополнительных потерь и усложнения силового преобразователя, что, в свою очередь, понижает надежность электропривода на основе ПРД.

заметно увеличивают коэффициент преобразования энергии, от 0,64 до 0,74, как указывается в [1]. Конечно, это увеличение k_s происходит за счет возрастаания потерь в дополнительной обмотке подмагничивания. Следует еще отметить, что дополнительная обмотка подмагничивания способствует также более быстрому затуханию тока в выключаемой фазе. Однако следует иметь в виду, что эти приобретаемые положительные свойства ПРД получаются за счет

10.11.4. Силовой преобразователь для переключаемого реактивного двигателя

Силовой преобразователь ПРД состоит из двух основных частей:

- силовых полупроводниковых приборов, с помощью которых из напряжения источника постоянного тока формируется расчетная кривая тока в фазе статора,
- электрической цепи, куда поступает магнитная энергия после отключения возбужденной фазы двигателя.

Структура силовой цепи преобразователя зависит от вида ПРД и желаемых характеристик. Многие управляемые полупроводниковые приборы могут быть использованы при построении силового преобразователя ПРД. Чаще всего в качестве силовых ключей применяют транзисторы. Направление вращения реактивного двигателя не зависит от направления тока в обмотке возбуждаемой фазы, а полностью определяется взаимным положением полюсов статора и зубцов ротора. Поэтому ток возбуждения обмоток статора может быть однополярным. Это значительно упрощает силовой преобразователь и систему управления. На рис. 10.47 показана схема силового преобразователя одной фазы, которая включает транзисторы VT_1 , VT_2 , диоды VD_1 , VD_2 , конденсатор C и датчик тока ДТ, применяемый для формирования желаемой кривой тока. Работа транзисторов VT_1 , VT_2 определяет рабочую точку на кривой (i, Ψ) рис. 10.48 от 0 до C вдоль стрелки. В точке C происходит коммутация тока в фазе, т. е. напряжение источника U реверсируется и ток фазы протекает

через диоды $VD1$, $VD2$ в отрицательном направлении по отношению к источнику U постоянного тока. Магнитная энергия W при уменьшении тока возвращается источнику питания. В точке 0 ток i и потокосцепление Ψ достигают нулевого значения и фаза не имеет накопленной энергии. Энергия $W_{\text{мк}}$ преобразуется в механическую работу. Можно видеть, что при работе диодов часть магнитной энергии преобразуется в механическую работу, увеличивая коэффициент преобразования энергии.

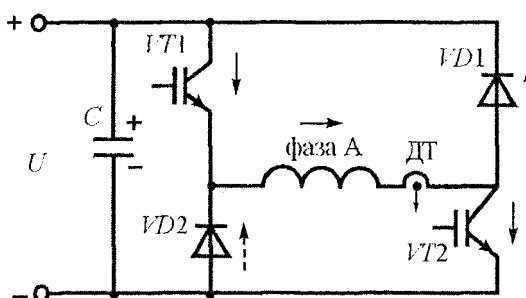


Рис. 10.47. Силовой преобразователь одной фазы ПРД

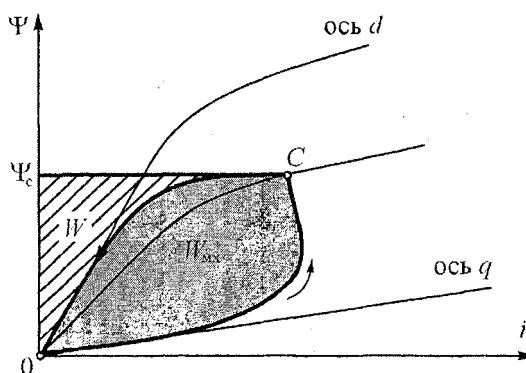


Рис. 10.48. Преобразование энергии в насыщенном ПРД

10.11.5. Математическая модель переключаемого реактивного двигателя

Сначала рассмотрим математическую модель ненасыщенного двигателя, когда индуктивность фазы является только функцией угла поворота ротора φ , т. е. $L(\varphi)$. Полагаем, что источник питания постоянного тока имеет внутрен-

нюю ЭДС E_0 и внутреннее сопротивление R_0 . Тогда на основании рис. 10.47 составляем эквивалентную схему одной фазы ненасыщенного ПРД (рис. 10.49), для которой можно записать исходные уравнения:

$$\left. \begin{aligned} E_0 - i_0 R_0 &= u_c; \quad i_0 = i + C \frac{du_c}{dt}, \\ u_c &= iR + \omega L(\varphi) \frac{di}{d\varphi} + \omega i \frac{\partial L(\varphi)}{\partial \varphi}, \\ M &= \frac{Z'_p i^2}{2} \cdot \frac{\partial L(\varphi)}{\partial \varphi}, \\ M - M_c &= J \frac{d\omega}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (10.340)$$

где ω , φ – механические угловая скорость и угол поворота ротора,

R – активное сопротивление фазы,

Z'_p – число зубцов ротора, участвующих в создании момента на протяжении шага,

J – момент инерции электропривода, приведенный к валу двигателя,

M_c – статический момент на валу двигателя,

C – емкость конденсаторов фильтра источника питания.

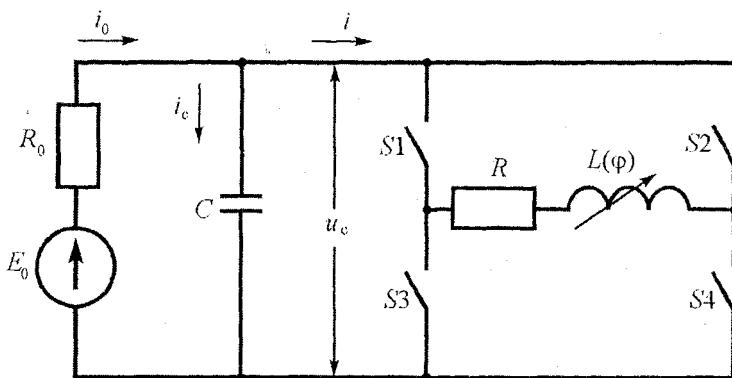


Рис. 10.49. Эквивалентная схема одной фазы ненасыщенного ПРД

Для имитационного моделирования математическую модель (10.340) представляем в форме Коши:

$$\left. \begin{aligned} \frac{du_c}{d\varphi} &= \frac{1}{\omega C} \left(\frac{E_0 - u_c}{R_0} - i \right), \\ \frac{di}{d\varphi} &= \frac{1}{L(\varphi)} \left[\frac{u_c}{\omega} - i \left(\frac{R}{\omega} + \frac{\partial L(\varphi)}{\partial \varphi} \right) \right], \\ \frac{d\omega}{d\varphi} &= \frac{1}{J\omega} \left[\frac{Z'_p i^2}{2} \cdot \frac{\partial L(\varphi)}{\partial \varphi} - M_c \right]. \end{aligned} \right\} \quad (10.341)$$

Имитационная модель (10.341) позволяет с помощью компьютерного эксперимента рассчитать мгновенные значения тока i , электромагнитного момента M , скорости ω и напряжения u_c для различных нагрузок и условий работы конкретного ПРД.

При учете насыщения магнитной системы двигателя электромагнитный момент следует рассчитывать по (10.319). Для этого с помощью кривых потокосцепления $\Psi(i, \varphi)$ (рис. 10.50) рассчитывают кривые коэнергии (рис. 10.51), а затем, используя (10.319), методом численного интегрирования определяют электромагнитный момент $M(i, \varphi)$ как функцию тока i в обмотке статора при определенном угловом положении φ ротора (рис. 10.52). На рис. 10.53 показаны кривые электромагнитного момента ПРД как функции угла поворота φ ротора при постоянных значениях тока в обмотке фазы [85]. Здесь показано сравнение расчетных и экспериментальных кривых.

Для насыщенного ПРД уравнение электрического равновесия имеет вид

$$u(t) = \omega \frac{d\Psi(t)}{d\varphi} + R \cdot i(t), \quad (10.342)$$

где $u(t)$, $\Psi(t)$, $i(t)$ – мгновенные значения напряжения питания, потокосцепления и тока в фазовой обмотке двигателя.

Так как входными величинами для численного решения уравнения (10.342) являются кривые $\Psi(i, \varphi)$ и $M(i, \varphi)$, то оно представляется в другом виде [85]:

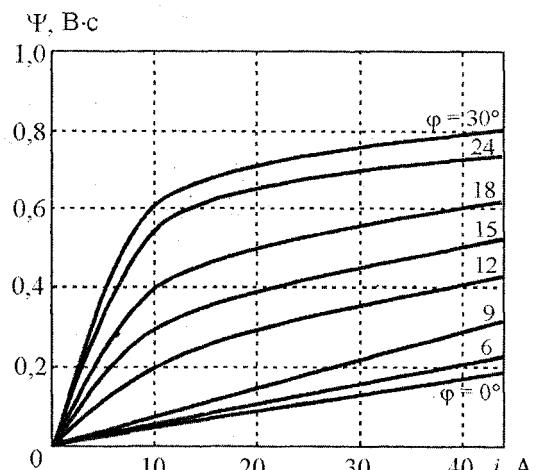


Рис. 10.50. Кривые потокосцепления ПРД

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Psi(i, \varphi)}{d\varphi} &= \frac{U}{\omega} - \frac{R}{\omega} i(\varphi, \Psi), \\ \omega &= \frac{d\varphi}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (10.343)$$

где кривые $i(\varphi, \Psi)$ получаются из пересчета кривых $\Psi(i, \varphi)$.

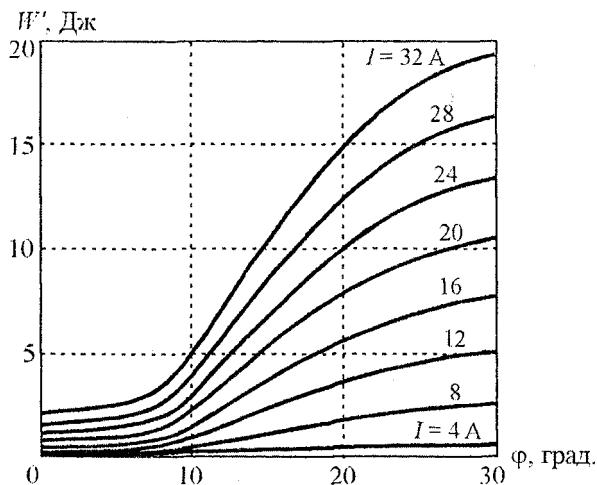


Рис. 10.51. Кривые коэнергии ПРД

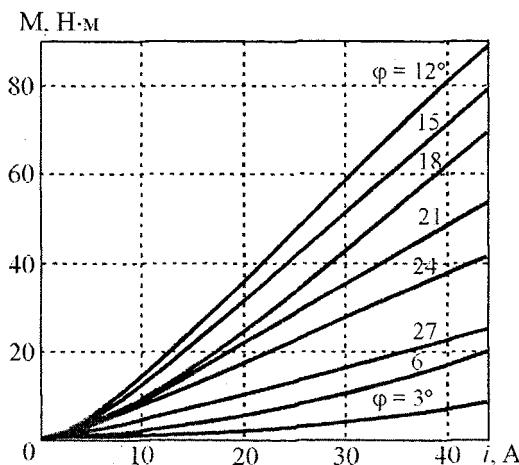


Рис. 10.52. Кривые электромагнитного момента ПРД

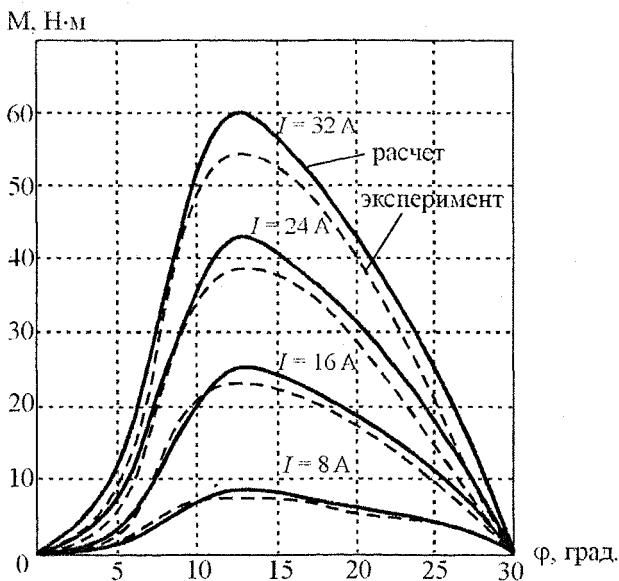


Рис. 10.53. Кривые электромагнитного момента ПРД в зависимости от угла поворота ротора при постоянном значении тока в обмотке

Кривую тока $i(t)$ рассчитывают численным методом для разных входных воздействий и параметров. На основе кривой $i(t)$ определяют кривую электромагнитного момента $M(t)$.

Варьируемыми входными величинами при решении являются: величина напряжения питания U , угловая скорость ротора ω , начальный угол $\phi_{\text{нач}}$ и угол проводимости λ . В результате получают семейства кривых $M(t, U)$, $i(t, U)$, $i(t, \phi_{\text{нач}}, U, \omega)$, $M(t, \phi_{\text{нач}}, U, \omega)$, по которым оценивают качество переходного процесса и определяют оптимальное по определенным критериям управление.

Литература

1. Boldea I., Nasar S. A. Electric Drives. – CRC Press. Boca London, New York, Washington, D. C., 1999. – 350 p.
2. P. Vas, W. Drury. Future of electrical machines and drives. – Proc. of the conf. on electr. machines ICEM '96. Sept. 10–12, 1996, vol. 3. Spain.
3. J. Mario Pacas. Drives 2000 end or the road-map? From the state-of-the art to future trends. – PCIM conf. 2000. Nurnberg.
4. D. S. Parker, C. G. Hodge. The electric warship. – Power Electrical Engineering Journal. Feb. 1998, vol. 12, no. 1, p. 5–13.
5. Softstart MCD 3000. Komplektne urzadzenie do rozruchow i zatrzyman silnikow induencyjnych. – Napedy i sterowanie. Danfoss. – 2002.
6. VLT[®] Compact Softstart MCD 2000. – Drives Solution. Danfoss. – 2003.
7. Catalogue “Variable speed drives and soft starters.” Telemecanique, may, 1996.
8. Вольдек А. И. Электрические машины. – Л.: Энергия, 1978.
9. Шуйский В. П. Расчет электрических машин. – М.: Энергия, 1968.
10. Туганов М. С. Судовой бесконтактный электропривод. – Л.: Судостроение, 1978. – 287 с.
11. Jan Mroz. Nagrzewanie silnika dwuklatkowego podczas uruchmiania w ukladzie lagodnego rozruchu. – Wiadomosci Elektrotechniczne, 2000, nr. 2, s. 75–77.
12. Ковчин С. А., Сабинин Ю. А. Теория электропривода, – СПб.: Энергоатомиздат, 2000. – 496 с.
13. Основы автоматизированного электропривода. – М.: Энергия, 1974. – 568 с.
14. H. C. J. de Jong. AC motor design: Rotating magnetic fields in a changing environment. – Springer, 1989.
15. Фираго Б. И., Павлячик Л. Б. Теория электропривода. Мн.: Техноперспектива, 2004. – 527 с.
16. Булгаков А. А. Частотное управление асинхронными двигателями. – М.: Энергоиздат, 1982. – 216 с.
17. Браславский И. Я. Асинхронный полупроводниковый электропривод с параметрическим управлением. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 224 с.
18. Данилевич Я. Б., Домбровский В. В., Казовский Е. Я. Параметры электрических машин переменного тока. – М. – Л.: Наука, 1965. – 339 с.
19. Ключев В. И. Теория электропривода. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 560 с.
20. Судовые электроприводы / Под ред. Фрейдзона. – Л.: Судостроение, 1976. – Т. 2, 422 с.
21. Беспалов В. Я., Мошинский Ю. А., Анфиногенов О. Н. Расчет переходных процессов в глубокопазных асинхронных двигателях. – М.: МЭИ, 1990. – 70 с.
22. Thorsen O. V., Dalva M. Use of PWM-inverter to determine parameters for saturated induction machines with current displacement rotor. – EPE Journal, vol. 8, no. 3–4, sept. , 1999, p. 37–45.

23. Чекунов К. А. Судовые электроприводы и электродвижение судов. – Л.: Судостроение, 1976. – 312 с.
24. Асинхронные двигатели серии 4А: Справочник / А. Э. Кравчик и др. – М.: Энергоиздат, 1982. – 504 с.
25. Хализев Г. П., Серов В. И. Расчет пусковых, тормозных и регулировочных устройств для электродвигателей. – М.: Высш. шк., 1966. – 308 с.
26. Электрические машины: Асинхронные машины / Радин В. И. и др. Под ред. И. П. Копылова. – М.: Высш. шк., 1988. – 328 с.
27. Костенко М. П. Работа многофазного асинхронного двигателя при переменном числе периодов. – Электричество, 1925, № 2.
28. Костенко М. П., Пиотровский Л. М. Электрические машины. Часть 2. – М. – Л.: ГЭИ, 1958. – 651 с.
29. Сандрлер А. С., Сарбатов Р. С. Автоматическое частотное управление асинхронными двигателями. – М.: Энергия, 1974. – 328 с.
30. Henryk Tunia, Boleslaw Winiarski. Energoelektronika. – Wydawnictwa Naukowo-Techniczne. Warszawa, 1994.
31. Поздеев А. Д. Электромагнитные и электромеханические процессы в частотно-регулируемых асинхронных электроприводах. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1998. – 172 с.
32. The Journal of Industrial Power Transmission, Motors and Electronic Control. – “Drives and Controls”, March, May, 1999, U. K.
33. Dynamical load emulation test facility to evaluate the performance of AC inverters / C. R. Hewson, M. Summer, G. M. Asher and P. W. Wheeler. – Power Engineering Journal, February, 2000, vol. 14, no. 1, p. 21–28.
34. Фираго Б. И., Павлячик Л. К. п. д. асинхронного электродвигателя при частотном управлении с различными видами нагрузок. – Изв. ВУЗов и энерг. объед. СНГ. – Энергетика, № 3, 2001, с. 52–59.
35. Firago Bronislaw, Pawlaczyk Leszek. Efficiency of frequency-controlled induction motors for different types of loads. – Proc. of 5th Int. Conf. on “Unconventional electromechanical and electrical systems”, 5–8 Sept. 2001, Szczecin and Miedzyzdroje, Poland, vol. 2, p. 611–616.
36. Firago Bronislaw, Pawlaczyk Leszek. The losses of the frequency-controlled induction motor. – Ibid, p. 617–620.
37. Андреев В. П., Сабинин Ю. А. Основы электропривода. – М. – Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 772 с.
38. Фираго Б. И., Павлячик Л. Исследование частотно-регулируемого электропривода турбомеханизмов при стабилизации напора. – Электрика, № 7, 2003, с. 20–25.
39. Firago Bronislaw, Pawlaczyk Leszek. Badanie sterowanego częstotliwościowo napedu turbomechanizmu w przypadku stabilizacji ciśnienia. – Maszyny elektryczne. Zeszyty Problemowe, № 67/2003, Katowice, s. 85–91. Poland.

40. Онищенко Г. Б., Юньков М. Г. Электропривод турбомеханизмов. – М.: Энергия, 1972. – 240 с.
41. Firago Bronislaw, Pawlaczyk Leszek. Charakterystyki mechaniczne silników indukcyjnych w ukiadach kaskadowych. – Mechanizacja i Automatyzacja Górnictwa, 1998, nr. 10/38, s. 126–128. Poland.
42. Шенфельд Р., Хабигер Э. Автоматизированные электроприводы: Пер. с нем. / Под ред. Ю. А. Борцова. – Л.: Энергоатомиздат, 1985. – 464 с.
43. Шапиро Л. Я. Машины двойного питания. – М.: МЭИ, 1983. – 60 с.
44. Фираго Б. И., Павлячик Лешек. Сравнительный анализ свойств асинхронного двигателя при скалярном частотном управлении со стабилизацией потокосцепления и ограничении тока статора. – Труды 4-й междунар. конф. по нетрадиционным электромеханическим и электрическим системам UEES '99. – С. Петербург, 21–24 июля, 1999. Россия.
45. Фираго Б. И., Павлячик Лешек. Анализ электромеханических переходных процессов регулируемого электропривода с линейной механической характеристикой при плавном управляющем воздействии. – Техническая электродинамика. Тематический выпуск “Проблемы современной электротехники”, часть 7, с. 29–32. Киев-2000, Украина.
46. Firago Bronislaw, Pawlaczyk Leszek. Badanie elektromechanicznych procesów przejściowych napędu z silnikiem asynchronicznym klatkowym i skalarnym sterowaniem częstotliwościowym. – Mechanizacja i automatyzacja górnictwa. – Czasopismo naukowe techniczne, № 9–10/358, 2000 rok, s. 102–107, Katowice, Poland.
47. Firago Bronislaw, Pawlaczyk Leszek. Elektromechaniczne procesy przejściowe układu napędowego z silnikiem asynchronicznym i skalarnym sterowaniem częstotliwościowym. – Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napedów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej. № 50, 2000. Seria: Studia i Materiały, № 22, s. 131–139. Wrocław. Poland.
48. Фираго Б. И., Павлячик Лешек. Электромеханические и механические характеристики асинхронных короткозамкнутых двигателей при переменных параметрах. – Технічна Електродинаміка ІЕ НАН України, 2004, части 4, с. 43–48.
49. Firago Bronislaw, Pawlaczyk Leszek. Energetyczne aspekty zastosowania układów miskiego rozruchu i hamowania silników indukcyjnych klatkowych. – Maszyny Elektryczne. Zeszyty Problemowe. PEMINE, 2004, nr. 69, s. 45–50. Poland.
50. Фираго Б. И., Павлячик Лешек. Исследование электропривода согласованного вращения двигателей механизма передвижения крана. – Техническая электродинамика. Тематический выпуск “Проблемы современной электротехники”, часть 3, с. 35–40, 2002, ИЭД НАНУ, Киев, Украина.

51. Firago Bronislaw, Pawlaczyk Leszek. Wspolbiezny kaskadowy uklad napedowy. – Mechanizacja i automatyzacja gornictwa. – Czaspismo naukowe techniczne, 2002, nr. 8 (380), s. 34–41. Poland.
52. Унгру Флоренц, Иордан Гейнц. Системы согласованного вращения асинхронных электродвигателей / Пер. с нем. – Л.: Энергия, 1971. – 182 с.
53. Иог В. И. Состояние и перспективы развития электропривода по системе “Рабочий электрический вал.” – М.: Информэлектро, 1978. – 56 с.
54. Stanislaw Azarewicz, Krzysztof Pienkowski, Adam Zalas. Badanie stanow pracy silnikowej i hamowania odzyskowego w przekształnikowym ukiadzie napedowym z silnikiem indukcyjnym klatkowym. – Elektryka. Zeszyt siedemdziesiaty siódmy “Analiza, projektowanie i sterowanie maszyn elektrycznych.” Politechnika Slaska. Zeszyty naukowe, nr. 1501. – Gliwice, 2001, s. 187–193. Poland.
55. Andrzej M. Trzynadlowski. Control of induction motors. – Academic Press, New York, 2001. – 226 p.
56. Peter Vas. Sensorless vector and direct torque control. – Oxford University Press, Oxford, 1998. – 728 p.
57. Firago B. I. Vector control of induction motor drive with an indirect rotor speed estimation. – Proc. of the Int. Conf. on electr. drives and power electronics. Oct. 18–20, 1994. The High Tatras, Slovakia, vol. 2, pp. 249–253.
58. Копылов И. П. Математическое моделирование электрических машин. – М.: Высш. шк., 1987. – 248 с.
59. Шмитц Н., Новотный Д. Введение в электромеханику / Пер. с англ. – М.: Энергия, 1969. – 336 с.
60. Сили С. Электромеханическое преобразование энергии / Пер. с англ. – М.: Энергия, 1968. – 378 с.
61. Постников И. М. Обобщенная теория и переходные процессы электрических машин. – М.: Высш. шк., 1975. – 319 с.
62. Ковач К. П., Рац Н. Переходные процессы в машинах переменного тока. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963.
63. Иванов-Смоленский А. В. Электрические машины. – М.: Энергия, 1980. – 928 с.
64. Регулируемые асинхронные электродвигатели в сельскохозяйственном производстве / Под ред. Д. Н. Быстрицкого. – М.: Энергия, 1975. – 400 с.
65. Firago Bronislaw, Pawlaczyk Leszek. Dopuszczalny moment silnika indukcyjnego w przypadku sterowania częstotliwościowego. – Maszyny Elektryczne. PEMINE. Problemy eksploatacji Maszyn i Napedow Elektrycznych. Zeszyty Problemowe, 2004, № 68, s. 81–85. Poland.
66. Микроэлектродвигатели для систем автоматики (технический справочник) / Под ред. Э. А. Лодочникова, Ю. М. Юфедова. – М.: Энергия, 1969. – 272 с.

67. Штетлинг Г., Байссе А. Электрические микромашины / Пер. с нем. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 229 с.
68. Зиннер Л. Я., Скоростецкин А. И. Вентильные двигатели постоянного и переменного тока. – М.: Энергоиздат, 1981.
69. Marian Soinski. Materiały magneticzne w technice. – COSIW SEP, Warszawa, 2001.
70. M. Jufer. Power systems and evolution factors from the state of the art to future trends. – Proc. of the Intern. Conf. “Power conversion and intelligent motion” – PCIM – 2000, June, 2000, Nurnberg, Germany.
71. G. Liu and W. G. Dunford. Comparison of sinusoidal excitation and trapezoidal excitation of a brushless permanent magnet motor. – Proc. of the 4th Intern. Conf. on “Power Electronics and Variable-Speed Drives,” 17–19 July, 1990, p. 446–450. The Savoy Place, London.
72. Firago Bronisław, Pawłaczyk Leszek. Okreslenie charakterystyk silnika synchronicznego prądu przemiennego o magnesach trwałych. – Maszyny Elektryczne. Zeszyty Problemowe, № 66, 2003, s. 1–6. Katowice, Poland.
73. Овчинников И. Е. Теория вентильных электрических двигателей. – Л.: Наука, 1985.
74. Каталог фирмы “Maxon motor” – “High Precision Drives and Systems.” – Interelectric AG, 1997, Switzerland.
75. Glinka T. Maszyny elektryczne wzbudzane magnesami trwałymi. – Wydawnictwo Politechniki śląskiej, Gliwice 2002.
76. Kaczmarek T., Zawirski K. Ukladu napadowe z silnikiem synchronicznym. – Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 2000.
77. Hendershot I. R., Miller T J E. Design of brushless permanent-magnet motors. – Magna Physics Publishing and Clarendon Press. Oxford 1994.
78. Фираго Б. И., Гульков А. Г., Павлячик Л. Реализация бесконтактного двигателя постоянного тока с ферритовыми магнитами на основе конструкции асинхронного двигателя. – Известия ВУЗов и Энерг. объединений СНГ – Энергетика, № 1, 2001, с. 39–51.
79. Nasar S. A., Boldea I., Unnewehr L. E. Permanent magnet, reluctance, and self-synchronous motors. – CRC Press, Boca Raton, Ann Arbor, London, 1993. – 270 p.
80. Ertugrul N., Acarnley P. A new algorithm for sensorless operation of permanent magnet motors. – IEEE Trans. on Industry Applications, 1994, vol. 30, № 1, pp. 126–133.
81. Firago B., Goulkov A. Electrical drive on the base of brushless synchronous permanent magnet motor with EMF feedback. – Proc. of the XIth Intern. Symposium “Micromachines and Servodrives”, Malbork (Poland), 14–18 Sept. 1998, vol. 2, p. 426–433.
82. Firago B., Goulkov A. The mathematical model of the brushless permanent magnet drive with asymmetrical control of power switches. – Proc. of VIIIth Symposium 358

"Fundamental problems of the power electronics and electromechanics" (PPEE). Wisla (Poland), 22–25 March, 1999, p. 246–251.

83. Firago B., Goulkov A., Pawlaczyk L. Silniki bezszczotkowe pradu stałego z magnesami trwałymi wykonane na bazie seryjnych maszyn asynchronicznych. – Proc. of the XXXI Intern. Symposium on Electric machines, Wrocław (Poland), 2000, p. 159–171.

84. Miller T J E. Switched reluctance motors and their control. – Magna Physics Publishing and Clarendon Press. Oxford, 1993. – 200 p.

85. Milan Cundev and Lidija Petkovska. Switched Reluctance Motor Variable Speed Drives. – Proc. of the Intelligent Motion Conf. May 14–16, 2002, Nurnberg, Germany.

Содержание

Предисловие	3
Введение	5
Глава 1. Характеристики и свойства асинхронных электроприводов при изменении величины напряжения и постоянной частоте	9
1.1. Способы регулирования скорости электроприводов переменного тока	9
1.2. Система электропривода “регулятор напряжения – асинхронный двигатель”	11
1.2.1. Снижение потерь мощности при малых нагрузках	11
1.3. Мягкий пуск и мягкое торможение асинхронных короткозамкнутых двигателей	14
1.3.1. Основные положения	14
1.3.2. Основные соотношения для потерь энергии в переходном процессе электропривода с асинхронным короткозамкнутым двигателем	15
1.3.3. Потери энергии при мягком пуске и торможении электропривода ..	19
1.3.4. Применение мягкого пуска и торможения для повторно-кратковременного режима работы асинхронных короткозамкнутых двигателей	34
Глава 2. Электромеханические и механические характеристики асинхронных короткозамкнутых двигателей при переменных параметрах	37
2.1. Состояние проблемы	37
2.2. Статические характеристики асинхронных короткозамкнутых двигателей при переменных параметрах	39
2.3. Методика определения параметров эквивалентной схемы асинхронного двигателя по каталожным данным для скольжений $-s_{\text{ном}} \leq s \leq s_{\text{ном}}$	46
Глава 3. Скалярные системы частотного управления асинхронными двигателями	58
3.1. Общие сведения	58
3.2. Закон М. П. Костенко для частотного регулирования асинхронных двигателей	59
3.3. Замкнутые системы скалярного частотного управления асинхронными двигателями	72
3.3.1 Частотное управление АД по закону $\Psi_1 = \text{const}$	74

3.3.2. Частотное управление АД по закону $\Psi_m = \text{const}$	78
3.3.3. Частотное управление АД по закону $\Psi_2 = \text{const}$	80
3.3.4. Свойства асинхронных двигателей при частотном управлении по закону стабилизации потокосцепления (Ψ_1 , Ψ_m , Ψ_2) и ограничении тока статора	82
3.3.5. Функциональные схемы для реализации законов частотного управления АД при стабилизации потокосцепления	85
3.3.6. Частотное управление АД при стабилизации абсолютного скольжения	90
3.3.7. Обобщенная функциональная схема скалярного частотного управления АД	92
3.4. Скалярное частотно-токовое управление АД	93
Глава 4. Электромеханические переходные процессы асинхронного электропривода со скалярным частотным управлением	99
4.1. Функциональные зависимости частоты в переходных процессах	99
4.2. Электромеханические переходные процессы электропривода при линейном изменении частоты и постоянном статическом моменте	105
4.3. Электромеханические переходные процессы электропривода при экспоненциальном изменении частоты и постоянном статическом моменте	115
4.4. Электромеханические переходные процессы электропривода при S-образном изменении частоты и постоянном статическом моменте	126
4.5. Электромеханические переходные процессы электропривода при U-образном (парabolическом) изменении частоты и постоянном статическом моменте	134
4.6. Сопоставление переходных процессов	139
Глава 5. Установившиеся и переходные процессы частотно-регулируемого асинхронного электропривода при переменной частоте и постоянной величине напряжения	142
5.1. Установившиеся режимы	142
5.2. Переходные процессы	147
Глава 6. Потери мощности, коэффициент полезного действия и допустимый момент асинхронного двигателя при частотном управлении	155
6.1. Вводная часть	155
6.2. Основные теоретические положения	155
6.3. Частные случаи нагрузок	159

6.3.1. Постоянный статический момент: $n = 0; M_c = \text{const}; \Phi_1 = \Phi_{1,\text{ном}}$	159
6.3.2. Статический момент, линейно зависящий от скорости:	
$n = 1; M_c = \alpha M_{c,\text{ном}}$	163
6.3.3. Квадратичный статический момент:	
$n = 2; M_c = \alpha^2 M_{c,\text{ном}}; K_3 = \mu_c = \alpha^2$	164
6.3.4. Постоянная статическая мощность: $P_c = \text{const}$:	
$M_c = \frac{M_{c,\text{ном}}}{\alpha}, K_3 = \mu_c = \alpha^{-1}$	164
6.4. Допустимый по условиям нагрева момент частотно-регулируемого самовентилируемого асинхронного двигателя	165
Глава 7. Частотно-регулируемый электропривод турбомеханизмов при стабилизации напора	172
7.1. Состояние проблемы	172
7.2. Управление асинхронным двигателем электропривода	174
7.3. К. п. д. и механические характеристики асинхронного двигателя	179
7.4. Разгон электропривода	183
7.5. Структура управления электроприводом турбомеханизма	187
Глава 8. Регулирование скорости асинхронных двигателей в каскадных системах	195
8.1. Принцип регулирования скорости	195
8.2. Асинхронно-вентильный каскад	196
8.3. Машина двойного питания	202
8.4. Электроприводы согласованного вращения двигателей с использованием асинхронно-вентильного каскада	210
Глава 9. Векторное управление асинхронными двигателями	226
9.1. Физико-математические предпосылки векторного управления	226
9.2. Формирование структуры прямого векторного управления трехфазным асинхронным двигателем	232
9.3. Косвенное векторное управление асинхронным двигателем	238
9.4. Прямое управление электромагнитным моментом АД	247
Глава 10. Математические модели электрических машин	252
10.1. Обобщенная электрическая машина	252
10.2. Уравнения напряжений, потокосцеплений и электромагнитного момента обобщенной электрической машины	254
10.3. Координатные преобразования уравнений обобщенной электрической машины	259
10.4. Векторное представление электромагнитного момента ОЭМ	270
10.5. Комплексно-векторные уравнения обобщенной электрической машины	273
	362

10.6. Фазные преобразования переменных	277
10.7. Имитационные модели эквивалентных двухфазных асинхронных двигателей	282
10.8. Математическая и имитационная модели трехфазного асинхронного двигателя	287
10.9. Математические модели и характеристики синхронных двигателей	290
10.10. Математические модели и характеристики вентильных двигателей	308
10.10.1. Основные понятия	308
10.10.2. Математические модели двухфазного вентильного двигателя типа СДПМ	311
10.10.3. Механические характеристики вентильного двигателя типа СДПМ при ортогональности векторов МДС статора и ротора ..	315
10.10.4. Механические характеристики вентильного двигателя типа СДПМ при неортогональности векторов МДС статора и ротора	316
10.10.5. Механические характеристики и математическая модель вентильного двигателя типа БДПТ	320
10.11. Математические модели, свойства и характеристики переключаемых реактивных двигателей	331
10.11.1. Общие сведения	331
10.11.2. Основные черты конструкций переключаемых реактивных двигателей	332
10.11.3. Формирование электромагнитного момента ПРД	335
10.11.4. Силовой преобразователь для переключаемого реактивного двигателя	348
10.11.5. Математическая модель переключаемого реактивного двигателя	349
Литература	354

Научное издание

**Фираго Бронислав Иосифович
Павлячик Лешек Бенедиктович**

**Регулируемые электроприводы
переменного тока**

Ответственный за выпуск С. П. Широчин
Компьютерная подготовка издания: Ю. В. Кроловецкая,
С. П. Широчин, Д. В. Алахов

Подписано в печать 07.04.2006 г. Формат 60x90 1/16.
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 22,75. Уч.-изд. л. 17,7. Тираж 500 экз. Заказ 1081

Закрытое акционерное общество “Техноперспектива”.
ЛП № 02330/0133345 от 29.06.2004.
220100, Минск, Сурганова, 47, корпус 5, комната 12

Отпечатано с готовых диапозитивов заказчика
в РУП «Типография «Победа».
ЛП № 02330/0056832 от 30.04.2004.
222310, г. Молодечно, ул. Тавляя, 11